546 ボクセル法を使った任意形状流れ場のシミュレーション

Simulation of Arbitrary Flow Field Using Voxel Method

○正 雷康斌 (理研), 岩田正子 (理研), 正 野田茂穂 (富士通長野システム), 正 姫野龍太郎 (理研)

Kangbin LEI, Masako IWATA, Shigeho NODA and Ryutaro HIMENO

The Institute of Physical and Chemical Research, 2-1 Hirosawa, Wako-shi, Saitama, 351-0198 Japan

1. 緒言

流体解析では現在複雑な三次元形状の流れ場も重合格子や非構造格子技法を使って計算できるようになったが、メッシュ生成がシミュレーション全体の大きな部分を占めるようになった。このため、完全自動化できるメッシュ生成法とともに、直交格子を用いた解析の可能性が検討されている。特に CT や MRI などの計測データから作られるボクセルデータを用いた数値解析手法の研究が注目されている。

本研究では、次世代 CAD として期待されている V-CAD⁽¹⁾ ボクセルデータを直接利用して、任意形状の非圧縮粘性流れの数値解析法の開発を行った。流れ場の物体境界の取り扱いについては、VOF 法⁽²⁾ を併用したカットセル有限体積法を用いた。また、検証問題として、チャンネル内流れや円柱まわり流れなどを用いて調べた。

2. 計算手法

本研究で用いる基礎支配方程式は非圧縮粘性流体の Navier・Stokes 方程式と連続の式である。数値解法では、差分法を併用した有限体積法を用いる。ある程度の安定性や離散化精度を確保するため、空間積分について、対流項に二次元の QUICK 補間スキームを使用し、拡散項に二次精度の中心差分を用いる。時間進行について、対流項と拡散項を合わせて二次精度の Adams-Bashforth 法を適用し、圧力勾配項に一次精度の Euler 陰解法を用いる。解析アルゴリズムとしての圧力と速度のカップリングには、圧力と速度を同時緩和する SOLA 法を使用する。また圧力振動を防ぐためにスタガード格子を利用する。

3. ボクセル法による固体・流体境界の取扱い

直交格子カットセル (Cut Cell) は二次元においても、一個のセルの四つの稜線上に 2 個以上の交点 (切断点) が有り得るが、本研究では簡単のために二次元で一個のセルの稜線上に 2 個だけの切断点に限るとする。この場合のカットセルは図 1 に示すように二種類しかないとわかる。カットセル法における開口率は、セルの稜線に流体部分を占める比率として図 1 に示すように流体・固体境界とセル稜線との交点情報から次式で定義される。

Fig. 1 Fractional areas/volumes of cut cells

$$A_{i,j} = \frac{\Delta x_{i,j} - Vx_{i,j}}{\Delta x_{i,j}} \quad B_{i,j} = \frac{\Delta y_{i,j} - Vy_{i,j}}{\Delta y_{i,j}} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta x_{i,j}, \Delta y_{i,j}$ はそれぞれ X 方向と Y 方向の格子幅であり、 $A_{i,j}, B_{i,j}$ は X 方向と Y 方向の開口率である。 $Vx_{i,j}, Vy_{i,j}$ は、そのセル稜線上に固体を占める線分を表す。各方向の開口率が分かれば、VOF 法における流体の体積占

有率 $VF_{i,j}$ は簡単に求められる。

4. VOF 有限体積法による離散化

Fig. 2 Spatial discretization of cut cell

流体固体境界での離散化は、本研究の肝心なところになる。図 2 の二次元境界セルの流体部分をコントロールボリューム (CV) $V_{i,j}$ として、 $N \cdot S$ 方程式を空間積分すると、有限体積法における支配方程式は式 (2) になる。

$$\begin{aligned} \iint_{V_{i,j}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} dV &= - \iint_{V_{i,j}} \text{div}(\bar{u} \otimes \bar{u}) dV - \\ &\quad \iint_{V_{i,j}} \text{div}(p \bar{I}) dV + \frac{1}{\text{Re}} \iint_{V_{i,j}} \text{div}(\text{grad}(\bar{u})) dV \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)における対流項、圧力勾配項および拡散項をそれぞれグリーン定理に適用すると、コントロールボリュームにおける面積分は、閉直線の線積分に転換され、図 2 のコントロールボリュームの五つの稜線 (1→2→3→4→5→1) に (反時計まわり方向をとる) 沿って線積分することになる。

カットセルによる離散化には、二つのキーポイントがあることを注意されたい。一つは固体境界 (図 2 の切断線 4) の積分の取り扱いである。有限体積法では、一階偏微分の対流項と圧力勾配項の境界条件はディリクレ条件であり、二階偏微分の拡散項の境界条件はノイマン問題となる。固体境界でノースリップ境界条件の場合に、図 2 の切断線 4 のところに対流項が零となるから対流項を積分しなくてもいいが、圧力勾配項と拡散項に対して切断線 4 のところに積分しなければいけない。また、空間積分に対してすべての項に開口率を適用する必要もあることを注意されたい。もう一つのキーポイントは、カットセルにおいて算出される物理変数の定義点である。有限体積法では流体占有率 VOF で体積平均を行うため、物理変数の定義点は流体のコントロールボリュームの中心に置くのは (例えば図 2 の ⊙ 点) 自然だが、そうすると直交等間隔格子の完全自動化メリットがなくなる。その故、本研究では $\text{VOF} = 0.01$ を閾値としてそれより小さい境界セルは完全の固体とみなし、それより大きい境界セルにおいて算出される変数はコントロールボリュームの中心でなく、セルの中心 (例えば図 2 の ⊕) に置くこととする。また線分 4 の中心点 P の変数値を線形補間により求める。こう処理すると、固体境界の再現性を損するものの、直交格子の完全自動化が保たれ、実用化に向ける。また流体の計算はコントロールボリュームで保存則が厳密に満たされ、上記の処理は流れ場の計算精度に及ぼす影響がそれほど大きくないと考えられる。

