359 ボクセル型 X-FEM と V-CAD のインターフェース

Interface between voxel-type X-FEM and V-CAD

○ 正 新山健二, 正 石原嘉一 (三菱総合研究所)

正 長嶋利夫 (上智大学理工学部)

正 牧野内昭武 (理化学研究所)

Kenji NIITYAMA, Mitsubishi Research Institute, Inc., 2-3-6 Otemachi, Chiyoda-ku, Tokyo, 100-8141 Japan

Yoshikazu ISHIHARA, Mitsubishi Research Institute, Inc., 2-3-6 Otemachi, Chiyoda-ku, Tokyo, 100-8141 Japan

Toshio NAGASHIMA, Sophia University, 7-1 Kioicho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-8554 Japan

Akitake MAKINOCHI, Physical and Chemical Research, 2-1 Hirosawa, Wako, Saitama, 351-0198 Japan

Key Words: FEM, X-FEM, CAD, Level set Method, Voxel

1. はじめに

著者らが開発を行っている拡張有限要素法⁽¹⁾ (extended finite element method :以下 X-FEM) は, 通常の有限要素法を基本としているが, 局所的に内挿関数を変更することによって要素内の不連続面を扱うことができるように拡張された解析手法である. 通常の解析用メッシュ生成の際には, 物体形状やき裂面などの表面形状に合わせてメッシュを生成する必要があるのに対して, X-FEM では, き裂面や物体表面を要素内の不連続面として扱うことによって, 物体の形状に依存しない解析用のメッシュを用いることが可能である.

現在, ボリュームデータを直接扱うことによって形状を表現する新しい形式の CAD(V-CAD) のデータを入力データとする数値シミュレーション手法の開発の一環として, X-FEM に基づいた応力解析手法の開発を行っている. 本稿では, V-CAD で表現されたデータ形式を, サイズの等しい立方体の解析要素を用いたボクセル型 X-FEM で利用する際に必要となるデータ変換について考察を行うとともに, 提案する手法を用いて形状を表現する例として, いくつかのモデル形状を表示した結果を示す.

2. 形状表現の方法

現在, 広く使われている CAD の多くは 3 次元の物体を曲面で囲まれた領域として表現している. このような境界表現による手法では, 複雑な形状を表現することが可能となる一方で, 空間の情報を取得するためにその周囲の表面の情報を参照する必要が生じる. 例えば, ある点がどのソリッドに含まれるかを判定するためには, それを囲む表面データを調べる必要がある. 実際の CAD システムでは, 表面情報の不整合や数値的な誤差によって, これらの空間情報の処理が破綻することがあり, CAE におけるメッシュ生成などで, CAD データを利用して解析を行う際の障害となっている. このような問題を回避するため, 形状の情報を空間内の体積要素 (ボリューム) ごとに管理する新しい枠組みの CAD として, V-CAD が提案されている.

V-CAD では, セルと呼ばれる座標軸に直行した立方体の

要素を単位として形状データが扱われ, 全てのセルで所属する物体の情報を管理する. このとき, 物体表面形状は境界セルにおけるセル内面として定義される. 物体内に存在する内部セルでも物性などの属性情報を持つため, 解析のためのメッシュ生成が容易であるという利点を持つ. 一方, X-FEM を用いることによって要素内の不連続面を扱うことができるので, 境界セルでの内面を解析要素内での不連続面として扱うことにより, V-CAD の形状データを管理するセルを, 解析に利用することが可能である.

通常の有限要素法では, モデルの形状に要素の境界が一致するようにメッシュを生成するため, 節点と要素だけでメッシュを定義することができるが, X-FEM では, 要素境界の他に不連続面を定義するデータが別途必要となる. V-CAD のデータを X-FEM のデータとして利用する場合にも, 要素内部の表面データをどのように定義するかが検討課題となる. ここでは, 要素内の形状表現の方法として, レベルセット法とサブボクセルを用いる方法について検討を行う.

