213 多軸応力場における微視クラック分散モデル

Distributed Micro-Cracks Model under Multiaxial Stress State

○正 鈴木章彦(IHL/TTS)

正 武正文夫(IHI)

正 馬場秀成(IHI)

Akihiko SUZUKI, Ishikawajima-Harima Heavy Industries, Co., Ltd., Shin-nakahara-cho 1, Isogo-ku, Yokohama;

Fumio TAKEMASA, Hidenari BABA

1. 緒言 セラミックス多孔体は脆性材料であるにもかかわらず非線形変形・破壊挙動をする。したがって、セラミックス多孔体からなる部材の強度・信頼性の評価は、弾性応力分布をもとにした統計的な取り扱いによってだけでは不十分であり、その非線形変形挙動の解析、ひいては、損傷許容性の評価が必要である。前報^{1, 2)}においては、セラミックスの非線形挙動評価のための一つの力学モデルを提案し、そのモデルによりセラミックスの非線形挙動がうまく表現できる可能性があることを示した。前報で提案したモデルは、単軸応力・ひずみ状態を対象としたモデルであったが、ここではそれを3軸応力状態に拡張したモデルについて報告する。

2. 微視クラック分散モデル

2. 1 単軸モデル 多孔質セラミックスを、多数の微視クラックを含む脆性固体であると仮定する。この材料が応力を受けると、この微視クラックがRカーブにしたがって成長し、その結果、マクロ的な非線形ひずみが生ずるものとする。微視クラックの個数の増加は考えないものとする。応力軸に垂直なペニーシェイプクラックを持つ部材の単軸一様応力場の応答を考える。ペニーシェイプクラックの半径をaとし、その密度をqとすると一様応力場における応答は式(1)で表せる¹⁾。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{16}{3} q \frac{\sigma}{E'} a^3 \quad (1)$$

式(1)の第2項が微視クラックがあることにより生じるひずみの増加分を表し、Rカーブ挙動によりクラックサイズが増大することにより、材料のポストピーク挙動を含む非線形挙動をあらわすことができる。また、以下の数値計算においては、Rカーブ挙動に対して次のべき乗式を仮定した。

$$K_R = B(\Delta\sigma)^n \quad (2)$$

2. 2 多軸応力場への拡張 応力勾配のある試験片を用いる実験において、材料の非線形挙動を仮定すれば、試験片内部の応力は一般に多軸状態にあり、これを解析するためには2.1に示したモデルを多軸応力状態に適用できるように拡張することが必要である。このためには、材料内部にあらゆる方向を等確率で向いた微視クラックを考える必要がある。このような微視クラックには引張り応力だけでなくせん断応力も作用していると考えられる。クラック座標で書いた応力・ひずみの関係をTable 1に示す。ここで、クラック座標はクラック面内に座標軸1および2を取り、クラック面に垂直に座標軸3を取るものとする。また、材料の全体座標に関する応力・ひずみには上指標を何も付けず、クラックに関する応力・ひずみを全体座標で表したものに上指標wを、それをクラック座標で表した量にはさらに上線を付けて表す。3軸応力状態にある微視構造を有する材料の応答を考えるために、このような微視クラックを考えた上で、それらの微視クラックに作用する応力およびひずみに対して

ある仮定を設ける。これには一般に3つの方法があるものと考えられる。

(1) 等応力モデル それぞれの向きを向いたクラックに等しい応力がかかるというモデルで、必然的にもっとも危険な方向のクラックが存在し、材料挙動はこれにより支配されることになり、過度に不安定な挙動を示す。それぞれの方向を向いたクラックの直列モデルという事ができる。

(2) 等ひずみモデル それぞれの向きを向いたクラックに等しいひずみがかかるというもので、もっとも危険なクラックに対しては、もっとも大きな非弾性ひずみが生じ、それにより応力緩和が起こるというものであり、材料安定性を表現でき、バザンのマイクロプレーンモデルと類似なモデルとなる。また、金属の非弾性構成式モデルの一種である改良フラクショナルモデルにおいても同様な取り扱いがなされている。しかし、このモデルは、過度の材料安定性を示し、ポストピーク挙動を表せないため、ここでの目的のためには不適当である。このモデルは、それぞれの方向を向いたクラックの並列モデルということができる。

