403 X-FEMによるはく離を有する複合材料積層板の座屈解析

Buckling analysis of composite laminates with delamination using X-FEM

○学 近藤 幸弘 (上智大・院)

正 長嶋 利夫、正 末益 博志 (上智大・理工)

Yukihiro KONDO, Graduate School, Sophia University, 7-1 Kioicho Chiyoda-ku Tokyo, 102-8554, Japan

Toshio NAGASHIMA, Department of Mechanical Engineering, Sophia University

Hiroshi SUEMASU, Department of Mechanical Engineering, Sophia University

Key Words: X-FEM, Buckling, Composite laminates, Delamination

1. はじめに

複合材料積層板はその材料特性上、外部からの衝撃によって板内部に、トランスバースクラックや層間はく離などの損傷が容易に発生する。これらの損傷は積層板の圧縮強度を著しく低下させる要因となることが知られている。したがって、圧縮強度低下の原因である衝撃損傷のメカニズムを明らかにすることは重要である。衝撃損傷によって積層板に生じる層間はく離は一般に複雑な形状になり、はく離の発生位置も一箇所であるとは限らないのでそのモデル化は難しくなる。有限要素法 (Finite Element Method: FEM) は連続体を対象とした離散化手法であるため、はく離のような不連続領域をモデル化するためには特殊な扱いが必要になる。具体的には、はく離面の接触を表わすためのインターフェイス要素や、はく離先端近傍の応力場の特異性を表わせる特殊要素などが利用されている。したがって、はく離などの不連続面をモデル化するためには、要素の境界を不連続面の形状に適合させる必要がある。また、はく離の伝播をシミュレートする場合、計算ステップ毎にはく離先端の位置が変化していくので、はく離が伝播するたびにはく離面を考慮してメッシュを再分割しなくてはならない。

一方で、Belytschkoら [1] が提案した拡張有限要素法 (eXtended-Finite Element Method: X-FEM) は構造物におけるき裂や自由表面などの不連続面を、内挿関数で近似表現できる。具体的には、変位場の特性を表現できる基底関数 (エンリッチ関数) が、従来のFEMの内挿関数に局所的に付加されている。このようにX-FEMはき裂やはく離などの不連続面を含む構造物をモデル化する場合でも要素の形状を不連続面の形状に適合させる必要がない。

著者らは、衝撃損傷を受ける複合材料積層板の強度評価の一環として、X-FEMを層間はく離を有する複合材料積層板の解析に適用することを試みている [2] [3]。本稿では、X-FEMによる複合材料積層板の線形座屈固有値解析を実施し、その解析精度の検討を行う。

2. X-FEM

X-FEMで、はく離をモデル化する場合の内挿関数は次式で表わされる。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^m N_I(\mathbf{x}) u_I + \sum_{I \in C} N_I(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) a_k^I + \sum_{I \in J} N_I(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) b_I \quad (2)$$

ここに N_I は通常の要素の定式化で用いられる内挿関数、 m は要素を構成する節点数、 C は、はく離先端近傍の変位についての漸近解の特性を考慮する節点の集合、 J は、はく離面上の変位の不連続性を考慮する節点の集合、 u_I 、 a_k^I 、 b_I は節点に割り付けられ節点自由度ベクトルである。 $C \cap J = \phi$ である。また、 γ_i ($i=1, 4$) は、はく離先端の変位場の漸近解を表わす基底関数、 $H(\mathbf{x})$ は、はく離近傍での変位の不連続性を表わすヘビサイド (Heaviside) 関数である。

基底関数 γ_i として次式が用いられる。

$$\gamma_1 = \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \gamma_2 = \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \gamma_3 = \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta, \gamma_4 = \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta \quad (3)$$

ここに r 、 θ は、はく離先端位置を原点とする極座標である。式 (3) に示された基底関数は、均質材中のき裂先端の変位場についての漸近解を再構成することが可能である。

3. 数値解析例

Figure 1のように層間はく離を有する複合材料積層板に圧縮荷重を与えた場合の線形座屈固有値解析を実施した。解析対象は炭素繊維強化複合材料 ($E_L=142\text{GPa}$ 、 $E_T=10.8\text{GPa}$ 、 $G_{LT}=5.49\text{GPa}$ 、 $G_{TT}=3.72\text{GPa}$ 、 $\nu_{LT}=0.3$ 、 $\nu_{TT}=0.45$) から成る、一辺が100mm、板厚が1mmの正方形板を想定した。積層層は8層、積層構成は $[45/-45/0/90]_s$ とした。板の中央面より0.25mmの位置 (-45度層と0度層の間) に、矩形状または円形状の2種類の層間はく離を設定した。円形状はく離は矩形状はく離と同じ面積とした。

