552 超弾性・粘性モデルによる織布補強ゴムの力学特性モデリング

Modeling of a textile-reinforced rubber mechanical properties by using a visco-hyperelastic model

○正 浅井光輝 (九州大)
西本安志 (シバタ工業(株))
園田佳巨 (九州大)

木村嘉之 (九州大)
西野好生 (シバタ工業(株))

Mitsuteru ASAI, Kyushu University, 744 motooka, nishi-ku, fukuoka

Yoshiyuki KIMURA, Kyushu University

Yasushi NISHIMOTO, SHIBATA Industrial Co., LTD., 1058 nakao, uozumi, akashi

Yoshio NISHINO, SHIBATA Industrial Co., LTD.

Yoshimi SONODA, Kyushu University

Key Words : Visco-hyperelasticity, Large deformation, Textile reinforced rubber, Anisotropy

1. 緒言

本研究では, Fig.1 に示すような織布により補強したゴムの巨視的な材料のモデル化を行った. この材料の静的な材料挙動は, 異方性を示す非線形弾性を示すため, 異方性超弾性モデルによるモデル化を試みた. また, 動的挙動に関しては, 強い速度依存性を示すことが過去の研究より予想されており, 粘性モデルを導入することで対応することとした.

また, 上記モデルの検証ために, 円孔板の重錘式引張り試験を行い, 数値解析結果と実験との比較検証を行った.

Fig. 1 Fiber reinforced rubber

2. 異方性・粘性超弾性モデルの概要

2.1 異方性を含んだ超弾性モデル

ゴム材料は特有な非線形弾性挙動を示し, しばしば Ogden モデルあるいは Mooney-Rivlin モデルなどの超弾性体としてモデル化される. 本研究では, 次式に示す Mooney-Rivlin モデルをベースとした異方性モデルを採用し, ひずみエネルギー関数が次式により与えられるものとした.

$$\begin{aligned} W &= W_{\text{vol}} + W_{\text{iso}}^r + W_{\text{iso}}^{f_1} + W_{\text{iso}}^{f_2} \\ W_{\text{vol}}(J) &= p(J-1) \\ W_{\text{iso}}^r(\bar{I}_1, \bar{I}_2) &= c_{10}(\bar{I}_1-3) + c_{01}(\bar{I}_2-3) + c_{11}(\bar{I}_1-3)(\bar{I}_2-3) \\ W_{\text{iso}}^{f_1}(\bar{I}_4) &= d_1(\bar{I}_4-3)^{a_1} \\ W_{\text{iso}}^{f_2}(\bar{I}_5) &= d_2(\bar{I}_5-3)^{a_2} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, c_i は Mooney-Rivlin 定数を示し, d_i, a_i はそれぞれ 2 方向の繊維に関連する材料パラメータである. なお, 変形を体積成分と等容成分に分離して考えるものとし, 等容変形に相当する変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ の等容成分 $\bar{\mathbf{F}}$ は次式により与えられるものとしている.

$$\mathbf{F} = J^{1/3} \bar{\mathbf{F}} \quad (2)$$

ここで, J は全変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ より評価されるヤコビアンである.

また, 式(1)に示す $\bar{I}_i$ は $\bar{\mathbf{F}}$ のみから評価する修正右コーシー・グリーン変形テンソル $\bar{\mathbf{C}}$ の不変量である. 以下に, その定義をまとめて示す.

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \text{tr} \bar{\mathbf{C}} \\ \bar{I}_2 &= \frac{1}{2} \{ (\text{tr} \bar{\mathbf{C}})^2 - \text{tr} \bar{\mathbf{C}}^2 \} \\ \bar{I}_4 &= \mathbf{n}_1 \cdot \bar{\mathbf{C}} \mathbf{n}_1 \\ \bar{I}_5 &= \mathbf{n}_2 \cdot \bar{\mathbf{C}} \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, $\mathbf{n}_i$ は繊維軸方向を示す単位ベクトルである.

ひずみエネルギー関数がテンソル $\bar{\mathbf{C}}$ の不変量により表記されれば, あとは通常の手順により $\mathbf{C}$ で偏微分することで第 2 Piola-Kirchhoff 応力 $\mathbf{S} (= 2 \partial W / \partial \mathbf{C})$ が定義され, 再度偏微分することにより接線係数 $\mathbf{D} (= 4 \partial^2 W / \partial \mathbf{C}^2)$ が評価できる. (具体的な中身は文献 1) を参照)

本研究では, MSC.Marc によりトータルラグランジュ法に基づく FE 解析を実施するものとし, 上記に示す応力および接線係数をユーザ定義関数により評価した.

Fig. 2 Schematic image of the generalized Maxwell model

3. 有限変形 Maxwell 粘性モデルと異方性粘性モデル

Holzappel により提案された有限変形に拡張した一般化 Maxwell 粘性モデルを概説し, それを拡張した異方性粘性モデルを紹介する.

