パーソナル・コンピュータによるソリッドモデルの 構築と図学への応用*

宮 本 貴 朗**

長 江 貞 彦**

福 永 節 夫**

1. はじめに

今日、コンピュータ支援により図形そのものを創成する CG (Computer Graphics) や CAD (Computer Aided Design) の発展が著しい。図学も図形科学全般を研究の対象とする方針が確立され、現在コンピュータ利用による研究も数多く発表されるようになった¹⁾。

本研究は、最近とみに発展しているマイクロ・コンピュータのパーソナル・ユースに着目し、これを図学における研究と教育の tool として利用することを試みたものである。とりわけ、従来は大型コンピュータの利用をまって始めて実用視されていた Ray Tracing を、あえてパーソナル・コンピュータ（以下、パソコンと略す）のレベルで活用する方法を確立し、図学でもその学習が比較的困難とされている「陰影」や「相貫」の問題に適用した。もちろん、大型コンピュータの利用に比べて、処理時間や記憶容量に著しいハンディはあるものの、パソコンのもつ汎用性と手軽さ、およびカラフルなディスプレイは、人間の図形認識上、有益な情報を提供することができ、初期の目的は達せられたものと思われる。とりわけ、完全な3次元モデル情報のデータを構築しているソリッド・モデルに Ray Tracing を適用することにより、先の陰影や相貫のみならず、切断や干渉のほか、透明や半透明を活用することにより、たとえば相貫体の相貫部分の詳細を観察できるなど、従来の図学的手法では困難であった作業を単純化することができる。その他、ハイライトなどの特殊効果を加味することにより、より実物に近い形のモデルを表示できるため、各種のシミュレーションや図学教育の補間的なディスプレイ方法としても有効であろうとの感触を得た。

以下、光学的見地からアプローチした Ray Tracing の概念と、パソコンでの活用を考慮したアルゴリズムを主眼とし、今回は主として相貫体の適用に限った事例について報告する。

なお、コンピュータ利用による相貫体への適用は、既に長島ら²⁾や鈴木ら³⁾をはじめ2～3の報告があるが、筆者らは、

- 1) パソコンによる手軽さを利用。
- 2) カラー表示による形状識別の利用。
- 3) Ray Tracingによる透明感を用いた、相貫内部の構造の理解。
- 4) 特殊効果による3次元モデルの実在感。

の相乗的な効果を図学的に意義のある3次元物体の表示技法に活用することを目的としたものである。

2. パソコンによる Ray Tracing

Ray Tracing は透明な物体を表現する目的で T. Whitted⁴⁾ が反射と屈折をモデル化したものである。物体を濃淡だけで表現するなら Z-buffer 法やスキャンライン法などの手法^{5)~7)} を用いて高速に処理できる。しかし、反射や屈折の効果を含めた、よりリアルな画像

---

* 昭和60年7月1日受付

** 大阪府立大学 総合科学部

を得る目的に対して Ray Tracing は不可欠な手法といえる。

2.1 Ray Tracing の基本概念

まず、図1に示すように計算機内に仮想的な3次元空間を設定し、視点とスクリーン（CRT画面）および表示したい物体を配置する。次に視点からスクリーン上の各画素を通過する視線（Ray）を考え、配置した物体と交点をもつかどうかを判定する。このとき、視線と物体が交点をもつ場合は、視点から交点までの距離を計算し、最も視点に近い物体を決定する。その物体が乱反射物体の場合は、そこで視線の追跡を終了し、輝度と色を計算する。また、その物体が鏡面や透明な物体の場合、視線は反射方向もしくは屈折方向に向きを変えて、新たに交点をもつ物体を探す。以上のような処理をスクリーン上のすべての画素に対して繰り返すことによって光線追跡法（Ray Tracing）が実現される。

図1 Ray Tracing 法

2.2 Ray Tracing におけるShading

一般に、物体に当たった光線は、拡散反射光、鏡面反射光および透過（屈折）光の3つの方向に分岐する。Ray Tracing における Shading では、これら3つの光線への分岐を各々視点からたどり、まず視点を root とする binary tree を求める。図2に透明な物体の場合は Ray Tracing の光線の分岐の例を示し、図3にその場合 binary tree を示す。両図における T_i は透過を表わし、 S_i は鏡面反射を表わす。また、 N_i はその点における法線ベクトルを表わす。このような binary tree を求めた後、各 leaf での輝度と色を計算して root に達するまでそれらの輝度および色を順次計算する。

