軸測投象図を罫紙に描く方法の研究*

太 田 英 一**
南 和 一 郎**

まえがき

実用製図では正投象図を簡便に描く方法として方眼紙を用いることがある。この方法は物差しを使う必要がないので簡単な図面であれば便利である。これと同様に等測投象図を描くための特殊な罫線紙が市販されている。軸測投象図を描く方法は文献^{①②}に示されているが軸測軸および縮み率を求めることに手順を要する。筆者等は軸測投象図を普通の方眼紙または罫紙上に物差しを使用せず比較的簡単に描く方法を研究し、実用化できそうな結果を得たので報告する。

1. 等測投象の場合

FIG. 1.1は直交する三軸 OX , OY , OZ 上にある三点 A , B , C の等測投象を示す。ただし、点 C は OZ 軸の負の側にある。ここで、

$$\overline{OA} = \overline{OB} = 2 \overline{OC} \quad \dots\dots\dots (1)$$

であるならば A , B , C は Z 軸に垂直な直線 L 上にある。逆に、三軸と直線 L が与えられれば、それらの交点として(1)の関係にある三点 A , B , C が求められる。

FIG. 1.2は X 方向 $3m$, Y 方向 $2m$, Z 方向 $1m$ の直方体の等測投象図を例示する。 Z 軸に垂直で等間隔な罫線と各軸との交点を目盛りと考える。 X 方向、 Y 方向は1目盛り $1m$, Z 方向は1目盛り $0.5m$ として測れば、 X 方向3目盛り、 Y 方向2目盛り、 Z 方向2目盛りとなる。

FIG. 1.3は Y 軸に垂直な罫線、FIG. 1.4は X 軸に垂直な罫線を用いて同じ直方体を描いたものである。

FIG. 1.1

FIG. 1.2

FIG. 1.3

FIG. 1.4

2. 軸測投象の場合

直交する三軸 OX , OY , OZ 上にそれぞれ点 A , B , C をとり、

$$\overline{OA} = \ell, \overline{OB} = m, \overline{OC} = n \quad \dots\dots\dots (2)$$

とする。ただし、点 C は OZ 軸の負の側にある。立体 $OABC$ を頂点 O 、底面 ABC の三角錐と考える。FIG. 2はこの三角錐を底面 ABC が平面 (Hpl) 上にあるように置いたものである。点 H は頂点 O より底面におろした垂線の足である。 CH は直線 CO の平面図、 AB は平面 ABO の水平跡で直線 CO と平面 ABO は垂直であるから CH と AB は垂直である。同様に BH と AC , AH と BC は垂直であるから点 H は三角形 ABC の垂心である。各部の寸法は次のようになる。

$$\overline{AB} = \sqrt{\ell^2 + m^2}, \overline{BC} = \sqrt{m^2 + n^2}, \overline{CA} = \sqrt{\ell^2 + n^2}, \overline{OH} = \frac{mn}{\sqrt{\ell^2 m^2 + m^2 n^2 + n^2 \ell^2}} \dots\dots (3)$$

ただし、 $\overline{OH}$ は原点より平面 $\frac{x}{\ell} + \frac{y}{m} + \frac{z}{n} = 1$ に至る距離を求める公式による。

* 昭和58年12月2日受付

** 千葉工業大学機械工学科

FIG.2において、立画面（Vpl）を軸測投影の投影面とすれば、立面図が軸測投影図である。 a', b', c' は基線上にあり、 o' を通り基線に平行な罫線を第1罫線とすれば、基線は第2罫線となり、 a', b', c' はその罫線上にある。逆に、軸方向 $o'x', o'y', o'z'$ と罫線（基線）がわかっていれば、それらの交点として(2)の関係にある三点 A, B, C の軸測投影図 a', b', c' が求められる。

FIG. 2

3. 作図法

三軸上の長さの比が $\ell:m:n=1:1:0.5$ の場合は等測投影を含む。また $1:1:1$ の場合は最も簡単である。そのほかの比として $1:1:2$ と $1:2:4$ の場合についても(3)式により寸法を求め表1に示す。

FIG.3.1～3.4は表1をもとに試作した定規(透明アクリル製)で、点 a', b', c', h, o の位置に小穴をうがってある。FIG.4.1～4.5はFIG.3.1の定規($1:1:0.5$)を用いて作図したものである。作図法は、

$\ell:m:n$	1:1:0.5	1:1:1	1:1:2	1:2:4
$\overline{AB}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
$\overline{BC}$	$\sqrt{1.25}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{20}$
$\overline{CA}$	$\sqrt{1.25}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{17}$
$\overline{OH}$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{3}$	$2/3$	$4/\sqrt{21}$

表 1

- (1) 点 h が一つの罫線上にあるように定規をおき、 a, b, c, h の位置を記入する。
- (2) h を通る罫線上に投影して a', b', c' とする。
- (3) h を通り罫線に垂直な直線上に o' をとり、 $\overline{o'h}$ を定規に定めた寸法 $\overline{oh}$ にする。
- (4) $o'a', o'b', o'c'$ が各軸の方向となる。

