多段揺動放電加工における加工条件の最適化*

岸 雅一,** 横田純一,** 鈴木靖夫**

Optimization of Machining Parameters in Multi-stage Planetary EDM

Masakazu KISHI, Jun-ichi YOKOTA and Yasuo SUZUKI

The planetary machining technique in NC EDM, is effective technique to improve machining efficiency and accuracy. The multi-stage planetary machining technique, which machines a workpiece by changing machining condition step by step from roughing to finishing, is an important one in the planetary techniques. This paper describes optimal condition for minimizing the machining time in multi-stage planetary machining analyzed by COMPLEX method of non-linear programming. The optimal number of machining stage and optimal parameters as the combination of the surface roughnesses are calculated for three types of machining models having different safety margins. The following results are obtained : (1) When safety margin is zero, number of optimal machining stage is infinite. When safety margin is greater than zero, the machining models have an applicable number. (2) When an applicable optimal number of machining stages exists, it varies relevant of form factor and safety margin factor. (3) Optimal machining condition greatly depends on safety margin. As of optimal machining condition at the optimal number of machining stages, the ratio of surface roughness at one stage and the next stage is nearly constant.

* 昭和59年精機学会秋季大会学術講演会にて発表

** 日立精工(株)

1. 緒 言

形彫り放電加工機は、NC化により、単に作業工程の自動化が図られたばかりでなく、種々の加工性能の向上が図られた。この加工性能の向上は、電極と工作物の相対位置を3次元制御して加工を行う揺動加工法による所が大きい。揺動加工法の使い方として、荒加工あるいは中仕上加工から仕上加工に至る工程を電極を変えずに多段階に分けて加工を行う多段揺動加工法が、加工時間の短縮に効果があると考えられる。しかし、揺動加工プロセスで取扱う加工パラメータの数は、従来の加工法で取扱っていた電気条件などのパラメータの他に、揺動運動に関するパラメータが加わるので数が多くなる。さらに、これらの複数の加工パラメータを多段階の組合せとして決定しなければならないので最適な組合せを決定することは難しかった。また、これらの加工パラメータの決定方法を確立することは、より高度な自動化を進める上でも重要な問題である。

従来の研究にも、揺動加工条件の決定方法、あるいは、従来の加工法における多段加工条件の決定方法を検討している例は2, 3あるが、¹⁾²⁾³⁾多段揺動加工法において、加工時間が最短となるような最適加工条件を検討した例は見あたらない。

そこで本研究では、多段揺動加工法において、加工時間が最短となる最適条件を見い出すため、簡単な加工方法のモデルを3種類設定し、それぞれの加工モデルに対して最適な加工段数と加工条件を非線型計画法を用いて解析した。

2. 加工モデルの設定

n 段の揺動加工の加工パラメータを表1に示す。決定すべき項目は、加工段数 n と各段の揺動条件と加工条件である。揺動条件の中の加工法とは、揺動運動の運動方向(制御軸)、揺動軌跡の形状などを分類、コード化したものである。今回は加工法と加工深さを固定して、揺動量と加工条件を変更して加工する例を取り上げ検討する。その時の電極と工作物の相対位置を図1に示す。面粗さ R_{i-1} から次段の面粗さ R_i へ変更した時の加工量 V_i と揺動量 ε_i は式(1), (2)で表わされる。

$$V_i = K_{i-1} R_{i-1} - K_i R_i + Z_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_i = (G_{i-1} - G_i) + (R_{i-1} - R_i) + Z_i + (r_{i-1} - r_i) + W_i \quad (2)$$

