603 ボクセル解析によるHIFUシミュレーション

HIFU Simulation using Voxel Analysis

正 鈴木克幸 (東大)、正 藤井大地 (近大)、正 大坪英臣 (東大)

Katsuyuki SUZUKI, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo Bunkyo-ku, Tokyo
Daiji Fujii, Kinki University
Hideomi OHTSUBO, The University of Tokyo

Key Words: HIFU simulation, Voxel Analysis, Wave propagation, PML absorbing boundary

1. はじめに

近年、患者の負担の少ない癌治療法として、強力集束超音波 (HIFU: High Intensity Focused Ultrasound) を利用した温熱療法が注目されている。この治療法では、人体外部から加温装置 (トランスデューサ) をあてて、癌細胞と正常細胞の温度感受性の差を利用して癌細胞を選択的に破壊する。この治療法では、患部とその周辺部の温度管理が重要であり、周辺部の正常細胞を破壊しないようにする必要がある。しかしながら、人体内の温度を測定するためには、温度センサーを直接加温部位に刺入する必要がある患者の負担を増す。したがって、シミュレーションによって温度分布を予測できれば非常に有効である。

超音波の生体内の波動伝播解析に関する既往の研究は、文献 1), 2) にまとめられているが、通常の差分法や有限要素法では、メッシュ分割数が膨大になりすぎるため、差分法とFFTを組み合わせたK-Space法やpseudospectral (PS)法が主流となっているが、単媒質の矩形領域に限られる。これに対して、ボクセル解析法は複雑な多媒質の扱いが容易であり、また、トランスデューサ等の矩形領域でない対象でもの形状モデリングも容易である。そこで、この論文ではボクセル解析によるHIFUのシミュレーションを試みる。シミュレーションは波動伝播解析、熱伝導解析の2段階で行われる。特に前者の解析は、境界における反射波の問題、計算量の問題等があり、非常に難しい問題である。この論文では、Berenger⁽³⁾によって提案されたPML (perfect matched layer)境界を用いる。また、解析の大規模化に対応するようにPCクラスターによる並列計算を行った。

2. 波動伝播の解析

音波の運動方程式と構成方程式は以下のようになる。

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\nabla p \quad (1)$$

$$p = -K \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2)$$

ただし p は音圧、 $\mathbf{u}$ は x, y, z 方向の変位を成分とする変位ベクトル、 ρ は単位体積質量、 t は時間、 K は媒質の体積弾性率、 ∇ はハミルトンの演算子を表す。(1), (2)式は無減衰の方程式であるが、媒質に減衰を考慮し、領域の境界をPML境界とする場合、次のような速度式に書き換えられる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{\alpha^*}{\rho} \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \nabla \cdot \mathbf{u} - K \alpha p \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 α^* は質量比例型減衰係数、 α は剛性比例型減衰係数である。領域内部においては(3), (4)式を基礎式とし、生体の解析では一般に $\alpha^* = 0$ として、 α を用いて内部減衰を評価する。

一方、PML境界では、音波の波動を仮想的に x, y, z 方向に分解し、境界に垂直な成分のみにインピーダンスマッチング条件を適用して波動を打ち消す。この場合、(3), (4)式は次式のように分解される。ただし、 p_x, p_y, p_z は仮想的に定義される x, y, z 方向の圧力成分である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p_x + p_y + p_z)}{\partial x} - \frac{\alpha_x^*}{\rho} \dot{u}_x \\ \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p_x + p_y + p_z)}{\partial y} - \frac{\alpha_y^*}{\rho} \dot{u}_y \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p_x + p_y + p_z)}{\partial z} - \frac{\alpha_z^*}{\rho} \dot{u}_z \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_x}{\partial t} &= -K \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} - K \alpha_x p_x \\ \frac{\partial p_y}{\partial t} &= -K \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} - K \alpha_y p_y \\ \frac{\partial p_z}{\partial t} &= -K \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - K \alpha_z p_z \end{aligned} \quad (6)$$

