自由曲面の研究について

東 正毅 Masatake HIGASHI

概要:自動車などの意匠曲面形状を対象としたCADシステムは、単に数学的な表現式を用いただけでは実現困難である。本稿では、デザイナー意図に基づいて意匠形状を具現化するために、筆者らが自由曲面に関して行ってきた具体的な研究内容を中心に紹介する。まず、意匠曲面の評価の体系化と、曲率変化が滑らかな高品質曲面を創成するための縮閉線を用いた曲面の生成法と表現法を述べる。続いて、意匠設計の初期段階で自由に形を修正するための曲面変形法に触れ、立体形状での造形結果を計算機に入力するためのメッシュの処理法を述べる。最後に、意匠形状をパラメトリックに設計するための手法を述べる。

キーワード:形状処理／自由曲面／意匠設計

1. はじめに

自由曲面の研究は、1960年代初めに行われたコンピュータグラフィックス、CADの研究と共に発展してきた。それまでは、数学におけるスプライン^[1]を中心とした補間の研究であったが、航空機を対象としたファークソンの曲面式^[2]や、クーンズらによる曲面パッチ^[3]の研究が実施され、対象形状が工業製品となった。一方、ヨーロッパではベジエ^[4]が自動車への適用を目指した独自の式を開発した。これは制御点を用いた曲線・曲面式として、その後のB-スプライン式^{[5],[6]}などの発展に大きく寄与した。日本では、徳坂により曲線、曲面式の研究^{[7],[8]}が行われ、自動車業界を中心に1960年代後半よりボディの線図作成やマスタモデル、プレス型の製作を対象として実用化の研究が行われた。

自由曲面の研究は、以上の創生期以降、実用化に対応した問題解決と呼応して、より操作性が良く、かつ高品質なものを目指して進められてきている。これらの研究の概要は、ファリン^[9]やフォシェック^[10]により、テキストブックとして纏められている。本稿では、自動車などの意匠曲面形状を表すには、単に数学的な表現式を用いただけでは困難であり、筆者らが行ってきた自由曲面に関する研究開発を中心に、実用に供するために具体的にどのような努力が行われきたかを述べたい。

2. 意匠設計プロセスとCADシステム

自動車の意匠設計では、アイデアを創出しイメージにまとめてスケッチに表し、工学的な各種設計要件や人間工学的な条件を図面でチェックし、これらを立体モデルとして具現化する作業を何回か繰り返して最終的な設計案が作成される。図1の実線が情報生成の流れであり、破線がフィードバックの方向

図1 意匠設計のプロセス

(a) 最終クレイモデル (b) CAD モデルからの出力
図2 自動車のクレイモデルと形状モデル

である。意匠設計をその適用ステップで分類すると、アイデア段階、造形段階、造形が終了した段階と分かれる。このうち、スケッチに関わるところが第1段階、モデルを作成するところが第2段階、完成したモデルから後工程のための情報作成が第3段階となる。CADシステムの適用は、第3段階から始められ、現在は第2段階が実用化されている。

第3の段階では、確定した形状（クレイモデルなどの立体モデルやラフな線図）から、計算機の内部モデルに変換する機能を必要とする。米国の自動車メーカーではGM(General Motors)が、1960年代初にコンピュータグラフィックを用いた先駆的な意匠設計システムを発表している。日本の自動車メーカーでは、1970年頃デザイン線図を作成するシステムが開発され、1980年頃には、曲面式を用いた意匠造形システム^[11]が開発され実用化された。図2は、CADシステムにより作成された形状モデルから、カラー陰影図を生成したものである。このように意匠形状が完全に計算機で表現されており、また周囲の景色の映り込みを考慮することでリアルな画像の出力が可能となり、外形色の検討にも使用されている。

第2段階では、デザイナーのイメージを基に、3次元的な立体形状を造形する機能が必要である。この段階については、商用システムが多数販売されており、透視図よりの入力、簡便な形状生成と修正、立体モ

デルの測定データからの曲面式生成などの機能が用意されているが、まだまだ不十分である。

第1の段階では、デザイナーの創造活動を支援するために、過去の設計例を分類しこれを自由に検索(探索)したり、自由に組み合わせて新しい形を作ったり、さらにこれを変形する機能が必要となる。このため、ニューラルネットワーク(NN)、遺伝子アルゴリズム(GA)、コンピュータグラフィックス(CG)技術を使用して各種研究が行われている状況である。