ここで V : 単位加工面積当りの加工量

R : 工作物面粗さ r : 電極面粗さ

K : 形状係数 Z : 安全代

G : 加工間隙 W : 電極消耗長さ

式(1)の形状係数 K とは、単位加工面積と面粗さの積で求められる体積と、その単位加工面積上の実

表 1 揺動加工のパラメータ

No.	揺動条件			加工条件
	加工法	加工深さ	揺動量	面粗さ (電気条件)
1	P_1	h_1	ε_1	$R_1 (I_{p1}, t_1)$
2	P_2	h_2	ε_2	$R_2 (I_{p2}, t_2)$
3	P_3	h_3	ε_3	$R_3 (I_{p3}, t_3)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n-1$	P_{n-1}	h_{n-1}	ε_{n-1}	$R_{n-1} (I_{pn-1}, t_{n-1})$
n	P_n	h_n	ε_n	$R_n (I_{pn}, t_n)$

体部分の体積の比率である。したがって、式(1)の形状係数 K と面粗さ R の積 $K \cdot R$ は、単位加工面積当りの粗さを形成している領域の体積を意味する。この形状係数 K は、電気条件(ピーク電流 I_p とパルス幅 t)で決まる値であり、電極消耗率と面粗さを決めることにより、一義的に値が決定されると考えられる。したがって、電極消耗率を一定とする場合、各段の加工量 V は、式(1)より面粗さと安全代で決定される。そこで、図2に示すように安全代の取り方を変えた3種類の加工モデルを設定した。

モデル1は、 $i-1$ 段目の面粗さ R_{i-1} の谷(最深点)と i 段目の面粗さ R_i の谷を一致させるように加工面 R_i を形成する方法である。このモデルについての加工段数と加工時間の関係は、すでに定性的検討がなされているが、¹⁾²⁾加工段数を限定した時の最適加工条件と最適加工段数での加工時間について検討が行われていないので今回の検討に加えた。

モデル2とモデル3は、前段の面粗さの谷より下に次段の面を形成する方法で、この場合、前段と次段の面粗さのそれぞれの谷の差を安全代とする。安全代は、次のことを考慮して設定した。

- (1) 工作物の表面層に残留する加工変質層を極力少なくする。
- (2) 面粗さを変更した時に、次段の面粗さが確実に創成されるようにする。

モデル2は、 i 段目の安全代 Z_i を前段の面粗さ R_{i-1} に関連させて、 $Z_i = \alpha R_{i-1}$ とした場合で

図 1 揺動加工の電極と工作物の相対位置

ある。ここで α を安全代係数と呼ぶことにする。

モデル3は、前段の面粗さの谷と次段の面粗さの山を一致させるように加工する方法で、安全代は $Z_i = R_i$ となる。

3. 最短加工問題の定式化

多段で揺動加工を行った時の加工時間は、各段における加工量と加工速度から求めることができる。実加工における加工量は、式(2)に示した揺動量や加工間隙などから求まる切

込量の設定によって決まる。しかし、切込量の設定が正しく行われ、工作物の除去量だけに注目すれば、前節で述べたように加工量は式(1)で求めることができる。切込量が正しく設定されるか否かは揺動量や加工間隙に関する問題なので、ここでは論じない。加工段数 N の時の総加工時間 T は、式(1)と加工速度 V_w とから式(3)で与えられる。

$$T = \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{V_{wi}} \quad (3)$$

各段の加工条件は、表1に示した通り面粗さまたは電気条件で表わされる。加工速度 V_w は、電極と工作物の材質が決まると式(4)で示すような、面粗さ R 、電極消耗率 φ_v および加工効率 η の関数で表わされる。なお、 R と φ_v の値が決まると、電気条件であるピーク電流 I_p とパルス幅 t の組合せは一義的に決まる。

$$V_w = f(R, \varphi_v, \eta) \quad (4)$$

ここで、電極消耗率と加工効率が一定の場合、加工速度は面粗さだけの関数となる。電極材質が銅、工作物がSKD11、電極消耗率 $\varphi_v = 0.5\%$ 、加工効率 $\eta = 100\%$ の時の面粗さと加工速度の関係は図3に示すような関係となり、この近似式は式(5)となる。

