754 生体壁近傍での気泡の崩壊 (Ghost Fluid 法を用いた数値シミュレーション)

Bubble Collapse in the Vicinity of a Tissue Surface (Numerical Simulation with the Ghost Fluid Method)

学 周 正 (阪府大院) 学 松野 孝浩 (阪府大院) 正 小林 一道 (阪府大) ○ 正 高比良 裕之 (阪府大)

Sei SYU, Osaka Prefecture University, 1-1 Gakuen-cho, Naka-ku, Sakai, Osaka
Takahiro MATSUNO, Osaka Prefecture University
Kazumichi KOBAYASHI, Osaka Prefecture University
Hiroyuki TAKAHIRA, Osaka Prefecture University

Keywords: Shock-Bubble Interaction, Bubble Collapse, Tissue, Ghost Fluid Method

1. 緒 言

近年、医療技術の基礎的研究や応用・開発の分野において、生体壁近傍での気泡崩壊現象が数多く関わっている。例えば、尿路結石治療では体外衝撃波結石破砕術 (ESWL) が多く使われているが、結石を破壊する際に発生するキャビテーション気泡の崩壊が、生体組織への損傷の原因となることが知られている。また、気泡崩壊時に発生する衝撃波を利用した、細胞への抗がん剤の導入や遺伝子治療に関する研究も行われている。

このような生体壁近傍における気泡の衝撃波による崩壊現象を扱うには、気体-液体-生体壁という三相内の圧力波の伝播ならびに、気液界面と生体壁界面の挙動を扱う必要がある。本稿では、こうした生体壁近傍における気泡の崩壊現象に対し、Ghost Fluid 法を用いた数値計算手法の適用について報告する。二つの界面 (気泡-水、水-生体壁) 位置の捕獲には Level Set 法を用いる。また、Kodama らの実験に従い⁽¹⁾、生体壁の物性にはゼラチンを用いることとする。

2. 計算モデルおよび数値計算手法

図 1 に計算モデルを示す。初期状態において、半径 R_0 を持つ気泡が生体壁界面からその気泡中心まで距離 L 離れた位置に静止しており、また図 1 の左側より、衝撃波が気泡に向かい伝播してくるものとする。本研究では、空気、水、ゼラチンに対して圧縮性軸対称二次元 Euler 方程式を用いる。この Euler 方程式に対して、時間発展には 3rd order TVD Runge-Kutta スキーム、空間発展には 3rd order ENO-LLF スキームを用いる。

各物質の状態方程式には、以下に示す Stiffened Gas 状態方程式を用いる。

$$p = (\gamma - 1)\rho e - \gamma\Pi \quad (1)$$

ここで、 p は圧力、 ρ は密度、 e は単位質量あたりの内部エネルギーである。 γ と Π はパラメータであり、本研究では、空気、水、ゼラチンの γ , Π の値は、各物質の音響インピーダ

ンスと一致するように決定される。本研究で使用されるこれらの値を以下に示す。なお、水とゼラチンの音響インピーダンスはほぼ等しい。

$$\begin{aligned} \text{空気:} & \quad \gamma = 1.4, \quad \Pi = 0 \text{ Pa,} \\ \text{水:} & \quad \gamma = 4.4, \quad \Pi = 6 \times 10^8 \text{ Pa,} \\ \text{ゼラチン:} & \quad \gamma = 4.04, \quad \Pi = 6.12 \times 10^8 \text{ Pa.} \end{aligned}$$

界面の位置を追跡するために Level Set 法を使用し、さらに、気泡の分裂・合体や大変形の際の質量保存性を改善するために Hybrid Particle Level Set 法を併用する。Level Set 法では、符号付き距離関数である Level Set 関数 ϕ が使用される。 $\phi = 0$ となる位置の集合を界面と定義し、その関数の時間の発展は以下の輸送方程式を解くことで得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は流体の速度である。また、Level Set 関数を正しい距離関数として取り扱うために、以下の式を用いて再初期化を行う。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + S(\phi_0)(|\nabla \phi| - 1) = 0 \quad (3)$$

