1806 フレキシブルリンクの形状設計と多目的最適化

A shape design of flexible link and multi objective optimization

○学 室巻 孝郎 (神戸大院)

正 多田 幸生 (神戸大院)

Takao Muromaki, Graduate School of Science and Technology, Kobe University, Rokkodai, Nada, Kobe, 657-8501

Yukio Tada, Graduate School of Engineering, Kobe University

Key Words : Flexible Robot Arm, Optimization, Structural Control, Finite Element Method

1. 緒言

フレキシブルロボットアームを設計するときに、操作に必要なエネルギーを少なくする単純な方法の一つは構造重量の軽量化である。しかし、安易な軽量化は剛性の低下を招き、振動が大きくなってかえって実用上の問題を引き起こしてしまうことが考えられる。そこで、構造重量・制御入力などを評価項目とする多目的最適設計問題を考える。本研究では、ロボットアームをはりと考えてモデリングし、有限要素法を用いて解析を行う。

2. モデルと制御系設計

2.1 ロボットアームのモデル式 水平面内を運動する2リンクフレキシブルアームを設計の対象とする。アームの座標系を Fig.1 に示す。φ はリンクの角変位、w はリンク上の点のたわみ、θ はたわみ角、v はリンク上の点の速度を表す。モデルの簡単化のため、たわみ速度成分 $\dot{w}$ は回転座標軸に垂直であると仮定し、リンク 2 上の点の速度 v_2 はリンク 1 先端の速度 v_L とリンク 2 に固定された座標系から見た速度 $\tilde{v}_2$ をベクトルの的に加え合わせたものであると考える⁽¹⁾。

本研究で扱うフレキシブルアームは、片方を固定された矩形断面をもつ段付きばり状として扱う。リンク 1・リンク 2 を n_1, n_2 個の要素に等分割し、幅 b 、密度 ρ 、縦弾性係数 E は各要素内で一定とする。要素内のたわみ関数は 3 次式で近似する。

Fig.1 2-link flexible arm model

ラグランジュの運動方程式を利用して導出したフレキシブルアームの運動方程式を線形近似した式を以下の形で表記する。

$$M\ddot{q} + Kq = p_u + p_f \quad (1)$$

$$q = [\varphi_1 \varphi_2 W_1 \Theta_1 \cdots W_{n_1+n_2+2} \Theta_{n_1+n_2+2}]^T \quad (2)$$

ただし、 M は質量行列、 K は剛性行列、 W_I, Θ_I はリンク 1 とリンク 2 を合わせた全体系の第 I 節点のたわみとたわみ角、 p_u は入力ベクトル、 p_f は外力ベクトルである。次に、境界条件を導入した縮小形 $\tilde{q}_1$ を用いて次式で表す。

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{q}}_1 + \tilde{K}\tilde{q}_1 = \tilde{p}_u + \tilde{p}_f \quad (3)$$

2.2 状態方程式 外力の加わらないシステムの場合、式 (3) で $\tilde{p}_f = 0$ とし、 $x = [\tilde{q}_1^T, \dot{\tilde{q}}_1^T]^T$ を用いて次の状態方程式で表現する。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

次に不規則外乱が入るシステムの状態フィードバック制御を取り扱う。今回対象とする外乱はウィーナ過程と呼ばれる確率過程 $w(t)$ である。

[ウィーナ過程 $w(t)$ の定義]

1. 定常独立増分をもつ。
2. 増分 $w(t) - w(s)$ は正規分布し、 $E\{w(t) - w(s)\} = 0$, $E\{(w(t) - w(s))^2\} = \sigma^2|t - s|$ である。(ここで、 s, t は時間パラメータ、 σ は正の定数)
3. $\Pr\{w(0) = 0\} = 1$

ただし、ウィーナ過程はいたるところで微分不可能であるから増分形の方程式で考えることにする。外乱が入るシステムの状態方程式を以下の形で記述する。

$$dx = Axdx + Bwdt + Gdw \quad (5)$$

ここで、 G は外乱の大きさを表すベクトルである。

2.3 制御系設計 制御系については、最適レギュレータ問題として取り扱う。ウィーナ過程が外乱として入る確率システムに対する最適レギュレータ問題⁽²⁾の動作指標を次式で定義する。

$$J[u] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T [x^T Q x + u^T R u] dt \right\} \quad (6)$$

ここで、 Q, R は重みを表す係数行列である。動作指標 J を最小にする制御入力 u は Riccati 行列方程式を解くことにより得られる。

$$A^T \Pi + \Pi A - \Pi B R^{-1} B^T \Pi + Q = 0 \quad (7)$$

3. 最適化

3.1 評価項目 ロボットアームの形状設計を行うため、設計変数として各要素高さ $h^{(i)}$ を採用する。省エネルギー且つたわみの小さい構造を得ることを設計の目的とする。評価項目は軽量化のための構造重量 W と、振動と制御性能の評価のための最適レギュレータの動作指標 J を選ぶ。密度を ρ 、断面幅を b 、要素長さを l_1, l_2 とすると、構造重量 W は以下のようになる。

$$W = \sum_{i=1}^{n_1} \rho h_1^{(i)} b l_1 + \sum_{i=1}^{n_2} \rho h_2^{(i)} b l_2 \quad (8)$$