$$V_w = 0.00246 R^{2.592} \text{ (mm}^3/\text{min)} \quad (5)$$

したがって本報では、荒加工面粗さ R_f から仕上加工面粗さ R_f までを多段揺動加工法で加工した時、式(3)で与えら

図2 加工方法のモデル

図3 面粗さと加工速度の関係

表 2 最短加工問題の設定

目的関数	$T = \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{V_{Wi}} \longrightarrow \min$	(3)
制約条件		
陽的制約条件	$R_r \geq R_i \geq 0 \quad (i=0, 1, 2, \dots, N-1)$	(6)
	$R_f \geq R_N \geq 0$	(7)
陰的制約条件	$R_{i-1} \geq R_i \geq R_{i+1} \quad (i=1, 2, \dots, N-1)$	(8)
	$R_r \geq R_0 \geq R_1$	(9)
	$R_{N-1} \geq R_N$	(10)
関係式	$V_{Wi} = 0.00246 R_i^{2.592}$	(5)
	$V_i = K_{i-1} R_{i-1} - K_i R_i + Z_i$	(2)
	モデル 1 : $Z_i = 0$	(11)
	モデル 2 : $Z_i = \alpha R_{i-1}$	(12)
	モデル 3 : $Z_i = R_i$	(13)
ここで	T : 加工時間 (min/mm ²)	R_i : i 段目の面粗さ (mm Rmax)
	V_i : 単位加工面積当りの加工量 (mm)	R_r : 荒加工面粗さ (mm Rmax)
	V_{Wi} : 加工速度 (mm ³ /min)	R_f : 仕上加工面粗さ (mm Rmax)
	N : 加工段数	Z : 安全代 (mm)
	K : 形状係数	α : 安全代係数

れる総加工時間 T を目的関数として、この値が最小となる加工段数とその段数分の面粗さの組合せを求める問題となる。

荒加工面粗さ R_r から仕上加工面粗さ R_f まで N 段の揺動加工を行う時の制約条件としては、解として求める N 個の各々の面粗さを取り得る範囲を制約する陽的制約条件と、解として求められる N 個の面粗さの相互の関係を制約する陰的制約条件とがある。これらの制約条件と先に述べた目的関数および関係式を表 2 にまとめて示す。

4. 最短加工問題の解法

与えられた面粗さ R_r と R_f に対し、表2に示した定式化した問題を各段数毎に計算を行い、各段数の最短加工条件と加工時間を求め、次にそれら1から N 段までの結果を比較して最適加工段数を求めた。

各段数に対する最短加工条件は、非線型計画法の直接探索法であるコンプレックス法（制約条件付シンプレックス法）を用いた。^{4) 5) 6)} 式(4)の加工速度を求める式は、広範囲な面粗さで使用する場合、加工電源の方式の変更を伴う場合が多く、特性式が不連続関数となったり、複雑な多項式となる場合があるが、このような場合にもコンプレックス法による解法は有効である。

計算手順の概略を図4に示す。コンプレックス法の詳細説明は省略するが、計算に使った主な係数は次の通りである。コンプレックス数 M は加工段数 $N+2$ とした。鏡像係数は1.3、拡大係数は2.0、縮小係数は0.5とした。収束判定は、各コンプレックス端点とその重心間の標準偏差が0.0001以下となったことによって収束したと判定した。なお、式(2)の形状係数 K は、面粗さの値に関係なく一定として計算した。

図4 計算フローチャート（コンプレックス法）

5. 計算結果と検討

5.1 最適加工段数

荒加工面粗さ $R_r = 50 \mu\text{m } R_{\text{max}}$, 仕上加工面粗さ $R_f = 10 \mu\text{m } R_{\text{max}}$, 形状係数 $K = 0.5$ の時の各加工モデルに対する加工段数と加工時間の関係を図5に示す。いずれの加工モデルも加工段数を1段より複数段にすることにより、加工時間を大幅に短縮できることが判かる。各加工モデルの加工時間