ここで、 $S(\phi_0) = \phi_0 / \sqrt{\phi_0^2 + (\delta x)^2}$ は平滑化された関数であり、 ϕ_0 は仮想時間 τ に関する ϕ の初期位置、 δx は微小間隔である。式 (2) を解いた後、仮想時間 τ に関して式 (3) が収束するまで解き、Level Set 関数を距離関数に保つ。また、得られた Level Set 関数により、法線ベクトル N は

$$N = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (4)$$

と定義される。本解析では、式 (2) と式 (3) を解くために、時間発展には 3rd order TVD Runge-Kutta スキーム、対流項には 5th order WENO スキームを用いる。

前述したように、本問題は三相から成り、二種類の界面を有している。Level Set 関数を用いたこれら三相の判別法について以下に述べる⁽²⁾。 $\phi < 0$ の値を持つ流体を水と定義し、 $\phi > 0$ の値を持つ流体は気泡もしくはゼラチンであるとする。気泡とゼラチンを区別するために、ゼラチン壁の変形を考慮しその領域を決定する方法を以下に示す。本計算領域の z 方向および r 方向に対する計算格子点を各々 (i, j) とし、また、ある時刻におけるゼラチン壁界面の z 座標を $z_g(r)$ とする。もし、 $z_g(r)$ が格子点 (k, j) と $(k+1, j)$ の間にあるならば、 $\phi_{k,j} \times \phi_{k+1,j} < 0$ となる。このような格子点位置 k を探すことで、水-ゼラチン境界の位置を特定できる。ここで、 (k, j) 点の z 座標を $z_{k,j}$ と表わし、参照距離 $z_{\text{ref}}(j)$ を $z_{\text{ref}}(j) = z_{k,j}$ と定義する。この $z_{\text{ref}}(j)$ を用いることで、 $\phi > 0$ および $z_{i,j} > z_{\text{ref}}(j)$ の領域にある流体をゼラチンと定義し、 $\phi > 0$ および $z_{i,j} < z_{\text{ref}}(j)$ の領域にある流体

Fig. 1 Computational domain

Fig. 2 Initial pressure profile of incident shock wave

を気泡と定義することで、各相の流体を判別することが可能となる。

界面における各相間の物理量の不連続性を鋭く捕えるために、本研究では Ghost Fluid 法⁽³⁾を用いる。Ghost Fluid 法では、この界面の両側で不連続となる量による誤差を避けるために仮想流体 (Ghost Fluid) を置く。例えば、 $\phi < 0$ の領域に流体 1、 $\phi > 0$ の領域に流体 2 が存在するものとする。と、 $\phi > 0$ の領域に流体 1 の仮想流体 1 (Ghost Fluid 1) を、 $\phi < 0$ の領域に流体 2 の仮想流体 2 (Ghost Fluid 2) を定義する。流体 1 と Ghost Fluid 1 を合わせ、また流体 2 と Ghost Fluid 2 を合わせることで、対象となる系の全領域に各々の流体が定義されたこととなる (本研究では三流体に対し定義可能)。一般に、圧力や法線方向速度など界面を挟んで連続的な量は、同じ位置にある別の流体に対して定義された物理量を Ghost Fluid の値としてそのまま採用し、接線方向速度など界面を挟んで不連続となる量は、界面を挟んでその近傍に存在する同じ流体から補間することにより Ghost Fluid の物理量が決定される。この結果、界面での境界条件は陰的に満足され、それぞれの流体について独立に単相流体の問題として Euler 方程式を解き、次の時間ステップでの各々の流体の物理量を求めることが可能となる。その後、Level Set 関数を用いて界面位置を決定し、 $\phi < 0$ の流体には流体 1 の物理量を採用し流体 2 の物理量を捨て、 $\phi > 0$ の流体には流体 2 の物理量を採用し流体 1 の物理量を捨てる。これより、全領域の格子点に対して各々 1 つの流体の物理量が決定されることとなる。

