225 有限要素法による積層複合軸対称殻の座屈解析 (第5報 せん断変形の影響)

Buckling Analysis of Laminated Composite Shells of Revolution by Finite Element Method 5th Report Effects of Shear Deformation

正 大矢 弘史 (I H I)

Hiroshi OHYA, Ishikawajima-Harima Heavy Industries, 3-1-15, Toyosu, Koto-ku, Tokyo

Key Words: Buckling, Laminated Composite Shells of Revolution, Finite Element Method

1. 緒言

複合材料は、比強度、比剛性が高いため、近年各種の構造物に適用され、特に積層複合軸対称殻は、压力容器などへ使用されるようになってきている。著者は、軸対称殻要素による積層複合軸対称殻の座屈解析を、カップリング効果を含む線形座屈解析、非線形座屈解析に適用してきた¹⁻⁵⁾。複合材料は、せん断弾性率が低いため、等方性材料と比べてせん断変形が重要である。ここでは、一次せん断変形理論⁶⁾を適用し、せん断変形の影響を検討したので報告する。

2. 解析方法

ここでは、軸対称殻を図1に示す円錐台要素でモデル化する。中央面から z の位置での変位 u^*, v^*, w^* を以下のように仮定する。

$$u^* = u + z\beta_s, \quad v^* = v + z\beta_\theta, \quad w^* = w \quad (1)$$

ここで、 u, v, w は中央面の変位、 β_s, β_θ は回転である。積層としては一般化積層を考え、合応力、モーメントと中央面ひずみ、曲率変化の関係として、カップリング効果を考慮した次式を採用する。

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{s,\theta} \\ M_s \\ M_\theta \\ M_{s,\theta} \\ Q_{\theta,s} \\ Q_{s,\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{s,\theta} \\ \kappa_s \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{s,\theta} \\ \epsilon_{\theta,s} \\ \epsilon_{s,\theta} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ただし、面外せん断応力にはせん断修正係数 κ を考慮している。

2.1 座屈前解析

軸対称殻が軸対称荷重を受ける場合を対象としているが、カップリング効果を考慮して周方向変位を考える。ひずみ、およびひずみ-変位関係としては次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_s &= \epsilon_s + z\kappa_s, \quad \epsilon_\theta = \epsilon_\theta + z\kappa_\theta, \quad \epsilon_{s,\theta} = \epsilon_{s,\theta} + z\kappa_{s,\theta} \\ \epsilon_{\theta,s} &= \epsilon_{\theta,s}, \quad \epsilon_{s,s} = \epsilon_{s,s}, \quad \epsilon_{s,\theta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\epsilon_s = \frac{\partial u}{\partial s}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u \sin \phi + w \cos \phi}{r}, \quad \epsilon_{s,\theta} = \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v \sin \phi}{r}$$

$$\kappa_s = \frac{\partial \beta_s}{\partial s}, \quad \kappa_\theta = \frac{\sin \phi}{r} \beta_s, \quad \kappa_{s,\theta} = \frac{\partial \beta_\theta}{\partial s} - \frac{\sin \phi}{r} \beta_\theta$$

$$\epsilon_{\theta,s} = \beta_\theta - \frac{v \cos \phi}{r}, \quad \epsilon_{s,s} = \frac{\partial w}{\partial s} + \beta_s \quad (4)$$

通常の方法により座屈前解析を行い、応力を求める。

Fig.1 Shell element

2.2 座屈解析

・変位 座屈に伴う付加変位として、周方向波数 n を持つ次式を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= \sum_{n=-N}^N (\delta u_s^{(n)} \cos n\theta + \delta u_\theta^{(n)} \sin n\theta) \\ \delta v &= \sum_{n=-N}^N (\delta v_s^{(n)} \sin n\theta + \delta v_\theta^{(n)} \cos n\theta) \\ \delta w &= \sum_{n=-N}^N (\delta w_s^{(n)} \cos n\theta + \delta w_\theta^{(n)} \sin n\theta) \\ \delta \beta_s &= \sum_{n=-N}^N (\delta \beta_{s,s}^{(n)} \cos n\theta + \delta \beta_{s,\theta}^{(n)} \sin n\theta) \\ \delta \beta_\theta &= \sum_{n=-N}^N (\delta \beta_{\theta,s}^{(n)} \sin n\theta + \delta \beta_{\theta,\theta}^{(n)} \cos n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上付添字 (n) は、周方向波数 n に関する値、また下付添字 s は対称項、 θ は逆対称項であることを示す。要素内変位-節点変位関係を次式で表す。

$$\{\delta d\} = [\delta u \quad \delta v \quad \delta w \quad \delta \beta_s \quad \delta \beta_\theta]^T$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=-N}^N [Z(n)] [\delta u_s^{(n)} \quad \delta v_s^{(n)} \quad \delta w_s^{(n)} \quad \delta \beta_{s,s}^{(n)} \quad \delta \beta_{s,\theta}^{(n)}] \\ &\quad [\delta u_\theta^{(n)} \quad \delta v_\theta^{(n)} \quad \delta w_\theta^{(n)} \quad \delta \beta_{\theta,s}^{(n)} \quad \delta \beta_{\theta,\theta}^{(n)}]^T \\ &= \sum_{n=-N}^N [Z(n)] [N] [\delta q_s^{(n)} \quad \delta q_\theta^{(n)}]^T \quad (6) \end{aligned}$$

$$\{\delta q_s^{(n)}\} = [\delta u_s^{(n)} \quad \delta v_s^{(n)} \quad \delta w_s^{(n)} \quad \delta \beta_{s,s}^{(n)} \quad \delta \beta_{s,\theta}^{(n)}] \quad (7)$$

$$\{\delta q_\theta^{(n)}\} = [\delta u_\theta^{(n)} \quad \delta v_\theta^{(n)} \quad \delta w_\theta^{(n)} \quad \delta \beta_{\theta,s}^{(n)} \quad \delta \beta_{\theta,\theta}^{(n)}] \quad (8)$$