確率的外乱の入るシステムの動作指標 J の最小値は、式 (7) の解 Π により次のように定まる⁽²⁾。

$$J^* = \text{tr}(G G^T \Pi) \quad (9)$$

3.2 多目的最適化の取り扱い

(a) 多目的 GA 最適化手法として多目的 GA⁽³⁾ を用いる。各評価項目値に対応する適応度を基に、個体集合内で他に優越する解が存在しないようなパレート最適解の集合を求める。シンプル GA にパレート・ランキング法を組み合わせたものを実装した。各個体のランクは優越されている個体数+1 で定義する。また、各個体近傍の混雑具合をニッチ数で表すことにする。ニッチ数は各個体間の評価項目値の差の二乗和で定義している。選択のときは、個体集合からランダムに2つの個体を取り出し、ランクの小さい方を次の集合の要素として選ぶ。ランクが同じ場合は、ニッチ数の小さい方を選ぶことにする。

(b) 重み付き和法 多目的最適化問題を解くため、各評価項目を重み係数法を用いて足し合わせた評価関数 F を設定する。

$$F = \gamma_1 \frac{W}{W_0} + \gamma_2 \frac{J^*}{J_0^*} \quad (10)$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 1 \quad (11)$$

ここで、 W_0 , J_0^* は初期設計に対する値であり、重み係数を γ_1, γ_2 としている。

この単目的化された評価関数の最適化手法の1つとして直接探索法を用いた。本研究では直接探索法の一つである Hooke-Jeeves の方法⁽⁴⁾ を適用する。この方法は、出発点から設計変数を1度に1個づつ変えて進む方法である。

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_i + \Delta h \ h_{i+1} \ \dots \ h_{n_1+n_2}]^T$$

単目的化された評価関数の最適化手法のもう1つの手法として PSO⁽⁵⁾ を用いた。 $k+1$ 回目の移動でエージェント i が移動する際、 n 次元空間における j 番目の成分の更新を次式で定義する。

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1} \quad (12)$$

$$v_{ij}^{k+1} = w \times v_{ij}^k + c_1 \times \text{rand}_1() \times (pbest_{ij} - x_{ij}^k) + c_2 \times \text{rand}_2() \times (gbest_j - x_{ij}^k) \quad (13)$$

ただし、 $pbest$ は個々のエージェントが発見した最良解、 $gbest$ は全てのエージェントが発見した最良解、 $\text{rand}_1()$, $\text{rand}_2()$ は0から1までの一様乱数、 w, c_1, c_2 はそれぞれの項に対する非負の重み係数である。

4. 計算結果

4.1 パラメータの設定 各最適手法で用いたパラメータを以下に示す。要素分割数はリンク1・リンク2共に2とし、各リンクの初期状態は $\varphi_1 = 1$ [rad], $\varphi_2 = \frac{1}{18}\pi$ [rad], 最適レギュレータの行列 Q, R は単位行列とした。

[多目的 GA]

{ 世代数: 800 個体数: 400
交差率: 0.8 突然変異率: 0.08

各個体: 要素高さ $h^{(i)}$ の取り得る値を 0.0005 から 0.064 までの 127 通りとし、7bit データで表す。

[重み付き和法]

各評価項目の重み γ : $\gamma_1 = 0.0, 0.1, \dots, 0.9, 1.0$
 $\gamma_2 = 1.0, 0.9, \dots, 0.1, 0.0$

・直接探索法

{ 初期要素高さ: 0.02 収束判定幅: 0.0005

・PSO

{ エージェント数: 50, 反復回数: 100
 $w = 0.8, c_1 = 1.2, c_2 = 0.5$

4.2 計算結果

最適化を行った結果を以下に示す。Fig.2 は多目的 GA で得られた規定世代後の個体群と重み付き和法で得られた個体群の評価項目値をプロットしている。横軸は「構造重量」、縦軸は「動作指標 J^* 」を表している。○ 記号は多目的 GA で得られた個体群のもの、+ は直接探索法で得られたもの、* は PSO で得られたものである。なお、× 印は要素高さ 0.02 で一様にした基準形状の値を表している。Fig.2 を見ると、構造重量については軽量化が進んだ解が見られるが、多少重量が大きくなっても動作指標 J^* を小さくすることに対応する解がほとんど見られないことがわかる。

Fig.3 は各最適化手法で得られた解個体群の中から、他に優越する解が存在しないパレート解を選び出して拡大した図である。各手法で得られた解がまんべんなく存在していることがわかる。

探索により得られた形状例を Fig.4, Fig.5 に示す。実線が得られた個体の形状を表し、破線が基準形状を表している。基準形状のときの構造重量 W_0 は 10.792 であり、動作指標 J_0^* は 9.7739 である。各図のタイトルのところに構造重量 W と動作指標 J^* の値を併記している。両形状共に先細りの形状になっている。

Fig.2 Distribution of objective functions for individuals

Fig.3 Distribution of objective functions for individuals in suboptimal set

Fig.4 Shape of arm
($W = 1.214, J^* = 3.993$)

Fig.5 Shape of arm
($W = 0.540, J^* = 4.424$)

5. 結言

本研究では、水平面内を運動する2リンクアームについて、線形近似した運動方程式をもとに、構造重量が小さく、状態と入力との2乗積分値を小さくする形状を求めた。アームの形状として、先細りが有利であることを確認した。また、得られた解について2つの評価項目を比べると、構造重量に対し最適レギュレータの指標はあまり変動しないと考えられる。

参考文献

- (1) 小島, 機論, 55-513, C, (1989), 1221
- (2) 大住, "確率システム入門", 朝倉書店, (2002), 142
- (3) 三宮・喜多・玉置・岩本, "遺伝アルゴリズムと最適化", 朝倉書店, (1998), 101
- (4) J.Kowalik and M.R.Osborne, (山本・小山共訳), "非線形最適化問題", 培風館, (1970), 23
- (5) 上野・岩崎・安田, 第6回最適化シンポジウム講演論文集, (2004), 114