3.1 等方性粘性モデル

一般化 Maxwell 粘性モデルとは, Fig.2 に示すように, 直列に結ばれたバネとダッシュポットの組みが並列につながれたモデルにより粘弾性特性を表現する構成モデルである. はじめに応力を体積変形成分 $\mathbf{S}_{\text{vol}} = 2 \partial W_{\text{vol}} / \partial \mathbf{C}$ と等容変形成分 $\mathbf{S}_{\text{iso}} = 2 \partial W_{\text{iso}} / \partial \mathbf{C}$ 加算分解し, 等容成分は静的応力 $\mathbf{S}_{\text{iso}}^{\text{st}}$ と非平衡応力 $\mathbf{Q}_\alpha$ の和として表現されるものと仮定する.

$$S_{iso} = S_{iso}^{\infty} + \sum_{\alpha=1}^m Q_{\alpha} \quad (4)$$

ここで、非平衡応力 Q_{α} の時間発展則は、緩和時間 τ_{α} と S_{iso}^{∞} から次式により与えられる。

$$\dot{Q}_{\alpha} + \frac{Q_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} = \beta_{\alpha} S_{iso}^{\infty} \quad (5)$$

ここで、 Q_{α} の初期値はゼロであり、以降の時間発展は中央差分法による数値積分により評価した。なお、この時間積分と整合した接線係数の評価方法の詳細は文献 1) に委ねる。

3.2 異方性粘性モデル

式(1)に示した異方性モデルのひずみエネルギー関数において、等容変形に関与する項は、ゴムに対応した成分 W_{iso}^r と繊維に対応した成分 $W_{iso}^{f_1}, W_{iso}^{f_2}$ の和として表現されている。同様に、応力テンソルもひずみエネルギーの各項を C で微分した値の和として表せる。

$$\begin{aligned} S_{iso}^{\infty} &= S_{iso}^r + S_{iso}^{f_1} + S_{iso}^{f_2} \\ S_{iso}^r &= 2\partial W_{iso}^r / \partial C \\ S_{iso}^{f_i} &= 2\partial W_{iso}^{f_i} / \partial C \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、式(4),(5)を参考にし、応力テンソルを構成する各要素に対して、それぞれ非平衡応力を定義することで、異方性粘性モデルへと発展できる。

$$\dot{Q}_{\alpha}^m + \frac{Q_{\alpha}^m}{\tau_{\alpha}^m} = \beta_{\alpha}^m S_{iso}^m, \quad (m = r, f_1, f_2) \quad (7)$$

4. 円孔板の重錘引張り試験の数値解

Fig.3 に示す円孔板の引張り試験結果と比較検証することで、構成モデルの妥当性を検証した。同図には、平織り織布の繊維方向 n_i を、鉛直方向から $30^\circ, 45^\circ$ 傾けた場合の実験結果との比較結果を示している。方向に依存する織布補強ゴムの変形特性が、異方性モデルにより再現できていることが確認できる。使用したパラメータ一覧を Table.1 に示す。これらは、別途実施した強化ゴムの一軸引張り試験結果より同定した材料パラメータである。(詳細は文献 2) を参照)

Fig. 3 Experimental result in a tension test of rubber sheet with hole

Table.1 Material parameters

	c_{10} [MPa]	c_{01} [MPa]	c_{11} [MPa]
rubber	1.03	-0.55	0.04
	d_i [MPa]	a_i	
fiber1(n_1)	15.5	2	—
fiber2(n_2)	25.5	2	—

Fig.4 には、粘性モデルを導入し、荷重速度を変化させた数値実験を行った際の荷重変位関係図を示す。また Fig.5 には、Fig.4 に示した解析の後、100[s]の間、荷重値を最終値のままキープした前後の状態におけるひずみコンター図を示している。

荷重変位関係図が示しているように、載荷速度を上げるほど硬化することが再現できている。また、Fig.5 に示すひずみ分布の推移より、ゴム系材料において顕著となるクリープ変形が定性的に表現できていることを確認した。なお、このクリープ変形は静的解析の結果へと収束している。

Fig. 4 Load-deformation curves in the loading control test with different loading rates

Fig. 5 Equivalent strain distribution during the creep process

5. 結語

超弾性体モデルの範疇から発展した異方性モデル、および粘性モデルを用い、織布により補強されたゴムの構造解析において有用な巨視的な材料モデルの構築を行った。

本稿では、異方性および粘性モデル可能性の一端を示すことができた。今後、多数の材料パラメータを効率よく同定するための手順を確立することが望まれる。

参考文献

- 1) Holzapfel, G.A. : Nonlinear Solid Mechanics, "A continuum approach for engineers", Wiley, Chichester 2000
- 2) 浅井光輝, 木村嘉之, 西本安志, 西野好生, 園田佳巨 : 異方性超弾性モデルによる織布強化ゴム特性の数値解, 土木学会・応用力学論文集, Vol.11, 467-474