(3), (4)式から重み付き残差式を作り、 p に関する x, y, z 方向の微分項を部分積分して弱形式とすると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \mathbf{w}_u^T \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\alpha^*}{\rho} \mathbf{u} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{w}_p \left(\frac{\partial p}{\partial t} + K \nabla \cdot \mathbf{u} + K \alpha p \right) d\Omega \\ + \int_{\Omega} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial w_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial w_{uy}}{\partial y} + \frac{\partial w_{uz}}{\partial z} \right) p d\Omega \\ - \int_{\Gamma} \frac{1}{\rho} \left(w_{ux} \bar{p}_x + w_{uy} \bar{p}_y + w_{uz} \bar{p}_z \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{w}_u, \mathbf{w}_p$ は基本境界条件を満足する重み関数、 Γ は自然境界を表し、 $\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$ は、自然境界表面に作用する音圧である。これを、ボクセル有限要素 (8 節点長方柱要素) を用いて離散化すると、各要素に対して次式の離散化され

た運動方程式が得られる。

$$\mathbf{M}^e \dot{\mathbf{V}}^e + \mathbf{K}^e \mathbf{V}^e = \mathbf{F}^e \quad (8)$$

同様に境界上の PML 要素に対しては、(5)、(6)式を弱形式に変換し、有限要素離散化すると以下ようになる。

$$\mathbf{M}^{Be} \dot{\mathbf{V}}^{Be} + \mathbf{K}^{Be} \mathbf{V}^{Be} = \mathbf{F}^{Be} \quad (9)$$

ただし、状態変数 $\mathbf{V}^{Be}$ は音圧項 p を x, y, z 方向成分に分解したものになる。これらを全要素に対して重ね合わせを行うことにより、全体の運動方程式を得ることができる。ただし、(6)式に相当する部分は PML 境界要素で独立に満足されるものとして重ね合わせは行わない。時間積分には 4 次精度の Runge-Kutta 公式を用いる。

なお、 $\mathbf{M}$ は各行の成分の総和を対角項とする対角化を行う。また、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}$ を作ると膨大なメモリーを必要とするため、実際には各要素のマトリクスのみを記憶し、ベクトル上で重ね合わせを行う。ボクセル有限要素法では、要素形状をすべて同じとするので、同じ媒質に対する要素剛性マトリクスはすべて同じであり、計算効率は格段に向上する。

3. 温度分布の解析

音波による振動エネルギーは平面進行波の場合、単位時間あたり次式となる。ここに c は音波の速度である。

$$I = \frac{p^2}{\rho c} \quad (10)$$

この振動エネルギーの一部が熱に変化することによって減衰が生じる。ここでは既往の研究^{1),2)}に基づき、この発熱量を減衰係数 α に比例するものとする。時刻 t における発熱量は次式から計算される。

$$Q(t) = \int_V \alpha I dt = \frac{\alpha}{\rho c} \int_V p^2 dt \quad (11)$$

これを発熱源として、生体の熱輸送方程式（以下の Pennes 式）を解くことにより、生体内の温度分布の時刻歴を得る。

$$\rho c_t \frac{\partial T}{\partial t} = k_t \nabla^2 T - W_b c_b (T - T_b) + Q \quad (12)$$

ただし c_t は生体組織の比熱、 k_t は生体の熱伝導率、 W_b は血流量、 c_b は血液の比熱、 T は温度、 T_b は血液温度である。

波動伝播解析と同様に、重み付き残差式を作り、弱形式に変換して一要素に関して離散化することにより温度分布に関する微分方程式を得る。これを時間積分することによりタイムステップごとの温度分布の時刻歴応答を得る。ただし、時間、空間分割は波動伝播解析の分割よりもはるかに大きくすることが可能である。

4. 解析例

図1のように、焦点を中心とする円弧により形成される表面に外力を一樣に与えることにより、2次元においてトランスデューサをモデリングした。また、外力として、1 MHz の超音波を与えた。図2より、焦点部分に超音波が集束され、

圧力が他の部分よりも高くなっている様子がわかる。また、熱伝導解析による温度分布を図3に示す。

図1 トランスデューサのモデリング

図2 波動伝播解析（圧力分布）

図3 熱伝導解析（温度分布）

参考文献

- 1) Wojcik, G., et. al., Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, pp.1501-1506, 1997
- 2) Wojcik, G., et. al., Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, pp.1-6, 1998
- 3) Berenger, J.P., Journal of Computational Physics, 114, pp.185-200, 1994