219 カオス短期予測法を用いた強制減衰振子の予測制御 (制御性能向上のための数値的検討)

Predictive Control of a Forced Damped Pendulum Using a Short-Term Prediction Method Based on Chaos Theory (Numerical Investigations for Improvement of Control Performances)

○正 増本 憲泰 (早大)

正 山川 宏 (早大)

Noriyasu MASUMOTO, Waseda University, 3-4-1 Okubo, Shinjuku, Tokyo 169-8555, Japan
Hiroshi YAMAKAWA, Waseda University

Key Words : Vibration Control, Digital Control, Time Series Prediction, Predictive Control
Forced Damped Pendulum

1. 緒 言

カオスなどの非線形現象は、機械システムにとっては好ましくない現象であると考えられる場合が多く、そのような現象が現れないような設計がなされるのが一般的である。したがって、通常の稼働条件下でカオス理論を積極的に応用することが可能な機械システムは非常に少ない。しかし、カオス理論の応用技術の一つである時系列の決定論的非線形短期予測法（以下、簡単にカオス短期予測法と称する）であれば通常の機械システムにも応用可能であると考える。機械システムのリアルタイム振動制御手法の一つとしてカオス短期予測法を用いた予測制御法を提示し、その有効性を検討してきた^{(1)~(4)}。

本研究では、予測制御法を非線形系としてモデル化される振子系の振れ角の振動制御問題へ適用し、カオス短期予測法および制御入力算出法を改良することによって、振れ角が非周期的で非常に複雑な挙動を示す場合の制御性能を従来よりも向上させることを目的とした。振子は、支持点に水平方向の周期的な変位入力がかかる強制減衰振子とし、制御入力カオス短期予測法によって算出される数ステップ将来までの振れ角の予測値を用いて算出した。計算結果より、従来手法よりも制御性能が向上し、改良手法の有効性が示された。

2. カオス短期予測法

カオス短期予測法は、主としてカオス時系列の高精度の短期予測を行うために開発されてきた時系列の予測法である。これまでにいくつかの手法が提示されてきたが^{(5)~(8)}、本研究で用いるカオス短期予測法は、機械構造系のリアルタイム振動制御手法への応用を前提としたもので、このような用い方をすることは従来の手法では十分に対応できない。そこで、筆者らによって以下4つの考え方が新たに導入された。

- (1) 最適サンプリング周期 τ
- (2) 前方地平線 h_f
- (3) 統一埋め込み次元 Ke^*
- (4) 後方地平線 h_b

これらの値は予測制御を開始する前に予測対象時系列のサンプルより算出される定数であり、ある程度の精度を保ちながら予測値を高速に算出するために有効であると考えられる。各値の意味や算出法の詳細に関しては既報^{(1)~(4)}を参照されたい。

この予測法を用いることにより、予測対象時系列 $\{X\}$ の既知データ列 $\{X^*\} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ から h_f ステップ将来までの予測値 $\hat{x}_{n+\lambda}$ ($\lambda = 1, 2, \dots, h_f$) を算出することが可能となる。以下、記号 $\hat{}$ を用いて予測値を表記する。本研究では、前述の4項目に部分時系列の考え方⁽²⁾を加えることによって、予測精度の向上をはかった。

3. 強制減衰振子

3.1 対象モデル 本研究で対象とする強制減衰振子の物理モデルおよび設定した各パラメータの値をそれぞれ図1と表1に示す。振子は質量 m の剛体と仮定し、その支持点 O' に周期強制変位入力がかかり水平方向に作用する場合を考える。点 G は振子の重心である。また、支持点における摩擦は無視し、比例粘性減衰のみを考慮する。この場合の振子の運動方程式は、

$$I_{O'}\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgl \sin \theta = mA l \omega^2 \sin \omega t \cos \theta \cdots (1)$$

Fig. 1 Model of the forced damped pendulum

Table 1 Parameters for the pendulum and the excitation

Mass of pendulum	m	Kg	8.44×10^{-2}
Distance between O' and G	l	m	9.20×10^{-2}
Moment of inertia around O'	$I_{O'}$	kgm ²	9.98×10^{-4}
Damping coefficient	c	Ns/m	6.50×10^{-1}
Forced amplitude	A	m	12.7×10^{-2}
Forced angular frequency	ω	rad/s	15.7

となり、振れ角が大きく線形系として近似できない場合を対象とする。重力加速度は $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ を用いる。本研究では振れ角 θ の時系列を予測対象とする。

