233 コラーゲン線維束の不均質性と線維相互間の干渉力を考慮した 靱帯力学モデル

Mathematical Modeling of Ligament considering of its Heterogeneity and Mutual Interaction of Fascicles

○学 佐崎祥子 (九州大学), 学 飯塚恵一, 正 廣川俊二

Shoko SAZAKI, Keiichi IIZUKA and Shunji HIROKAWA
Kyushu University, Ropponmatsu 4-2-1, Chuo-ku, Fukuoka

1. 緒 言

生体の腱・靱帯などのコラーゲン組織は階層構造を成しており、分子レベルの線維素が集まって線維、その線維が集まって線維束、線維束が集まって腱・靱帯を形成している。本研究では、豚の前・後十字靱帯を対象とした一連の引張り試験を行っているが、線維束 (fascicle) の引張応力-ひずみ関係を靱帯自身の引張応力-ひずみ関係を対比してみると、靱帯に比べ線維束の応力はかなり小さく、ひずみが大きくなるとの結果を得ている [1]。これと同様の結果は、家兎膝蓋腱を対象とした実験でも報告されており [2]、さらに、線維束より下層のコラーゲン線維の場合、線維束よりさらに強度が低下し伸びが大きくなっているとの実験結果も報告されている。腱や靱帯の引張特性には、コラーゲン線維 (束) のみならず線維 (束) 相互の干渉や間質物質の影響が含まれるため全体的に力学強度が増大するとも考えられる。

しかしながら、工業用複合材料の場合、繊維相互がどのように干渉あっても、複合材の強度や剛性が主要強度材である繊維のそれらを上回ることはあり得ず、繊維より弱い基質 (靱帯での間質物質に相当) が複合体の強度増加に寄与するようないかなるメカニズムも存在しない。したがって、工業用複合材と異なる特性を示す生体複合材 (靱帯) のミクロレベルでの力学的メカニズム追求は興味深いところであり、このメカニズムが解決されない限り、靱帯損傷の病理を解明することもできず、術式、治療や損傷予防に関する真に有益な臨床知見も得られない。仮に、これまでの引張り試験方法・結果の誤りが上記矛盾の原因であることが確認されるならば、それもまた、臨床的には極めて重要で警告的な新知見となり得よう。

そこで本研究では、単一 fascicle や fascicle 相互の伸びひずみの不均一性に注目し、さらに、fascicle 間の干渉力を考慮することにより、各階層レベルでの引張応力-ひずみ関係の特性の違いを説明できる力学モデル構築を検討した。

2. 靱帯の力学モデル

工業用材料に比べ、生体材料の形状や機械的性質はバラツキが大きい。したがって、腱・靱帯の構成要素である fascicle も全長に渡ってその断面積や機械的性質が均一・均質であるとは考え難い。そこで、この不均一・不均質性を前提とした以下のような力学モデルを考える。簡単のため、fascicle は線形弾性体であると仮定し、そのヤング率を E として、応力・ひずみ関係が $\sigma = E\varepsilon$ で表される 1 本のばねとみなす。次に、fascicle の走行方向に沿っての不均質性を模擬するため、fascicle を走行方向に数分割し、それぞれの区分に対して異なるばね定数を与えることにす

る。さらに、間質物質が fascicle 相互を接着する働きを有すると仮定する。この接着力には単純なばねによる接続を考える。よって、靱帯が伸びる際に、隣接する fascicle 同士の伸び方の違いにより、干渉力として想定したばねによる力が発生する。

以上の仮定を基に、Fig.1 のようなモデルを考える。Fig.1 では 2 本の fascicle をそれぞれ走行方向に 3 分割している。同図で、 x_{ij} , k_{ij} : i 番目の fascicle の j 番目の節点およびばね定数、 f_i : i 番目の fascicle の力、 F : 全体の力、 c : 干渉力のばね定数である。fascicle を線形弾性体と仮定しているの、ばね定数は $k = EA/l_0$ と表せる (ただし、 E, A, l_0 はそれぞれ fascicle のヤング率、初期断面積、初期長さ)。ここで、それぞれの fascicle の伸びはすべて等しく、さらに fascicle 自体のヤング率もすべて等しいと仮定している。

Fig.1 Spring model representing an interaction between two fascicles

Fig.1 の各節点に対する力の釣り合いは (1) 式で表される。

$$Au = y \quad (1)$$

ただし

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & C \\ C & A_2 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} k_{i1} + k_{i2} + c & -k_{i2} & 0 \\ -k_{i2} & k_{i2} + c & -1 \\ 0 & k_{i3} & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C = \begin{bmatrix} -c & 0 & 0 \\ 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad u_i = \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ f_i \end{bmatrix}, \quad y_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_{i3} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2$$