3. 美しい曲面とその評価

従来のデザイナーによる設計作業では、その美しさの評価はデザイナー自身の感性による。周囲の風景等の映り込みによる視覚的な効果を評価するためのツールとして、モデル上でのハイライトライン(多数の平行な蛍光灯の映像線)が使われている。この映像の形と滑らかさによりリズムやボリューム感を評価できる。また、曲面の形状では、その曲率変化の滑らかさが重要であり、ハイライトチェックと合わせてモデルや金型での触感テストによってこのチェックが行われていた。

以上の作業をCADシステムで行うためには、これらを数学的に定義し、作成された内部モデルがデザイナーの意図通りかをグラフィック画面上で対話的に評価されなければならない。このため、蛍光灯映像をシミュレートした疑似ハイライト線、触感テストに対応する曲率プロファイルの表示機能が開発された^[11]。

このハイライト線は、曲面の法線と入射方向とが直交する点の軌跡であり、平行投影の輪郭線や平行光線に対する陰線と一致する。この入射方向を座標軸周りに回転してやると多数の曲線がパターンとして表現され、この並びにより評価が行われる(図3参照)。従来は、線図上で断面線に対して接線方向が等しい点を結んだ曲線として作図していたものである。最近では、コンピュータグラフィック技術の発達により、映像線を直接計算するシステムや、実時間で表示するため直線列を曲面に垂直投影するシステムがあり、これらを縞模様として表示する機能もある。

曲率プロファイルは、曲線に沿って各点での曲率半径をその1/10の大きさで表示したものである。欧米ではこの代わりに、横軸に線長をとり縦軸に曲率値をとったグラフである曲率プロットが使用されている。好ましい曲線としては、曲率変化の単調な少ない区間で構成されている程良いとされている。また、変曲点が2個ある曲線は、単調であっても好ましくないとされており、非常に厳しいものである。

曲面生成機能と合わせて、これらの評価機能を組み込むことにより、形状良否の判定が可能となり、CADシステムが実用化された。たとえば、曲線形状

図3 ハイライト線によるチェック

の良否を実際の線自体で行うには、デザイナーの技量が必要であるが、曲率プロファイルを用いると、素人でもその良否を簡単に判定できる。

以上のチェック機能に加え、スケッチに表現されたデザイナーの意図を捉えて、計算機に入力して評価するには、デザイナー意図を数学的な特徴として捉えなければならない。このための研究として、曲面の基本的な性質とデザインの特徴線を抽出し、これら相互の関係が解析されている^[12]。曲面の基本的な性質は、その曲がり具合を表す主曲率の分布のし具合(等主曲率線による等高線とその稜線)により表現でき、これが形状の見え方に大きく影響していることが示された。スケッチに現れる輪郭線、ハイライト、映像線などの特徴線が、拡散反射や鏡面反射の輝度、人間の視点に対する角度などで定まる諸量の等高線や稜線で表現できることが示されている^[13]。

(表1参照)。曲面の滑らかさのチェックでは、輝度に関する稜線よりも、前述の疑似ハイライト線(シルエットパターン)が敏感である。

表1. 曲面稜線によるレンダリングの特徴線の体系化

		諸量の等高線	曲面稜線	等高線=0
固有	主曲率	等主曲率線	固有稜線(曲率極値線)	凹凸分割線(ガウス曲率=0)
	断面線曲率	断面等曲率線	断面稜線	尾根谷分割線
	高さ	等高線	尾根谷線	(水平線)
方向	傾斜/光線	等傾斜線(等輝度線)	傾斜極値線(拡散光稜線)	凹凸分割線(ガウス曲率=0)
	傾斜	視点等傾斜線	視点稜線	陰線
視点	光線	等ハイライト線	ハイライト稜線	—
	映像物	格子映像線	映像対称線	水平線

4. 縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲面の生成

以上の解析で、曲面の美しさや滑らかさを支配する要因が、曲率の変化のし具合であることが明らかになってきている。従来からCADシステムで使われている曲面表現式としては、2つのパラメタを使ってベクトルの曲面座標を表すパラメトリック表現式が用いられてきたが、曲率変化のし具合を精度良く意図通りに表すことができない。