FIG. 3.1

FIG. 3.2

FIG. 3.3

FIG. 3.4

FIG 4.1

FIG 4.2

FIG 4.3

FIG 4.4

FIG 4.5

立方体の軸測投影図を求めるには、各稜の長さを x 方向、 y 方向は 1 目盛、 z 方向は 2 目盛となるようにする。またこの図を見るには紙を傾けて z 軸を鉛直にして見るとよい。

FIG.4.1～4.5において ab と投影線のなす角を α とする。角度 α によっていろいろな投影図が求められる。FIG.4.1 は $\alpha = 90^\circ$ で等測投影図である。FIG.4.3 では bc が罫線に垂直、すなわち a が罫線上にある。このとき x 軸に垂直な面は見えない。FIG.4.5 では $\alpha = 180^\circ$ で ab が罫線に垂直、すなわち c が罫線上にある。このとき z 軸に垂直な面は見えない。FIG.4.1～4.5 には α が 90° から 180° までしか示していないが、 α は $0^\circ \sim 360^\circ$ のどの値をとってもよい。すなわち定規はどんな置き方をしてもよい。

FIG.5 は FIG.3.2 の定規を用いたときの図である。

4. 投影方向

罫線により測長する方法はすべての投影方向に適用されるわけではない。ある特定の投影方向の場合のみ可能である。直交する三軸 OX, OY, OZ 上にそれぞれ点 A, B, C をとり $\overline{OA} = \ell, \overline{OB} = m, \overline{OC} = n$ とする (FIG.6.1)。 AB 上の任意の点を D とし、 DC を投影の方向とすれば $\theta = \angle AOD$ は方位角、 $\gamma = \angle ODC$ は俯角である。また、 $\alpha = \angle CDB$ は FIG.4, FIG.5 において定規の置き方を示した角である。FIG.6.2 は三角形 ABC と直角三角形 ABO の実形を示す。 ℓ, m, n, θ と γ, α の関係を幾何学的に求めた結果は、

FIG. 5

FIG. 6.1

FIG. 6.2

FIG. 7

FIG. 8

$$\tan \gamma = \frac{n}{m} \sin \theta + \frac{n}{\ell} \cos \theta \qquad \dots\dots\dots (4)$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 m^2 + m^2 n^2 + n^2 \ell^2} (m + \ell \tan \theta)}{\ell m (\ell - m \tan \theta)} \qquad \dots\dots\dots (5)$$

$\ell:m:n$ が $1:1:0.5$ のときは
 $\tan \gamma = 0.5 \sin \theta + 0.5 \cos \theta, \tan \alpha = \sqrt{1.5} (1 + \tan \theta) / (1 - \tan \theta)$

1:0.5:1 のときは

$$\tan \gamma = 2 \sin \theta + \cos \theta,$$

$$\tan \alpha = \sqrt{6} (1 + 2 \tan \theta) / (2 - \tan \theta)$$

0.5:1:2 のときは

$$\tan \gamma = \sin \theta + 2 \cos \theta,$$

$$\tan \alpha = \sqrt{6} (2 + \tan \theta) / (1 - 2 \tan \theta)$$

1:1:1 のときは

$$\tan \gamma = \sin \theta + \cos \theta,$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} (1 + \tan \theta) / (1 - \tan \theta)$$

FIG.7 には θ - γ の関係, FIG.8 には θ - α の関係を示す。これらの図を参考にして α すなわち定規の置き方を決定すればよい。

θ が 0° , 90° , 180° , 270° のときは一対の面が見えないから軸測投象としては不適である。小さい俯角にしたいときは, FIG. 7 より θ が $90^\circ \sim 180^\circ$ または $270^\circ \sim 360^\circ$ の範囲で γ の小さい θ が求められる。そのときの α は FIG. 8 より求められる。また大きい俯角にしたいときは θ が $0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲で γ が大きい θ が求められる。FIG. 7 では γ の最大は 65° であるが, 更に大きい γ にしたいときは, FIG.3.4 の定規を用いるとよい。

むすび

以前, 筆者らは透視投象について, 軸測縞と呼ぶ直線群を用いて, 二方向の測長ができることを示した^③。本研究はこれと同系統に属する。軸測投象は透視投象より簡単であるため, 一組の平行線群 (罫線) を用いて, 三方向の測長が可能となった。この方法は相当広範囲の方位角, 俯角に適用され, 作図法も簡単であることがわかった。

参考文献

① 竹山和彦	: 6・2 正軸測投象法	図形科学ハンドブック (p.241)
② 磯田浩, 他	: 15・2 軸測投影法	図形科学ハンドブック (p.656)
③ 太田英一, 他	: 透視軸測尺の研究 (2)	図学研究 (第28号 p. 9)

A method to draw an axometric projection on ruled paper

Eiichi OHTA

Kazuichiro MINAMI

We often draw an orthogonal projection on section paper.
In this method, we do not need to use any scale.

In such a manner, we studied the method to draw an axometric projection on section paper or ruled paper.

As the result of study, direction of three axes relative to ruled lines are found. A straight line parallel to each axes intersects the ruled lines in a unit length.

Ratio of three unit lengths is simple. Then, we can measure the length in these unit lengths.