図5 各モデルの加工時間

の差は安全代の差によるものである。モデル 1 は加工段数の増加にしたがい加工時間が減少する傾向があり、Pfau, 高鷲らが報告しているように最適加工段数は無限段^{1) 2)} すなわち連続的に加工条件を変更する場合である。それに対してモデル 2 とモデル 3 は、加工時間が最短となる有限の最適加工段数が存在する。その最適加工段数は、モデル 2 が 5 段、モデル 3 が 2 段である。最適加工段数が有限段で存在する場合、最適加工段数の値は、荒加工と仕上げ加工面粗さの値で決まり、例えば、モデル 2 の場合で R_r と R_f が $R_r < 50$, $R_f = 10$ 又は $R_f > 10$, $R_r = 50$ の時、最適加工段数は 5 段以下となる。逆に $50 < R_r$, $R_f = 10$ または $10 > R_f$, $R_r = 50$ の時は最適加工段数は 5 段以上となる。

次に加工段数が加工時間に及ぼす影響を最適加工段数での加工時間 T_{opt} の比率で見ると図 6 のようになる。モデル 1 の最適加工段数は無限段であるため、コンプレックス法では T_{opt} は求めることはできないので、式(14)で求めた。 $R_r = 50$, $R_f = 10$, a と b は式(5)の値を用いると $T_{opt} = 3.01 \times 10^{-8}$ (min/mm²)となる。

$$T_{opt} = \int_{R_r}^{R_f} \frac{K}{a R^b} dR$$

$$= \frac{K \{ R_f^{(1-b)} - R_r^{(1-b)} \}}{a (1-b)} \quad (14)$$

ここで a , b : 加工速度 V_w の式の定数 ($V_w = a R^b$)

図 6 よりモデル 2 は、他のモデルに比べ加工段数が加工時間に及ぼす影響が少ない。ただし、この傾向は、各段の加工条件が次節で述べる最適加工条件である場合についての傾向であることに注意しなければならない。モデル 1 の場合は、加工段数が 10 段でも連続制御の場合の加工時間 T_{opt} の 122% であり、極力加工段数を増した方が良いことが判る。次にモデル 2 において、 $R_r = 50$, $R_f = 10$ の時の形状係数と安全代係数が最適加工段数に及ぼす影響を図 7 と図 8 に示す。形状係数と安全代係数が増加すると総加工量が増えるので加工時間が増加し、その増加率は安全代係数の方が大きい。加工段数に対する加工時間の傾向は、いずれの係数を変化させても大きな変化は見られないが、最適加工段数が変化

図 6 加工段数が加工時間に及ぼす影響

図7 形状係数の影響

する。形状係数が増加すると最適加工段数が増加し、安全係数の増加に対しては、逆に減少する傾向がある。特に安全係数が0.1以下になると最適加工段数の増加率が大きくなり、モデル1の傾向に近ずいて行く。

5.2 最適加工条件

図5に示した各加工モデルの最適加工条件を図9、図10、図11に示す。この図は $R_r = 50$ から $R_f = 10$ まで N 段加工するとき、途中の加工条件がどのような面粗さになるかを示した図である。モデル1とモデル2の加工段数が6段以下では、加工段 i に対する面粗さの変化は比較的同じ傾向であるが、モデル2で加工段数が多くなると面粗さの荒い領域の加工回数が増えている。この傾向はモデル3にさらに強く出ている。モデル3の4段以上では、荒加工条件である $50 \mu\text{m } R_{\text{max}}$ の加工を繰返す条件となり、加工段数の増加は意味のないことを示している。次に加工条件である面粗さがどのように変更されているかを前段の面粗さ R_{i-1} と次段の面粗さ R_i の比率で整理すると図12(a)(b)(c)になる。モデル1は加工段数 N の増加に伴ない、 R_i/R_{i-1} は大きく

図8 安全係数の影響

図9 面粗さの変更条件(モデル1)

図10 面粗さの変更条件(モデル2)