・ひずみ-変位関係

$$\delta \epsilon_s = \frac{\partial \delta u}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial s} \right)^2$$

$$\begin{aligned}\delta \varepsilon_{\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \delta v}{\partial \theta} + \frac{\delta u \sin \phi + \delta w \cos \phi}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta w}{r \partial \theta} \right)^2 \\ \delta \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \delta u}{\partial \theta} + \frac{\partial \delta v}{\partial s} - \frac{\delta v \sin \phi}{r} + \frac{\partial \delta w}{r \partial \theta} \frac{\partial \delta w}{\partial s} \\ \delta \kappa_s &= \frac{\partial \delta \beta_s}{\partial s}, \quad \delta \kappa_{\theta} = \frac{\partial \delta \beta_{\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\sin \phi}{r} \delta \beta_s \\ \delta \kappa_{\theta\theta} &= \frac{\partial \delta \beta_s}{r \partial \theta} + \frac{\partial \delta \beta_{\theta}}{\partial s} - \frac{\sin \phi}{r} \delta \beta_{\theta} \\ \delta \varepsilon_{\theta s} &= \frac{\partial \delta w}{r \partial \theta} + \delta \beta_{\theta} - \frac{\delta v \cos \phi}{r}, \quad \delta \varepsilon_{ss} = \frac{\partial \delta w}{\partial s} + \delta \beta_s.\end{aligned}\quad (9)$$

・固有方程式 仮想仕事の原理により、最終的に座屈条件式として次式が得られる。

$$| [K^{(n)}] + \lambda^{(n)} [K_0^{(n)}] | = 0 \quad (10)$$

周方向波数 n を変化させて固有値 $\lambda^{(n)}$ を計算し、最小固有値により座屈荷重、対応する n により周方向座屈波数が求められる。

3. 解析結果

3.1 積層複合円筒殻の軸圧縮座屈

円筒殻が軸圧縮荷重を受ける場合について解析を行った。

形状: $R=0.1905m$, $t=0.0127m$, $L/R=1, 2, 5$

境界条件: 両端固定

材料定数: $E_1=2.06844 \times 10^{11} Pa$

$E_2=1.86159 \times 10^{10} Pa$, $G_{12}=G_{13}=4.48162 \times 10^9 Pa$

$G_{23}=2.55107 \times 10^9 Pa$, $\nu_{12}=0.21$, $\kappa=1$

積層構成: $[45/-45/-45]_s$

解析は、一次せん断変形理論(FOSD)、および古典理論(CL)⁴⁾で行った。解析結果を、文献値⁷⁾とともに図2に示す。この図より、一次せん断変形理論および古典理論の場合ともに文献値と良く一致していること、またL/Rが大きくなるに従いせん断変形の影響が小さくなることが確認される。

3.2 逆対称アングルプライ積層複合円錐殻の軸圧縮座屈

図3に示す円錐殻が軸圧縮荷重を受ける場合について解析を行った。

形状: $R_0/t=10$, $H/R_0=2$, $\alpha=30^\circ$

境界条件: 両端支持

材料定数: $E_1/E_2=40$, $G_{12}/E_2=0.5$, $G_{13}/E_2=0.5$

$G_{23}/E_2=0.25$, $\nu_{12}=0.25$, $\kappa=5/6$

積層構成: $[\otimes/-\otimes], [\otimes/-\otimes/\otimes/-\otimes]$

$[\otimes/-\otimes/\circ/\circ]$ ($N=20$) ($\otimes=0 \sim 90^\circ$)

得られた座屈荷重は次式により無次元化した。

$$\rho_{cr} = P_{cr}/P_{cl} \quad (11)$$

$$P_{cl} = \frac{2\pi E_1 t^2}{\sqrt{3(1-\nu_{12}^2)}} \cos^2 \alpha \quad (12)$$

解析は、一次せん断変形理論、および古典理論で行った。

解析結果を、横軸に配向角 Θ 、縦軸に ρ_{cr} をとって図4に示す。また、一次せん断変形理論と古典理論による座屈荷重の比 (P_{FOSD}/P_{CL}) を図5に示す。これらの図より、古典理論と比べて一次せん断変形理論による座屈荷重は配向角 Θ による変化が少ないこと、また積層数が多くなるに従い両理論の差が大きくなることがわかる。

4. 結言 (省略)

文 献

- 1) 大矢, 機講論, No.98-5, Vol.B, 1998, p.171.
- 2) 大矢, 機講論, No.99-7, Vol.A, 1999, p.356.
- 3) 大矢, 機講論, No.99-5, 1999, p.169.

4) 大矢, 機講論, No.00-17, 2000, p.65.

5) 大矢, 機講論, No.01-1, 2001, p.69.

6) Noor, A. K. et al., Appl. Mech. Rev., Vol.43, 1990, p.67.

7) Anastasiadis, J. S., et al., Composite. Struct., Vol.27, 1994, p.367.

Fig.2 Effect of L/R on buckling load

Fig.3 Conical shell

Fig.4 Buckling load vs orientation angle

Fig.5 Effect of shear deformation on buckling load