Figure 1 Finite element mesh for a plate and positions of a rectangular and a circular delaminations

はく離の無い積層板を低次のソリッド要素（8節点要素）に分割したモデル（20分割、20分割、8分割：以下、20x20x8と記す）と高次のソリッド要素（20節点要素）に分割したモデル（20x20x8）と低次のシェル要素（4節点要素）に分割したモデル（20x20）の3通りの解析をFEMを用いて実施した。解析結果をTable 1に示す。

Figure 2にX-FEM解析において、矩形のはく離をモデル化する場合の節点属性の付与方法を示す。Model-Aでは「J」で示された節点において、はく離内部の変位の不連続性を表わす基底関数の自由度がエンリッチされる。また、Model-Bでは「C」で示された節点において、はく離先端近傍の変位場を再構成できる基底関数の自由度がエンリッチされる。

矩形のはく離をダブルノードでモデル化した場合のFEM解析結果、およびX-FEM解析結果をTable 2に示した。X-FEMではFEMと比較するために、節点属性「J」を用いた場合、および節点属性「J」「C」の両方を用いた場合の2通りの解析を実施した。

円形状はく離を想定した場合の座屈固有値解析結果をTable 3に示した。FEM解析においては低次のソリッド要素（要素数：6,032、節点数：7,358）および高次のソリッド要素（要素数：6,032、節点数：28,094）を用い、はく離はダブルノードでモデル化した。また、X-FEM解析においては低次のソリッド要素（20x20x8、要素数：3,200、節点数：3,969）を用い、はく離の節点属性は「J」「C」の両方を用いてモデル化した。その際のFEM解析におけるメッシュ分割図とX-FEM解析の節点属性の与え方をFigure 3に示した。

矩形のはく離を有する積層板についての解析結果よりX-FEMで節点属性を付与してはく離をモデル化しても、従来のFEM解析による解析結果とほぼ整合が取れることが示された。また、はく離のモデル化はX-FEMを用いたほうがはるかに容易であった。円形状のはく離を有する積層板については、FEMによる解析結果とX-FEMによる解析結果の整合が取れていないが、これはX-FEMに用いたモデルのメッシュ分割がFEM解析に用いたモデルのメッシュ分割に比べて粗すぎたためである。とくに、2次の座屈モードを比較すると、高次要素を用いたFEM解析では、はく離部の局所座屈が見られるが、低次要素を用いたFEM解析とX-FEM解析では板全体の座屈しか見られない。この件に関しては今後X-FEM解析モデルのメッシュ分割をより細かくし、再度FEM解析と比較する必要がある。

4. おわりに

本稿では、複合材料積層板に矩形および円形状のはく離を想定し、圧縮荷重を与えた場合の座屈固有値解析をFEMとX-FEMの2種類の方法を用いて実施し、X-FEMの解析精度の検証を試みた。今後は、積層板中の層間のはく離の数を増やし、任意形状のはく離を想定した座屈固有値解析をX-FEMを用いて実施する予定である。

Figure 2 Modeling of a rectangular delamination using

Figure 3 Modeling of a circular delamination

Table 1 Calculated buckling load of a laminated plate without delamination

order	Solid		Shell
	8node	20node	4node
1	73.005	72.715	72.892
2	653.62	648.44	655.27
3	1182.6	1168.3	1174.3

Unit : N

Table 2 Calculated buckling load of a laminated plate with a rectangular delamination

order	FEM	X-FEM	
	Double Node	Model-A	Model-B
1	72.088	72.125	71.640
2	623.27	626.33	620.49
3	884.91	915.81	924.25

Unit : N

Table 3 Calculated buckling load of a laminated plate with a circular delamination

order	FEM		X-FEM
	8node	20node	8node
1	73.654	71.899	71.503
2	628.20	541.44	631.03
3	713.23	622.86	1145.5

Unit : N

参考文献

- 1) Moës, N., Dolbow, J. and Belytschko, T., A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. j. numer. Method eng.*, **46** (1999), 131-150.
- 2) Nagashima, T., Stress Analysis of Composite Materials using X-FEM, 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (SDM), Denver, Colorado (2002-4).
- 3) 長嶋・末益：X-FEMによる積層板構造解析、第44回構造強度に関する講演会講演集（2002-7）、57-59.