なり、また、加工段 i が大きくなる程 R_i/R_{i-1} は大きくなる傾向がある。モデル 2 もモデル 1 と同じ傾向であるが、 $N=5$ から $N=6$ で傾向が逆転している。また、モデル 3 でも $N=2$ から $N=3$ で傾向が逆転しており、いずれも最適加工段数を境に傾向が逆転している。最適加工段数での最適加工条件の R_i/R_{i-1} は、

モデル 2 の場合 71~74%，モデル 3 の場合 44~46% と等比数列に近い値であるが、いずれのモデルでも、荒加工条件より仕上げ加工条件の方が R_i/R_{i-1} がやや大きくなる傾向がある。

以上、述べたモデル 2 とモデル 3 の検討では、安全代が加工段数に伴って変化しているので、総加工量も変化している。そこで、総加工量を一定とした場合について以下検討する。総加工量を一定にするには、加工段数にかかわらず安全代を一定にすれば良い。ここでは加工段数が 10 段の時の総安全代を基準として、10 段以下の加工段数と加工時間の関係を検討する。加工段数が 10 段と 10 段以下の各段の総安全代の差 ΔZ は、次式で与えられる。なお、 R'_i は加工段数が N 段の時の最適加工条件（面粗さ）である。

$$\text{モデル 2 の場合} \quad \Delta Z_N = \alpha \left\{ \sum_{i=1}^{10} R_{i-1} - \sum_{i=1}^N R'_{i-1} \right\} \quad (15)$$

$$\text{モデル 3 の場合} \quad \Delta Z_N = \sum_{i=1}^{10} R_i - \sum_{i=1}^N R'_{i-1} \quad (16)$$

この安全代の差分 ΔZ を最も短時間に加工するには、荒加工の段階で ΔZ を加工すれば良いことは明らかである。したがって、安全代を一定とした時の最短加工時間 T' は、前節で述べた式(3)で与えられる

図 11 面粗さの変更条件（モデル 3）

図 12 面粗さの変更条件

加工時間 T より式(17)で与えられる。

$$T' = T + \frac{4Z}{a R_f^b} \quad (17)$$

図5で述べた条件で加工段数と加工時間の関係を求めると図13となる。モデル2では、図5の加工時間に比べ2～5%の増加で大きな傾向の変化は無いが、最適加工段数が5段から6段に変わる。一方、モデル3は、2段以上の加工時間が同じ値となり、図5の結果と大きく変わるが、最適加工段数は2段以上ということになり、図5の結果と実質的に同じことになる。

図13 安全代が一定の時の加工時間

6. 結 言

形彫り放電加工の多段揺動加工法において、最短加工時間となる加工段数と加工条件を検討した結果、次のことが明らかになった。

- 1) 最適加工段数は、安全代の取り方によっては有限の段数として存在する。
- 2) 最適加工段数が有限段の場合、その段数は形状係数と安全代係数によって変化する。
- 3) 最適加工条件は、安全代の取り方によって大きく変化する。また、最適加工段数での最適加工条件は、前段と次段の面粗さの比率がほぼ一定となる。

最後に、本研究をまとめるに当たり、貴重な御助言をいただいた東京大学・木下夏夫教授に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) J. Pfau, F. Balleys & J. Dupraz : Translatory Techniques and Decreasing Settings, Proceedings ISEM 6 (1982) 217.
- 2) 高鷲民生, 小林和彦 : 放電加工プロセスの最適化, 第110回電気加工研究会資料 (1985) 24.
- 3) M. M. Tseng : A Systematic Approach to the Adaptive Control of the Electro-Discharge Machining Process, Trans. ASME, J. Engg. Ind., Vol. 100 Aug (1978) 303.
- 4) M. J. Box (黒田 充訳) : 非線形最適化の技法, 培風館 (昭47) 78.
- 5) S. N. Ghani : An improved complex method of function minimization, Computer Aided Design, Jan. (1972) 71.

Vol. 19 № 37

- 6) L. C. W. Dixon : ACSIM—An accelerated constrained simplex technique, Computer Aided Design, Vol. 5 No. 1 (1973) 22.

(1985. 11. 5 受付)