透明な物体表面の1点から出てくる光線の強度は、T. Whitted のモデルでは次の式で表わされる。

$$I = I_d + r_d \sum_{i=1}^l (N \cdot L_i) + r_s S + r_t T$$

ただし、

I_d : 背景光による反射光（定数）

r_d : 拡散反射係数

l : 光源の個数

N : 対称点での面の法線ベクトル

L_i : 第 i 番目の光源の方向ベクトル

r_s : 鏡面反射係数

S : 反射による入射光

r_t : 透過係数

T : 透過による入射光

図2 透明な物体における視線の分岐

図3 図2の例における binary tree の生成

ここで、屈折方向のベクトルの算出は Snell 法則に基づいている。

このモデルでは、第 1 項は背景光による拡散反射を想定し、定数を与えている。第 2 項では、光源から直接入射してきた光による拡散反射を想定している。第 3 項は鏡面反射光第 4 項は透過光である。

2.3 透明物体の表示の改良と簡略化

透明・半透明物体が複数個ある場合には、Ray Tracingによる視線は先に示した図 2 の例のように複数に分岐する。T. Whitted のモデルでは透過率および反射率に定数を与えているが、実際の物体では透過率および反射率は一定ではない。

T. Whitted のモデルに対して、透過率および反射率を Fresnel の反射法則により求めるモデルが安田ら⁸⁾によって考案されている。今回はその手法を用いて改良を施した。まず、Fresnel の反射法則^{9),10)}について簡単に述べる。

光は電磁波の一種であり、一般にP波（垂直偏光成分）とS波（平行偏光成分）とに分類される。入射光ベクトルを $\mathbf{E}$ 、反射光ベクトルを $\mathbf{R}$ 、屈折光ベクトルを $\mathbf{T}$ とし、法線ベクトルと $\mathbf{E}$ のなす角を θ_1 、法線ベクトルと $\mathbf{T}$ のなす角を θ_2 とする。また、屈折率が n_1 物質から n_2 の物質に光が入射するものとする。このとき、Fresnel の反射法則を用いて、入射光のエネルギー反射率および透過率のS波成分 R_S 、 T_S は次のように求められる。

$$R_S = \left[\frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \right]^2, \quad T_S = \frac{4 n_1 n_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)^2}$$

また、P波成分 R_P 、 T_P は次のようになる。

$$R_P = \left[\frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \right]^2, \quad T_P = \frac{4 n_1 n_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)^2}$$

自然光においては、S波とP波が混じり合っているが、それぞれのエネルギー反射率および透過率には通常物質では大きな差がなく、また計算を簡略化するために両者の平均を用いてエネルギー反射率および透過率を決定する。

また、簡略化としては、パソコンで透過な物体の表面で分岐したすべての視線を追跡することは、処理時間の点で困難である。そこで、透明物体における視線の追跡は2回までに限定し、それ以上は計算を打ち切るようにした。これは、パソコンのディスプレイによる形状や質感の表現能力を考えれば、ある程度の精度が得られれば十分であると判断したためである。なお、鏡面反射に関しても、視線の分岐はないものの同様な考えから視線の追跡は4回までに限定した。これらの簡略化により、十分とはいえないがパソコンでも透明・半透明や鏡面反射の雰囲気表現することが可能となった。

図4 Ray Tracing における基本ベクトル

3. 画像データの表現

現在、汎用のパソコンは16ビットのものが主流であり、それらのディスプレイでは同時8色のカラー表示が可能なだけのものが多い。これでは到底ソリッド・モデルの表現は不可能である。この問題を解決する方法として、2値表示デバイスに中間調を表示するディザ法と、多重露光法により光学的な重みづけ加算を行なう方法がある¹¹⁾。ディザ法には解像度が悪くなるという欠点もあるが、多重露光法に比べて処理時間が短く、入手の労力がいらぬという点では優れている。以下、今回使用したディザ法について簡単に述べる。

ディザ法には大きく分けて組織的ディザ法とランダムディザ法の2つがある。組織的ディザ法は、1つの画素を何ドットかに分解し、ある1つのドットの on・off はディザ・マトリックスというあらかじめ定められた値との比較によって決定する手法である。同時8色のカラー表示可能なパソコンのディスプレイでは、RGBそれぞれについて見れば2レベルの表示が可能なだけである。今回は図5のように、1つの画素を2×2ドットに分解しレベルの表示が可能となるようにした。この手法は一般によく用いられるが、CGによって作られたまったく雑音のない画像では、ディザ・マトリックスからの周期的なパターンが現われて画像が不自然になることがある。したがって、ランダム・ディザ法を組み合わせ使用した。

