137 カットセルを使った2次元流体・構造連成解析

2D Analysis of Fluid-Structure Interaction by Cut Cell

○正 雷康斌 (理研), 正 岩田正子 (理研), 正 姫野龍太郎 (理研)

Kangbin LEI, Masako IWATA and Ryutaro HIMENO

The Institute of Physical and Chemical Research, 2-1 Hirosawa, Wako-shi, Saitama, 351-0198 Japan

1. 緒言

流体解析の実用化に関わる技術的な問題は、複雑形状の流体シミュレーションの前後処理、特に前処理の格子生成の手間や時間がかかることとなってきた。特に、移動境界に伴う流れの数値計算では、境界形状が運動するため、計算格子の生成(再生成)がもっとも困難なところであり、ボクセル格子を使うことは流体構造連成などの移動境界問題の解析にとっては好都合であると考えられる。しかし、ボクセル法による流体の数値解析法では、複雑形状の物体境界を精度よく表現することに困難を生じるだけではなく、移動境界問題を解く際に、境界の移動距離は必ずメッシュ幅の倍数となるため、計算不安定に落ちる場合は少なくありません。それで、本研究では、著者らの提案した二次元カットセルボクセル法⁽¹⁾を流体構造連成問題に適用し、一様流の中に置かれた円柱の強制振動と渦励振などの数値計算を行い、構造物に致命的な損傷を与える代表的な流体構造連成問題としてのロックイン現象や渦励振による共振状態を調べることで、移動境界問題において、カットセルボクセル計算手法の効果を示す。

2. 基礎方程式

流体解析で用いる基礎支配方程式は、次式の非圧縮粘性流体の Navier・Stokes 方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

円柱の振動計算に関しては、弾性支持された剛体構造物として、流れ方向に対して直角方向に振動する1質点1自由度系モデルを仮定している。

円柱が強制振動の場合には、円柱を一様流と直角な方向(Y方向)にsin波で強制的に振動させる。即ち円柱中心のY方向の変位を次式で与える。

$$y = A \sin(2\pi f_c t) \quad (3)$$

ここで、 A は振幅、 f_c は強制振動周波数、 t は時間である。円柱表面のY方向の速度境界条件は、次式で与えられる。

$$v_w = A 2\pi f_c \cos(2\pi f_c t) \quad (4)$$

円柱が渦放出による自励振動をする場合には、有次元の振動方程式は1質点1自由度のダンパ・ばねモデルによって次式に示す。

$$m \frac{d^2 \tilde{y}}{dt^2} + c \frac{d\tilde{y}}{dt} + k\tilde{y} = \frac{1}{2} \rho U_o^2 D C_L \quad (5)$$

式(5)の中にそれぞれ m は円柱の質量、 c はダンパの粘性減衰係数、 k はバネの弾性回復係数、 ρ は流体の密度、 U_o は一様流の流速、 D は円柱の直径、 C_L は揚力係数である。式(5)を無次元化して円柱の固有振動数 $f_o = \sqrt{k/m}/(2\pi)$ 、無次元減衰係数 $h = c/(2\sqrt{mk})$ 、スクル

ートン数 $Sc = 2\pi h(2\rho_c/\rho)$ などの振動応答を支配するパラメータで整理すると次式になる。

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + (4\pi h f_o) \frac{dy}{dt} + (2\pi f_o)^2 y = \frac{8h}{Sc} C_L \quad (6)$$

3. 数値解析手法

本研究では、差分法を併用した有限体積法を用いる。空間積分について、対流項に二次元の QUICK 法に準じた補間スキームを使用し、拡散項に二次精度の中心差分を用いる。時間進行については、対流項と拡散項を合わせて二次精度の Adams-Bashforth 法を適用し、圧力勾配項に一次精度の Euler 陰解法を用いる。解析アルゴリズムには、圧力と速度を同時緩和する SOLA-HSMAC 法を使用し、緩和係数 1.65 の SOR 法を用いて反復計算を行う。連続方程式の残差が 0.0002 となる時に収束判定とする。ただし、円柱が振動する場合には、式(4)または式(6)から求められた振動する円柱の運動速度を、流れ場の速度境界条件として計算時間ステップごとに変化して与えている。

円柱の渦自励振動の解析について、円柱の初期変位と初期速度を0として、式(6)の振動方程式をニューマークの β 法により積分し、円柱の振動変位や振動速度を求める。

4. カットセルボクセル法による固体・流体境界の取扱い

流体固体境界での離散化は、図1のようなカットセルを想定して、二次元境界セルの流体部分をコントロールボリューム(CV) $V_{i,j}$ として、式(1)を空間積分すると、有限体積法における支配方程式は式(7)になる。

$$\begin{aligned} \iint_{V_{i,j}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} dV &= - \iint_{V_{i,j}} \text{div}(\bar{u} \otimes \bar{u}) dV - \\ &\iint_{V_{i,j}} \text{div}(p \bar{I}) dV + \frac{1}{\text{Re}} \iint_{V_{i,j}} \text{div}(\text{grad}(\bar{u})) dV \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)における対流項、圧力勾配項および拡散項をそれぞれグリーン定理に適用すると、コントロールボリュームにおける面積分は、閉直線の線積分に転換され、図1のコントロールボリュームの五つの稜線(1→2→3→4→5→1)に沿って線積分することになる。