曲率変化を直接制御することが、デザイナー意図に直結し、かつ滑らかさを満足できると考えて、曲面をその生成曲線の曲率変化より定めようという研究を行った^{[14]~[16]}。これは、デザイナーの曲面生成では、母線（主形状を示す曲線）を導線（移動をガイドする線）に沿って移動するという考えで、クレイモデルの造形作業が行われており、この手法をベースとし、かつ曲率変化を意図通りに滑らかに実現するものである。曲線の曲率中心の軌跡は、微分幾何学的には縮閉線と呼ばれ、縮閉線を糸を張って展開するともとの曲線（伸開線）となるという良い性質を持っている。曲率変化のし具合は、縮閉線を移動してできる曲面（縮閉面）の形状をどのように定め、どのように制御するかという問題となる。

現在までに、曲面の4境界線が与えられたときに、その内部の曲面を曲率変化が滑らかになるように定める方法^[14]、中間の曲線形状や曲率変化のパラメタを与えて形状を制御する方法、さらに、周辺の曲面形状と接続して形状を制御する方法について、良い結果が得られている^[15]。また、ハイライト線が滑らかとなる評価基準を定め、これを最小とするように縮閉面を定める方法も提案されている^[16]。図4は、この1例であり、左図は曲率変化を線形に補間したものであり、右図は評価基準を最小にようにした結果である。また、図5は、指定されたハイライト線を持つように滑らかな曲面を生成したものである。

図4 ハイライト線に基づく曲面生成

(a) デザイナーによる指定 (b) 修正結果

図5 ハイライト線の修正による曲面の修正

図6 点、線指示による形状変形

5. 曲面変形操作と触覚ナビゲーション

自動車等の意匠設計において、その初期段階ではデザイナーの意図する形状を作成するために、曲面上の点の位置や曲線を指定して形状を自由に変形することが必要である。このための研究としては、曲面を表す制御点を用いるもの、エネルギーを用いるもの、多角形を変形するものなどがある。筆者ら^[17]の研究では、単純な補正関数を用いて、指定された点や曲線に対する曲面の法線方向の変更量を曲面全体に滑らかに分布させ、すべての指定点や曲線を通して曲面形状を定める。補正関数は、2セグメントのベジエ曲線式とし、曲線が指示された場合には、カーディナルスプラインにより表す。これにより、トリム曲面を含めて、複数の曲線や点を指定してアルタイムに曲面形状を変形することができた。

次に、複合曲面形状についての変形操作を実現するため、従来の法線方向への移動に代わって、任意のベクトル方向への移動を可能とする表現式を検討した。バーンシュタイン多項式をもとに、指示点数に対応した複数タイプの関数を、低次のベジエ曲線

図7 触覚ナビゲーション

を用いて定めることにより、滑らかな変形を可能とした。図6に実施例を示す。(a), (b)が3点指示に対する変形, (c), (d)が、曲線指示に対する変形である。いずれも、滑らかに形状が変形されていることが分かる。また、変形操作を実施した複合曲面形を、他のCADシステムでも使用できるようにベジエ式に変換する手法と、変形を指示した点数が増加しても、式がこれに対応して複雑とならないような変形法を提案した。

以上の変形手法が、VR (Virtual Reality)技術を用いたインタフェースにより、デザイナーがクレイモデル上と同様な操作ができるかを検討する。CADシステムにおいては、物体を実際に触りながら操作する技術は不十分である。そこで、液晶シャッターメガネを用いた立体視システムと触覚デバイス (PHANTOM) を使用して3次元形状を実際に操作しながらインタラクティブに設計する操作環境を実現する (図7参照)。また、対象物を操作するために触覚ナビゲーション機能^[18]を開発した。これは、ユーザが立体を操作するとき、対象物の点、線、面に対しての認識や操作をやり易くするもので、その近傍に近づくと引力を発生し、かつ、その変形操作を行うには操作力を必要とするものである。この機能を用いると、曲面形状を自由になぞることができ、触感による形状認識を可能とする。以上の機能を、前項の曲面変形に組み込んで実験を行った結果、その有効性が確認できた。また、曲面形状の曲率の大きさや変化のし具合と段差や折れを知覚することができた。

6. 測定点からなるメッシュデータの平滑化

近年、測定技術、曲面処理技術の進展により、市販システムによるリバースエンジニアリング (立体モデルから測定したデータをもとに曲面形状モデルを生成) が進められているが、そのまま金型に使用できるような高品質の曲面の生成は難しい。この要因は、測定点に含まれる誤差の平滑化と曲面を要素に分割するセグメント化技術が確立されていない