以上により, (2) 式は fascicle の本数に, (3) 式は fascicle の走行方向の分割数に依存していることがわかる。

次に, (2) 式を fascicle n 本, 分割数 m として一般化すると, (4) 式のように表される。

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & C & 0 & \dots & 0 \\ C & A_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & \dots & C \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & C & \dots & A_n \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

行列 A は対称行列となり, 行列 A における C の配置は隣接する fascicle との相対的位置関係によって決まるが, ここでは, 1 本の fascicle を 6 本の fascicle が囲むような理想的な配列を想定している。Fig.2 に, 50 本の fascicle がこのような理想的状態で配列している例を示す。同図で, 黒く塗りつぶされた部分が fascicle を表す。一般化された場合の u_i, y_i も (3) 式と同様に表すことができ, A_i および $u_i, y_i (i = 1, \dots, n)$ はそれぞれ $m \times m, m \times 1$ の行列およびベクトルとなる。

Fig.2 An example of typical arrangement of fascicles

3. シミュレーション

2 節で示したモデルで干渉力として仮定したばねによる力の係数 c の具体値を実験で求めることは難しい。先に導出した式で, c の値を様々に変えて数値シミュレーションを行った。Fig.3 に, 一定変位の条件下で得られた全体応力 σ と c の関係を示す。シミュレーションでは, fascicle のヤング率は, 引張試験で得られた実測値を用い, fascicle 本数を 50 本, 分割数を 10 とした。同図によれば, c の値が増加するにつれ全体の力が増加しているのがわかる。また, c の値がある一定以上になると全体の応力増加が飽和傾向を示すことがわかる。

なお, ばね定数 k については, 分割数 10 に対し 1 箇所のみが弱い部分であり, そのほかの部分と同じ大きさのばね定数を持つ強い部分と設定している。しかし, 強い部分に対する弱い部分のばね定数の大きさによって Fig.3 の結果は大きく変わり, その差が大きいほど全体の力の増加量は大きくなる。その理由は, 干渉力が隣接する fascicle 相互の変位差により生じると仮定しているため, ばね定数の差が大きいほど変位差も大きくなるためである。また, 分割数を小さくするほど, この力が大きく出る結果となったが, これも同じ理由による。

4. 考 察

本研究では, fascicle の機械的性質が走行方向に沿って不均一である点に注目し, さらに, fascicle 間の干渉力を考慮することにより, 靱帯全体の力学強度が, 靱帯の主要強度材である fascicle より増加する現象を説明できる力学

Fig.3 Variation of stress under constant elongation against various interaction forces

モデルを考案した。モデルでは fascicle を線形ばねで近似したが, 実際の靱帯および fascicle は超弾性体であり, 非線形挙動を示す。したがって, 非線形挙動を示すようなモデルを考案する必要があるが, 具体的には, 伸びに応じて k の値を変更していけば良い。

靱帯が示す $\sigma - \varepsilon$ 曲線はつま先領域, 線形領域, 微小破断領域, 破断領域 4 つの領域に分けることができる [3]。これら 4 領域中, 微小破断領域は数本の fascicle が破断し始め, 破断していない残りの fascicle で張力を受け持つことになるため, 応力は一定であるがひずみだけは進行するという領域である。この微小破断領域に関しては, 本モデルを拡張することにより, 破断現象を再現し得る力学モデルの構築が可能であり, このような拡張モデルによるシミュレーション解析を今後に予定している。

なお, 膝十字靱帯を矢状面に対して平行にスライスした薄膜を用いた引張り試験によると, 前十字靱帯ではもつとも前方, 後十字靱帯ではもつとも後方の薄膜が中央の薄膜に比べヤング率が高くなるという実験結果が得られている [1]。このことにより, 靱帯を構成する fascicle は靱帯の部分ごとにヤング率が異なっており, しかも, 外側表皮層には fascicle よりもさらに力学強度が高い被膜の存在が確認されている。本研究では簡単のため, 靱帯中のすべての fascicle の機械的性質を同一と仮定したが, 単一 fascicle の走行方向の不均一性同様, fascicle ごとの不均一性や, 上記被膜の存在を考慮に入れることで, 本力学モデルをさらに実際の靱帯に近づける必要がある。

5. 結 言

fascicle の走行方向に沿った不均質性と, fascicle 間の干渉力を考慮した本モデルは, 靱帯において複合体の方が主要強度材より強くなる現象を表す一つのモデルとして成り立つ。本モデルにはさまざまな発展が考えられ, 現在用いている種々の仮定を逐次外すべくモデルを再構築することで, より実際に近いモデル構築が可能である。

参考文献

- [1] 迫下勉, 膝十字靱帯における力学特性と組織構造の関係, 九州大学, 修士論文, 2002.
- [2] 林紘三郎, バイオメカニクス, コロナ社, 45-46, 2000.
- [3] 林紘三郎 他, 生体機械工学, 日本機械学会, 114-115, 1997.