Fig. 1 Spatial discretization of cut cell

カットセルによる離散化では、固体境界でノースリップ境界条件の場合に、図1の切断線4のところに対流項が零となるから対流項を積分しなくてもいいが、圧力勾配項と拡散項に対して切断線4のところに積分しなければいけない。また、カットセルにおいて算出される物理変数の定義

点はコントロールボリュームの中心でなく、セルの中心に置くこととする。線分4の中心点Pの変数値を線形補間により求める。

5. 計算結果および考察

強制振動円柱まわりの流れ解析については、レイノルズ数 $Re=1000$ の場合に、静止円柱の無次元渦放出周波数の Strouhal 数は $St=0.2$ 位であることが実験値⁽²⁾で知られている。レイノルズ数 1000 で、式 (3) と式 (4) による強制振動円柱まわりの流れ解析を行った。計算条件として振幅 A を 0.1、振動周波数を 0.2 に中心として、 $fc=0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5$ の 8 ケースで計算を行なった。

揚力の変動時間履歴により流れの渦放出状態と表わせる Strouhal 数 St を求め、強制振動周波数 fc との関係を図 2 に示す。Strouhal 数 0.2 付近の $0.15 < fc < 0.25$ における $fc/St=1$ の計算結果から、強制振動による渦放出周波数のロックイン現象がよく再現されている。また、図に示されないが、ロックイン領域での抗力や揚力が増大することも捉えている。本研究は Okamoto らの実験⁽³⁾とレイノルズ数 ($Re=19000$) や円柱振動振幅 ($A=0.05$) とも異なるが、Okamoto らの実験による $0.186 < fc < 0.216$ のロックイン範囲は本研究のロックイン領域に含まれることが確認された。

Fig. 2 (forced frequency) / (vortex frequency) versus forced frequency

渦放出による自励振動については、ニューマークの β 法により式 (6) の振動方程式を積分し、円柱の渦自励振動の振動変位や振動速度を求める。円柱の振動速度をさらに流れ場の速度境界条件として課する。流れ場のレイノルズ数 Re を 10000、スクラートン数 Sc を 5、減衰係数 h を 1%、無次元流速 $V_r = U_0 / (f_0 D)$ を 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 の七ケースで計算を行い、各々の無次元流速に対する抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、そして変位 y の時間履歴を求めた。紙面の都合で $V_r=4$ のみの計算結果を図 3 に示す。

円柱の渦励振解析では、図 3 に示されているように式 (6) の振動方程式の右辺の揚力 C_L 項は、非定常な渦放出により不規則的な変化を呈している。そして流体構造の連成運

Fig.3 Time histories of displacements and coefficients of drag and lift in case of non-dimensional velocities $V_r=4$

動として、さらに振動円柱が流れ場に非定常な擾乱をも与えているため、前節の強制振動に比べて渦励振による揚力と抗力の平均値は、静止円柱のものより増大することが一致しているものの、その時刻歴変化曲線はもっと不規則的な波形となっている。また、無次元流速 $V_r=4$ (円柱の固有振動数 $f_0=1/4=0.25$) の場合の円柱の振幅がもっとも大きくなり共振状態になる。この計算結果は、静止円柱の流れ場の Strouhal 数 $St=0.25$ にも関連すると考えられる。

各々の無次元流速 V_r に対する y の最大変位を整理して図 4 に示す。 $V_r=2, 3, 4$ では y の最大変位は次第に大きくなり、 $V_r=4$ で最大になる。その後、 V_r が大きくなるにつれて、 y の最大変位は波状に小さくなっていく。本計算での渦励振応答振幅の変化傾向は、ALE 有限要素法⁽⁴⁾による計算結果と定性的に一致していると確認された。

Fig. 4 Maximum displacement of cylinder vortex-induced vibration

6. 結言

著者らの提案したカットセルボックス法を流体構造連成問題に試み、一様流の中に置かれた二次元円柱の強制振動および渦励振の数値計算を行い、構造物に致命的な損傷を与える代表的な流体構造連成問題としてのロックイン現象や渦励振による共振状態を調べた。その結果、レイノルズ数 $Re=1000$ の場合に強制振動によるロックイン ($fc/St=1$) 領域は $0.15 < fc < 0.25$ であることが予測されている。また、無次元流速 $V_r=4$ の時 (レイノルズ数 $Re=10000$)、つまり円柱の固有振動数 ($f_0=1/4$) は静止円柱の Strouhal 数 ($St=0.25$) と等しくなる時に、渦自励振動による共振状態が起こることが予測されている。これらの計算結果は、実験データや ALE 有限要素法による結果と定性的に一致していることより、移動境界の流体構造連成問題において、提案したカットセルボックス計算手法の有効性を示した。

参考文献

- (1) 雷康斌・岩田正子・野田茂穂・姫野龍太郎, カットセル直交等間隔格子による非圧縮粘性流れのシミュレーション (V-CAD データを直接利用する任意形状流れ場の数値解析), 機論, 69B-682, (2003), 1333-1340.
- (2) 日本機械学会, 機械工学便覧, A5 流体工学, (1999), A5-99.
- (3) Okamoto, S., Uematsu, R., and Taguwa, Y., Fluid force acting on two-dimensional circular cylinder in Lock-in phenomenon, JSME International Journal, B45, No.4, (2002), 850-856.
- (4) 近藤典夫, 円柱の空力挙動に関する数値シミュレーション, 第 15 回数値流体力学シンポジウム, E09-2, (2001), CD-ROM.