ランダム・ディザ法は、域値を乱数によって変化させ、確率的に明度を決定する手法である。一般には乱数により、コントラストが低下するが、S/N比を適当にコントロールすることにより、自然な画像を得ることができる。実際にはS/N比のコントロールは、RGBの各色において、雑音を加えることで明度レベルが2つ以上変化しないような最大の値をとるように設定した。

図5 2×2ドットによる明度近似

4. 結果と考察

今回のソリッド・モデルのデータの構築は、関数の形で表現可能な物体に限定したために、2次以下のモデルどうしの相貫にどどまった。この方法を更に発展させ、たとえばヒトの内臓（心臓とか胃など）の内部から、臓壁を観察できるような相貫体を表現するには、モデルの構築方法にまだまだ工夫が必要である。

なお、筆者のうちの一人は、複数の相貫体モデルを適切な空間に配置し、格子を投影しながらハーフミラーでモデル間の相貫線を表示する研究¹²⁾を行なったが、モデルそのものを任意にコンピュータ・イメージとして構築できる点および、写真撮影などの付属的な装置が不要である点で、今回の方が自由度が大きいと思われる。ただし、たとえばクレイ・モデルのように実在するモデルそのものの相貫を求める場合には、前者の方式も有効である。しかし、たとえばモアレ・トポグラフィによって実在モデルの3次元データをコンピュータ入力すれば、本稿の方法でも同じ効果が得られるものと思われる。

相貫体や切断面のパソコンによる表現も取り入れられつつあるが、平面でしか扱えないものが多い。本稿は、簡単な物体の表示にとどまったが、ソリッド・モデルを用いることにより、曲面どうしの相貫体が容易に表示できた。また、カラー表示により、相貫線が鮮明に区別できるので、形状理解にすぐれていることが確かめられた。この方法で作成した相貫体の例の一部を図6に示しておく。

(a) $A \cup B$

(a') $A' \cap B'$

(b) $A - B$

(b') $A' - B'$

(c) $A \cap B$

(c') $A' \cap B'$

図6 ソリッド・モデルによる相貫体表示の例

5. おわりに

現在の市販の汎用パソコンでは、やはり処理時間の長さでディスプレイの解像度に難点がみられた。しかし、簡単な形状に限定すれば、少々待ち時間は長いが一応の成果を上げることができ、初期の目的は達せられたものと思われる。

本研究をすすめるにあたり、日本電気(株)に機材利用の便を賜ったことを付記する。

(日本図学会、1985年度大会、青山学院大学にて口頭発表済)

参考文献

- 1) 日本図学会：図形科学ハンドブック，森北出版，1980
- 2) 長島，磯田：パーソナル・コンピュータによる3次元図形処理の一例，日本図学会，1984年度大会研究発表資料，1984
- 3) 鈴木，相沢：大学教養課程における計算機幾何学に関する一考察，日本図学会，1984年度大会研究発表資料，1984
- 4) T. Whitted: *An improved illumination model for shaded display*, Comm. of ACM, Vol. 23, No. 6, pp. 343—349, 1980.
- 5) W. M. Newman, R. F. Sproull: *Principles of Interactive Computer Graphics*, 2nd Edition, McGraw—Hill, 1979.
- 6) J. D. Foley, A. V. Van Dam: *Fundamentals of Interactive Computer Graphics*, Addison—Wesley, 1982.
- 7) 山口富士夫：コンピュータディスプレイによる図形処理工学，日刊工業新聞社，1981
- 8) 安田，横井，鳥脇，鶴岡，三宅：透明物体表示のための改良光線追跡法(2)，情報処理学会グラフィクスとCAD研究会，12—3，1984
- 9) 石黒浩三：光学，共立全書，1953
- 10) 久保田広：応用光学，岩波全書，1959
- 11) 山本強： *The 3 dimensional comuter graphics*, CQ 出版社，1983.
- 12) 長江，小高：光学的情報処理による図形認識(2) —特殊モアレ法による立体の相貫線表示とその解析—，図学研究，第29号，pp.15 —20，1980.

On Constructive Method and Its Applications for
Solid Models Applied to the Descriptive Geometry (1)

Takao MIYAMOTO

Sadahiko NAGAE

Setsuo FUKUNAGA

Fixing our eyes on the personal usage of the recent micro-computers, which have been remarkably developed one of these days, some applications on the Descriptive Geometry are presented in this paper. For example, intersecting bodies are colorfully displayed on the computer image which shows their shade and shadow by using the ray tracing method for the solid bodies. The results show that the usage of micro-computer is effective to solve some problems on Descriptive Geometry and it is a good tool to understand the shapes and construction of 3-D objects.