(a) インプットデータ (b) 平滑化結果

図8 4階差分商による4辺形メッシュの平滑化

ためである。そこでこの研究^{[19], [20]}では、測定点列から作成されたメッシュ状データに対し、高品質な曲面データに平滑化する処理法を開発する。まず、4辺形よりなるメッシュについて検討し、続いて一般的な三角形メッシュを扱う。

4辺形メッシュでは、各点での曲面のパラメタ線に対して4階差分商値を計算し、この絶対値を局所平滑度とする。この値が最大のものからニュートンの補間公式を用いて、逐次、これをゼロとなるように修正する。5×5のメッシュポイントのうち、16点から中央の9点の位置を定める操作を全体の平滑度が減少しなくなるまで繰り返す。対象形状としては、4辺形メッシュを基本とするが、端部や中央部の穴などでデータが格子状にならない場合の処理法についても、中央から周辺に向けて平滑化を伝搬させるという考え方で、滑らかな形状となる処理法を考案した。さらに、曲率連続とならない部位に対して、この場所での接続性を落として、平滑化する手法を開発した。図8は平滑化の例であり、入力データに対して境界部もきちんと平滑化されていることが分かる。赤い線はシルエットパターンを示しており、曲率変化が滑らかとなっていることが分かる。

次に、4辺形メッシュとは限らず任意の三角形メッシュに対しての平滑化を行う。コンピュータグラフィックスの分野では、測定されたメッシュデータの誤差を除去する平滑化手法が幾つか提案されている。しかし、これらの手法では、稜線などのメッシュデータの特徴が損失することや、曲線・曲面の滑らかさが不十分であるという問題点があった。そこで、この研究では曲面の凹凸に基づく平滑化基準を用いて特徴形状の抽出を行い、特徴となる稜線で分けられた領域に対して単位化された2階ラプラシアンを用いて平滑化を行う手法を開発した。境界線でのラプラシアン値を法線成分と曲線成分から計算すること、稜線では分離した曲面で平滑化し後に合成することにより、滑らかな曲面を得ることができた。さらに、この様な特徴線での分割を行わないで、ラプラシアン値での平滑化度より平滑化の方向にウェイトを付け異方性の平滑化を行う手法を考案した。図9はこの平滑化結果の例である。稜線が保存されかつ曲面形状が滑らかとなっている。

(a) 入力データ

(b) 平滑化結果

図9 離散ラプラシアンによるメッシュの平滑化

7. 曲率変化に基づく意匠曲面形状のパラメトリック設計

自動車等の意匠設計において、その初期段階ではデザイナーの意図する美的な形状を自由に生成することが望まれる。この研究^[21]では、デザイナーの意図が曲率変化により表現できると考え、曲率変化により体系化されたカーブ定規を指定して意匠形状を作成し、曲面表現式のパラメータを変更することで、自由に形状を生成する機能を開発する。カーブ定規としては、2次曲線や対数らせんなどを選択し、カーブ定規をガイド線に沿って移動することにより曲面が生成され则认为、定規のタイプや拘束条件をパラメータとして表現する式を導入した。さらに、ガイド線を2投影面上のベジエ曲線で表現することにより、曲面全体をパラメトリックに変更できるようにした。続いて、稜線について両側に指定した曲線間を、曲率変化が単調な2つの曲線で両側の曲面と曲率連続で接続することにより、フィレット形状を生成する方法を開発した。これらを自動車の形状について適用し、意図通りの形状が作成できることと、パラメータの変更で形状が修正できることを確認した。さらに、車の外形などに付けられるモールやレリーフなどをフィーチャとして定義し、位置を定める投影線と段差や幅などの大きさをパラメータとして指定できるようにした。図10に自動車の外形形状に対するパラメトリック設計の例を示す。企画に対する寸法と、構成曲面でのカーブ定規の番号と拘束条件についての簡単な指示で、高品質曲面で構成される概略のイメージを具現化できている。

4. まとめ

自由曲面の研究について、意匠設計プロセスへCADシステムを適用するための技術の観点で整理し、筆者らの研究内容を紹介した。本稿では概要しか述べられ

(a) 初期設計結果

(b) パラメータ変更結果（スポーティに変更）

(c) パラメータ変更結果（車の丸みを変更）

図10 意匠形状のパラメトリック設計

ていないので、細かな技術的な点は参考文献を参照されたい。また、全般的な曲面表現や処理法については、参考文献[9], [10]を参照されたい。

本稿での研究は、豊田工業大学の設計工学研究室の学生諸君との共同研究で行われたものがほとんどである。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- [1] de Boor, C., "Bicubic Spline Interpolation", *J. Mathematics and Physics*, 41 (1962), pp.212-218.
- [2] Ferguson, J.C., "Multivariable curve interpolation", *J. the ACM*, 11 (1964), pp.221-228.
- [3] Coons, S.A., "Surfaces for Computer-Aided Design