3・2 制御入力 筆者らの予測制御に関する一連の研究では、制御入力 u を

$$u(t) = u_p(t) + u_f(t) \dots\dots\dots (2)$$

のように予測制御入力 u_p とフィードバック制御入力 u_f の和として定義している。 τ は前出の最適サンプリング周期である。ここで、 u_p は

$$u_p(t) = \sum_{i=0}^{h_f-1} \Omega_i^T \hat{w}(t+i\tau) \dots\dots\dots (3)$$

のように h_f 個の外乱の予測値 $\hat{w}$ の線形和と仮定する。 Ω_i は重みである。式(1)に近似式

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) \approx \frac{\theta(t+\tau) - \theta(t-\tau)}{2\tau} \\ \ddot{\theta}(t) \approx \frac{\theta(t+\tau) - \theta(t-\tau)}{2\tau} \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

を適用すると、外乱項と考えられる式(1)右辺は

$$\begin{aligned} mAl\omega^2 \sin \omega t \cos \theta(t) &= \frac{I_o'}{4\tau^2} \theta(t+2\tau) + \frac{cl^2}{2\tau} \theta(t+\tau) \\ &- \frac{I_o'}{2\tau^2} \theta(t) + mgl \sin \theta(t) - \frac{cl^2}{2\tau} \theta(t-\tau) + \frac{I_o'}{4\tau^2} \theta(t-2\tau) \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

となり、時刻 t の外乱値は $\theta(t+i\tau)$ ($i = \pm 2, \pm 1, 0$) から算出される。本研究では、式(5)の右辺に振れ角の予測値 $\hat{\theta}$ を用いることによって外乱の予測値 $\hat{w}$ を算出する。従来は、角速度の時系列をも予測対象としていたが、振れ角との整合性が保たれないという問題があった。 u_f は既存の線形フィードバック制御理論より算出し、ここでは式(1)を θ 微小の条件で線形化した系

$$I_o' \ddot{\theta} + cl^2 \dot{\theta} + mgl \theta = mAl\omega^2 \sin \omega t \dots\dots\dots (6)$$

に対するフィードバックゲインを用いる。

4. 計算結果

表1に示した諸条件のもとで振れ角のサンプル時系列を生成し、その時系列に対して行った時系列解析の結果を表2に示す。図2に制御結果を示す。図2より、振れ角、角速度共に制御性能が向上していることが示される。また、この制御性能は長期的に保持されることを付記する。

5. 結 言

本研究では、カオス短期予測法を用いた予測制御法を、支持点に水平方向の強制変位入力を受ける強制減衰振子系に適用し、制御性能の向上のための数値的検討を行った。予測値算出法および制御入力算出法を改良することにより、振れ角時系列が非周期的で複雑な挙動を示す条件下において従来よりも制御性能が向上し、改良手法の有効性の一端が示された。

Table 2 Results of time series analyses

Optimum sampling period	τ sec	5.00×10^{-2}
Forward horizon	h_f	7
Unified embedding dimension	Ke^*	4
Backward horizon	h_b	1835

Fig. 2 Control results

文 献

- (1) 増本・山川, カオス理論に基づく短期予測法を用いた予測制御に関する研究(複数の予測出力値を用いた非線形系の予測制御), 機講論, No. 00-1-(1) (2000-8), 867-868.
- (2) 増本・山川, カオス理論に基づく短期予測法を用いた予測制御に関する研究(複数の予測外乱値を用いた予測制御法), 機論, 66-650, C (2000), 3320-3327.
- (3) Masumoto, N. and Yamakawa, H., Predictive Control of Nonlinear Mechanical Systems Using a Short-Term Prediction Method Based on Chaos Theory (Applications to a Forced Pendulum), *Proc. the 2000 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, AD-61, (2000), 165-172.
- (4) 増本・山川, カオス理論に基づく短期予測法を用いた予測制御に関する研究(複数の予測出力値を用いた予測制御法), 機論, 67-655, C (2001), 704-711.
- (5) Farmer, J. D. and Sidorowich, J., Predicting chaotic time series, *Phys. Rev. Lett.*, 59-8 (1987), 845-848.
- (6) Casdagli, M., Nonlinear prediction of chaotic time series, *Physica D*, 35 (1989), 335-356.
- (7) Sugihara, G. and May, R. M., Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series, *Nature*, 344 (1990), 734-741.
- (8) 合原編, カオス時系列解析の基礎と応用, (2000), 産業図書.