(3) 混合モデル 上の2つのモデルをミックスしたモデルであり、ここでの解析のため使用した。ただし複合材料の理論で用いられるチェーンバンドルモデルのような直列モデルと並列モデルの単純な重ね合わせは、どちらかのモデルの挙動と同じことになってしまって、適当でないことが分かっているから、ここではもう少し複雑なモデルを考えた。すなわち、材料の下部構造として、X軸、Y軸およびZ軸に垂直なクラックを持つ微視構造を考え、この下部構造があらゆる方向を等確率に向いているとした。そして、この下部構造には等しいひずみが作用するものとし、この下部構造の内部ではそれぞれのクラックに等しい応力が働く(当然、クラック面の方向は異なるから、それぞれのクラックに働く垂直応力の値は異なる)ものとした。このモデルは、多結晶塑性論におけるテイラーのモデルと対比して考えると理解しやすい。すなわち、結晶塑性論における結晶

Table 1 Stress strain relation in the crack coordinate system

$$r = \frac{16}{3} q a^3 \frac{1}{E'}, \quad s = \frac{16}{3} q a^3 \frac{1}{(2-\nu)^2} \left\{ \frac{1}{E'} + \frac{(1-\nu)^2}{2G} \right\}$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11}^w \\ \bar{\varepsilon}_{22}^w \\ \bar{\varepsilon}_{33}^w \\ \bar{\varepsilon}_{12}^w \\ \bar{\varepsilon}_{23}^w \\ \bar{\varepsilon}_{31}^w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G+s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G+s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{11}^w \\ \bar{\sigma}_{22}^w \\ \bar{\sigma}_{33}^w \\ \bar{\sigma}_{12}^w \\ \bar{\sigma}_{23}^w \\ \bar{\sigma}_{31}^w \end{Bmatrix}$$

粒とここでのモデルの下部構造、および、それぞれの結晶粒内におけるすべり面方向と、下部構造内のクラックの方向がそれぞれ対応する。

3. モデルの構造とその応答 2節で示したそれぞれのモデルの構造を Table 2 に、その応答を模式的に Fig.2 に示す。

Fig. 2 Schematic view of the response of models
(1) equally-stressed micro-crack model, (2) equally-strained micro-crack model, (3) mixed model

4. 数値計算 2節で示した混合モデルについて 2, 3 の計算例を示す。ここでは、簡単のため、クラックの進展は K_I のみに依存するものとして取り扱った。

4. 1 単一要素の引張り応答 Figure 3 はある材料定数の値を用いて計算された単一材料要素の単軸応力ひずみ曲線である。

Fig. 3 Uniaxial stress-strain curve for a single element of the material

4. 2 バルク材料の単軸引張り応力・ひずみ曲線 Figure 4 は FEM で計算した単軸引張り応力ひずみ曲線である。Figure 3 に示したものよりはるかに小さなひずみで不安定破壊が生じている。これは Fig. 3 に示されるような軟化型の応力・ひずみ曲線を持つ材料においては、バルクとしての応答において、ひずみあるいは損傷の局所化が起きることを示していて、このような材料の材料試験が難しいことを示している。

Fig. 4 Uniaxial stress-strain curve for the bulk material

4. 3 3点曲げ試験 Figures 5 および 6 は計算された3点曲げによる荷重・変位曲線と最大ひずみ点における応力・ひずみ曲線を示す。用いた材料定数値は Fig3 および 4 を計算するとき用いたものと同一である。引張試験の場合よりも安定的な挙動が示されている。より安定破壊挙動が得られやすい実験法について探索し、そのような実験から得られた材料の応答曲線から、Fig. 3 に示すような単一要素材料の応答を逆算して、材料としての信頼性を評価する手法を開発するのが今後の課題である。

謝辞

本研究は通商産業省工業技術院産業科学技術開発制度「シナジーセラミックスの研究開発」の一環として、ファインセラミックス技術研究組合が新エネルギー・産業技術総合開発機構より委託を受け、シナジーセラミックス研究体に所属する著者らによって行われたものである。

Fig. 5 Load-displacement curve under 3-point bending

Fig. 6 Stress-strain response at the point of maximum strain

Table 2 Structures of models

1. Equally-stressed-microcrack model	$\sigma_{ij} = \sigma^w_{ij}$ $\epsilon_{kl} = \frac{1}{2\pi} \int \epsilon^w_{kl} d\omega$	
2. Equally-strained-microcrack model	$\epsilon_{ij} = \epsilon^w_{ij}$ $\sigma_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int \sigma^w_{ij} d\omega$	
3. Mixed model	1+2	