- of Space Forms”, *MIT Project MAC, TR-41* (1967).
- [4] Bézier, P., “*Numerical Control: Mathematics and Applications*”, John Wiley & Sons (1972). translated from the French by R. Forrest.
 - [5] de Boor, C., “On Calculating B-splines”, *J. Approx. Theory*, Vol.6, No.1 (1972), pp.50-62.
 - [6] Riesenfeld, R.F., “Application of B-spline Approximation to Geometric Problem of Computer Aided Design”, *UTEC-CSc-73-126* (Univ. of Utah) (1973).
 - [7] 穂坂 衛, “自由曲面形状の理論と設計”, 情報処理, 8巻, 2号 (1967), pp.65-72.
 - [8] 穂坂 衛, “曲線, 曲面の合成および平滑化理論”, 情報処理, 10巻, 3号 (1969), pp.121-131.
 - [9] G Farin著, 木村文彦監修, 山口 泰監訳, CAGDのための曲線・曲面理論, 共立出版 (1991).
 - [10] Hoschek, J. and Lasser D., “*Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*”, A K Peters (1989). translated from German by Shumaker, L.L.
 - [11] Higashi, M. et al., “A An Interactive CAD System for Construction of Shapes with High-Quality Surface”, *Proc. CAPE'83*, North-Holland (1983), pp.371-390.
 - [12] 東 正毅, 近藤 学, 曲面の基本的性質の解明と美的意匠曲面の評価—等主曲率線, 曲率極値線による曲面の解析—, 精密工学会誌, 59巻, 3号 (1993), pp.441-447.
 - [13] 渡辺由美子, 斉藤 剛, 東 正毅, “曲面稜線による美的意匠曲面の解析”, 情報処理学会論文誌, 40巻, 2号 (1999), pp.702-709.
 - [14] 東 正毅, 蔦森秀夫, 縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線, 曲面の生成 (第3報) — 4境界線を境界とする曲面の生成 —, 精密工学会誌, 62巻, 9 (1996), pp.272-1276.
 - [15] 東 正毅, 山根道敏, 縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線, 曲面の生成 (第4報) — 縮閉面による形状制御と周辺曲面との接続 —, 精密工学会誌, 63巻, 12号 (1997), pp.1690-1694.
 - [16] 東 正毅, 原田博仁, 縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線, 曲面の生成 (第5報) — 滑らかなハイライト線を持つ曲面の生成 —, 精密工学会誌, 66巻, 4号 (2000), pp.556-561.
 - [17] 東 正毅, 作原昌行, 金子孝信, “点, 曲線指示に対する補正関数を用いた自由曲線形状の変形”, 精密工学会誌, 68巻, 3号 (2002), pp.377-381.
 - [18] Masatake Higashi, Nobuaki Aoki, Takanobu Kaneko, “Application of Haptic Navigation to Modify Free-Form Surfaces Through Specified Points and Curves”, *Trans. of the ASME: Journal of Computing and Information Science in Engineering*, Vol.2, No.4 (2002), pp.265-276.
 - [19] 東 正毅, 山田健二, “4階差分商を用いたメッシュデータの平滑化”, 精密工学会誌, 67巻, 5号 (2001), pp.749-753.
 - [20] 東 正毅, 山田 健二, “4階差分商を用いたメッシュデータの平滑化 (第2報) — 欠落のあるメッシュとC¹連続への対応 —”, 精密工学会誌, 69巻, 8号 (2003), pp.1135-1140.
 - [21] Oya, T., Mikami, T., Kaneko, T. And Higashi, M., “Parametric Design Method for Shapes with Aesthetic Free-Form Surfaces”, *Proc. Geometric Modeling and Processing – GMP 2006* (2006), pp.371-384.

著者紹介

東 正毅 : 豊田工業大学大学院工学研究科情報援用工学専攻, 468-8511, 名古屋市天白区久方2-12-1
1968年東京大学工学部計数工学科卒業, 同年トヨタ自動車入社, 1986年豊田工業大学助教授を経て教授, 形状・フィーチャモデリング, CAGD等の研究に従事