Fig. 1 Level set method in 2D element

2. 1 レベルセット法

レベルセット法⁽¹⁾は, レベルセット関数の分布を基に形状を表現する手法で, ここではレベルセット関数として符号付距離関数 (signed distance function:以下 SDF) を用いる方法について検討する. SDF とは, ある点から物体表面までの距離を絶対値とし, 正負の符号によって物体内部か外部かを表すものである. ここでは解析に使用する節点に

対して SDF の値を与え、要素内部でこれを内挿して 0 となる等値面を物体表面として扱うものとする。二次元の場合を例として、本手法の概要を図 1 に示す。形状表現をスカラー演算だけで定義できることと、内挿関数として要素の形状関数を用いることができるなどの理由で、X-FEM への適用が容易である。

2. 2 サブボクセル

この方法では、解析用要素の内部にサブボクセルを導入して、要素内面の形状表現を行う。サブボクセルとは、解析用要素を大きさの等しい立方体要素に細分化したものである。ここでは、その中心位置でサブボクセルが物体の内部か外部かを判定するものとする。形状表現の方法は純粋なボクセル法と同様であるが、この形状処理は境界を含む要素に対してだけ必要となるため、計算量、データ量、および解析自由度も単純なボクセル法に比べて非常に小さくすることができる。サブボクセルの内外だけで形状を表現するため、データの取り扱いと内部計算が単純であるが、SDF による形状表現と比較すると、モデルデータの量は大きくなる。

Fig. 2 Sub-voxel Method

3. 適用結果

X-FEM を用いた解析の手法としては、メッシュ生成が容易な等間隔の直交格子状のメッシュを用いるものとする。解析に用いる要素は全てサイズの等しい立方体で、これをボクセル型 X-FEM と呼ぶこととする。モデル内部の要素は、通常の有限要素法と同じ 8 節点の 6 面体要素で、表面の境界部分にレベルセット法またはサブボクセルによって不連続面を定義した要素を用いる。以下に示す適用例は、それぞれのモデル形状をボクセル型 X-FEM の入力データとして変換した結果を再構成したもので、それぞれの手法で表現される物体形状を示したものである。

レベルセット法を用いた形状表現の例を図 3 に示す。同図は $22 \times 20 \times 18$ 分割したボクセルメッシュを用いて、境界付近の節点で与えた SDF を基に距離が 0 となる等値面として物体表面を再構成した形状である。元の形状は平面で囲まれる多面体であるが、SDF の内挿による形状表現のため、面の交差している稜線が曲率をもって表されていることが分かる。その他の平面の部分に見られるように、滑らかな面の表現については問題ないが、稜線のように急な変化のある形状の表現は困難であることが分かる。

また、サブボクセルを用いた形状表現の例を図 4 に示す。同図は球のモデルで、 $16 \times 16 \times 16$ 分割した要素のうち、境界を含む要素を更に $4 \times 4 \times 4$ のサブボクセルに分割し、中心点が内部に含まれるサブボクセルを内部として表示した形状である。形状の表面は階段状となるため、滑らかな表面が表現できないが、サブボクセルによって表現されたモ

デル全体の体積は、実際のモデルの体積との誤差が 0.1% 程度であった。この結果から、本モデルについては形状表現の方法による解析精度への影響は少ないものと思われる。ただし、要素面に平行な平面を含むモデルの場合、その面に交差するサブボクセルで発生する体積誤差が全て同じ値となり、誤差が蓄積される可能性があるため、十分な分割数を設定する必要がある。

Fig. 3 Example model of level set method

Fig. 4 Example model of sub-voxel method

4. おわりに

本稿では、サイズの等しい立方体要素を用いたボクセル型 X-FEM において、直接ボリュームデータを扱う新しい CAD システムとして提案されている V-CAD のデータを利用する手法について検討を行い、モデルデータを表現する例を示した。今後は解析精度と効率的な入力データ形式について検討を続けるとともに、それに対応した X-FEM の解析機能の開発を行う。

参考文献

- (1) N. Sukumar, N. Moës, B. Moran and T. Belytschko (2000), Extended Finite Element Method for Three-Dimensional Crack Modeling, *Int. j. for numer. methods in eng.*, **48**, 1549-1570 (2000).