圧縮性混相流の解析では、各相間の音響インピーダンスが大きく異なる場合、その界面近傍で数値振動が起りやすく、安定な解析が困難となる。この数値振動を抑制するために、一次元 Riemann 厳密解を用いて界面近傍の各相の物理量を補正する方法が高比良らによって提案されている⁽⁴⁾。本研究では、デカルト座標系の各方向に一次元 Riemann 解法を適用し、各方向の Riemann 解を使って反復計算を行うことにより近似的補正を行う。

本計算では、入射衝撃波として、指数関数状の圧力波形を有する衝撃波を用いる。この入射衝撃波の圧力波形を図 2 に示す。この衝撃波の圧力波形は Kodama らの実験⁽¹⁾で用いられた圧力履歴を参考とし、以下に示す関数形 $p(z)$ で与えられる。

$$p(z) = ae^{b(z-d)} + p_0 \quad (5)$$

ここで、 a 、 b は定数であり、 $a = 1.080 \times 10^8$ Pa、 $b = 393.9$ である。 p_0 は衝撃波前方の初期圧力 $p_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa、 d は $z = 0$ の位置から衝撃波波面までの距離であり $d = 2.540 \times 10^{-2}$ m となる。初期の入射衝撃波の最大圧力は $p = 108.1$ MPa であり、その衝撃波波面の Mach 数は約 1.039 である。また、今回の計算で用いられる入射衝撃波の最大圧力は Kodama らの圧力の 10 倍としている。

Fig. 3 Pressure contours for bubble collapse near gelatine surface ($L/R_0 = 1.2$)

3. 計算結果

初期状態において、気泡の半径を $R_0 = 1.0$ mm とし、入射衝撃波前方の初期圧力を一様に $p_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa とし、気泡に入射衝撃波を作用させる。本稿では、気泡中心からゼラチン表面までの距離 L が $L/R_0 = 1.2$ の結果について以下に示す (図 1 参照)。図 3 に本計算結果の圧力分布を示す。図 3(i)-(ii) より、入射衝撃波が気泡に衝突すると、水と空気の音響インピーダンスの違いから、その界面から膨張波が反射し伝播していくことがわかる。水とゼラチンの音響インピーダンスはほぼ等しいので、入射衝撃波はゼラチン内部へ透過する (図 3(iii))。そして、気泡の収縮とともに、気泡表面に液体ジェットが形成される (図 3(iv)-(v))。また、この時、ゼラチン界面は気泡側へと引き寄せられる。形成された液体ジェットは反対側の気泡表面に衝突し衝撃波を発生する (図 3(vi))。その後、気泡は最小体積となり、再膨張する (図 3(vii))。この再膨張の際に、気泡から衝撃波が発生する。これら衝撃波がゼラチン壁面に作用することで、その表面にくぼみが形成される (図 3(viii))。その後、ゼラチンに生じたくぼみに気泡が進入していくことがわかる (図 3(ix))。

なお、上述した衝撃波により誘起された気泡の崩壊挙動やゼラチン壁面の変形の様子は、Kodama ら⁽¹⁾によって実験的に観察されたゼラチン壁面での気泡の崩壊挙動と定性的に一致していることが確認された。

4. 結 言

生体壁近傍における衝撃波と気泡の干渉問題を Ghost Fluid 法を用いて数値計算した。本稿で述べた手法により、界面 (気泡-水、水-ゼラチン) の挙動および各相内部の圧力波の伝播がシミュレート可能であることが確認された。また、本解析で得られた気泡崩壊およびゼラチン壁の挙動は、Kodama らの実験結果と定性的に一致することが確認された。

文 献

- (1) Kodama, T. and Takayama, K., *Ultrasound Med. Biol.*, **24** (1998), 723.
- (2) Takahira, H. et al., *Fluid Dyn. Res.*, **40** (2008), 510.
- (3) Fedkiw, R. et al., *J. Comput. Phys.*, **175** (2002), 200.
- (4) 高比良・湯浅, 機論, **72-723**, B(2006), 2643.