5. 計算結果および考察

Fig. 3 Grid and VOF

Fig. 4 Comparisons of velocities

セルのカットされた VOF の効果を検証するため、 $10D \times 10D$ 正方形の解析領域におけるダクトを 10 度斜めにして解析を行った。全体の格子数は 64×64 、ダクトの半幅は $2.5D$ 、ダクトの流入条件と流出条件はともに放物型の分布を仮定した。VOF 分布を図 3 に示す。その流れ方向の速度分布を理論解析解と比較して図 4 に示す。図の中の analysis は理論解析解であり、 $i=32$ は第 32 格子点断面にある流れ軸中心での流れ垂直断面の速度分布である。軸中心の最大速度がわずかに過小評価されるものの、全体として解析結果は理論解と一致していると言える。

解析領域($10D \times 10D$)と格子数(64×64)のままで、円柱直径 D で定義されるレイノルズ数の $Re=1$ から $Re=20000$ までの 24 ケースについて、一様流中に置かれている静止円柱まわり流れの解析を行った。計算の無次元時間は 100 とし、円柱の円心座標の図 5 のように $X=2.5D$, $Y=5.0D$ とした。速度の境界条件として、円柱表面で滑り無し条件、流入側の流入条件は一様流条件、流出側の流出条件は X 方向に自由流出、 Y 方向にフリースリップ条件とした。

図 5 は解析格子と解析全領域の VOF 分布を示す。図 6 はレイノルズ数 $Re=300$ の場合の圧力等値線であり、円柱後方に周期的なカルマン渦列の形成が観察されており、非定常流の流れパターンの特徴を捉えている。これはレイノルズ数 $Re>80$ の場合に共通なので、他のレイノルズ数における計算結果を省略した。

Fig. 5 Grid and VOF

Fig. 6 Pressure contours

図 7、図 8 にそれぞれの実験データなどと比較した無次元時間 50~100 にわたる抗力係数の平均値と、平均 Strouhal 数を示す。抗力係数について、低レイノルズ数 ($Re<60$) の計算結果は今井の式による結果とよく一致している。レイノルズ数 $Re=100$ 付近あたりに、計算結果は実験データと比較して過小評価されている。レイノルズ数 $Re>400$ では、抗力係数はあまり変化がない。これは主に本研究で用いる空間解像度 ($10/64=0.15$) が低いので、 $Re=100$ (O) オーダー以上になると、円柱壁における境界層は十分に解像されていないと考えられる。

図 7 から分かるようにレイノルズ数 $Re>50$ 以降、カットセル無しの階段近似による計算結果は、実験より明らかに

過大評価され、本研究で提案したカットセル VOF 法による計算は、その過大評価を大幅に改善していることが分かる。図 8 の平均 Strouhal 数について、本研究での計算結果は、実験データより大きめである。

Fig. 7 Drag coefficient

Fig. 8 Strouhal numbers

Fig. 9 Comparison with experiment⁽³⁾ (left: experiment; right: present)

レイノルズ数 $Re=300$ の場合に無次元時間 $T=2.5$ の時の可視化実験⁽³⁾の結果と、本研究での同じ条件による計算結果の円柱近傍拡大図を図 9 に示す。この図から分かるように円柱付近の双子渦の形状や大きさ、円柱直後から渦の循環再合流までの距離など、本研究での計算結果は可視化実験とよく一致している。

Fig. 10 Practical application examples (Contours of X direction velocities)

今回開発した解析手法を複数 Bluff Body まわりの流れや予混合燃焼器内の流れなどに応用してみた。図 10 に示しているのは X 方向速度 u 分布のみであるが、任意形状の流れ場の様子を撮られたことが分かる。

6. 結言

ボクセルデータを利用する任意形状の非圧縮粘性流れ場の数値解析方法を開発した。またベンチマークテストを用いて検証した結果、本研究で開発した解析方法はある程度の精度と安定性を有しながら計算コストがあまりかからない実用計算手法としての有効性を検証した。また流れ場の形状に関しては、どんな複雑な形状があっても、V-CAD⁽¹⁾ データさえを読み込めば、短時間で直接二次元の非圧縮性粘性流れの数値解析ができるようになった。

参考文献

- (1) 加瀬・手嶋, 理研シンポジウム・ものづくり情報技術統合化研究, 第 1 回, (2001), 6-11.
- (2) Hirt, C. W., et al., J. Comput. Phys. 39, (1981), 201-225.
- (3) Bouard, R., & Coutanceau, M., J. Fluid Mech., 101-3, (1980), 583-607.