704 電磁波非破壊検査による定量的評価のための時間域BIEM

Time domain BIEM for electromagnetic QNDE

非 吉川 仁(京大) ○非 宇都本 彰夫(京大) 正 西村 直志(京大)

Hitoshi YOSHIKAWA,

Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto

Akio UTSUMOTO,

Civil and Earth Resources Eng., Kyoto University, Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto

Naoshi NISHIMURA,

Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto

Key Words : time domain BIEM, electromagnetic NDE

1. はじめに

現状の電磁波非破壊評価では、散乱波の波形の時間履歴が受信アンテナにより計測されているにもかかわらず、散乱波の到達時間のみを検査対象内部の情報決定に用いているに過ぎない。つまり、受信電磁波波形に含まれるであろう多くの散乱体に関する情報(鉄筋の位置や形状など)が未利用のまま残されている。そこで、電磁波レーダ計測において得られる受信波形データに含まれる到達時間以外の情報の利用可能性について検討する。電磁波レーダ非破壊計測において受信アンテナの出力として得られる波形データを数値的に復元すれば、検査対象物内部の散乱体の情報(位置や形状やサイズなど)をパラメータで表現し、それらのパラメータ毎に散乱電磁波動場を計算する事で、電磁波レーダ計測波形と各種パラメータとの関係を明らかにする事ができる。さらに、電磁波レーダ計測波形と内部散乱体情報の関連付けが行われれば、電磁波レーダ計測により得られる計測波形データからより多くの内部散乱体情報を定量的に決定可能となる。

2. Maxwell方程式に支配される電磁場における境界積分方程式法

電荷密度 $\rho = 0$ 、電流密度 $i = 0$ が成り立つ3次元領域内でのMaxwell方程式を電場 $E(x, t)$ のみで表すと次式の様になる。

$$\text{rot}(\text{rot}E(x, t)) = -\varepsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x, t), \quad (1)$$

ここで、 ε は物質の誘電率、 μ は透磁率である。

式(1)における基本解 $\Gamma(x, t)$ は次式で得られる。

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}(x, t) \\ = -\frac{\delta_{ij}}{4\pi|x|} \delta(t - |x|\sqrt{\varepsilon\mu}) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \frac{(t - |x|\sqrt{\varepsilon\mu})_+}{4\pi|x|\varepsilon\mu}, \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 $(t)_+$ は $tH(t)$ を意味している。このとき、 $H(t)$ はヘビサイド関数である。

支配方程式に基本解をかけ、領域 D 、時間区間 $[0, t]$ で積分し、グリーンの公式を用いれば、解の積分表示を次式で得られる。

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} x \in D, & \quad E_i(x, t) \\ x \notin D, & \quad 0 \end{aligned} \right\} \\ & = -\mu \int_0^t \int_S \Gamma_{ij}(x - y, t - s) \frac{\partial}{\partial s} J_j(y, s) dS_y ds \\ & \quad + e_{jkl} \int_0^t \int_S \Gamma_{ij,k}(x - y, t - s) M_l(y, s) dS_y ds \\ & \quad + \int_0^t \int_D \left\{ \frac{\partial}{\partial s} (\Gamma_{ij}(x - y, t - s) \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial s} E_j(y, s)) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial s} (\varepsilon \mu E_j(y, s) \frac{\partial}{\partial s} \Gamma_{ij}(x - y, t - s)) \right. \\ & \quad \left. + \varepsilon \mu E_j(y, s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \Gamma_{ij}(x - y, t - s) \right\} dV_y ds. \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 S は領域 D の境界、 $(\cdot)_{,i}$ は $\frac{\partial}{\partial y_i}$ 、 n は領域 D の外向き法線ベクトルであり、 J は表面電流 $J = n \times H$ 、 M は表面磁流 $M = E \times n$ 、 H は磁場の強度である。

3. 解析例

図-1に示す様な3次元無限均質媒体中に存在する原点を中心とする半径 a の球体の完全導体に電場 $E^{\text{inc}}(x, t)$ が入射する問題を考える。なお、初期条件を $E(x, t) = 0$ 、 $\frac{\partial}{\partial t} E(x, t) = 0$ とする。物体に磁場を加えたとき、磁場の変化を妨げる向きに電流が流れるが、完全導体には電気抵抗が無いため電流は減衰せず内部磁場はゼロ、また、表面磁流も $M = 0$ となる。このとき、完全導体表面を S とすれば、解くべき

図 1: 解析領域

図 2: 完全導体上の点 $(0, a, 0)$ での表面電流 J_1 (赤点: 時間域 BIEM、黒線: Jacques らの結果)

式は以下となる。

$$E_i^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t) = \mu \int_0^t \int_S \Gamma_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \frac{\partial J_j(\mathbf{y}, s)}{\partial s} dS_y ds \quad (4)$$

ガウス分布の時間変動を持つ x_3 方向に伝播する平面波 E^{inc}

$$E^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t) = \frac{E_0}{\sqrt{\pi}} e^{(ct - x_3 - 3a)^2}, \quad (5)$$

が入射する問題を考える。ここで、 E_0 は電場の強さを表し成分は $(E_0, 0, 0)$ である。また、 c は波速で $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ である。

時間域境界積分方程式法により完全導体の表面電流 $\mathbf{J}$ を求めた。境界要素数は 200、未知数 300、時間ステップ幅 $\frac{c\Delta t}{a} = 0.1$ とし、200 ステップまで計算を行った。得られた完全導体上の点 $(0, a, 0)$ における表面電流の x_1 成分 J_1 を図-2 に示す。得られた結果は、既往の Jacques らの数値結果と概ね一致している⁽¹⁾。

図 3: 散乱電磁場 $E_1^{\text{scat}}(0, x_2, -3a, t)$ (原点を中心とする半径 a の球)

4. 電磁波非破壊検査への適用

時間域境界積分方程式法による電磁場解析の非破壊検査への適用を考え、電磁波非破壊計測を単純化した次の問題を考える。完全導体を有する媒体に式 (5) と同様の平面波 E^{inc} が入射する問題を考える (図-1)。実際の計測では、送受信アンテナを走査させるため、入射波としては点波源 (送信アンテナ) からの球面波とすべきである。しかし本解析では、入射波を x_3 方向に伝播する平面波とし単純化した。また、受信アンテナの走査をイメージして、 $x_1 = 0, x_3 = -3a$ 直線上での電場の強さ $\mathbf{E}$ を時間域境界積分方程式法の内点計算 (式 (6)) により計算した。

$$E_i(\mathbf{x}, t) = E_i^{\text{inc}}(\mathbf{x}, t) + E_i^{\text{scat}}(\mathbf{x}, t), \quad (6)$$

$$E_i^{\text{scat}}(\mathbf{x}, t) = -\mu \int_0^t \int_S \Gamma_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \frac{\partial J_j(\mathbf{y}, s)}{\partial s} dS_y ds. \quad (7)$$

5. 結果・結論

完全導体の位置、サイズ、形状を変えて数値解析を行った。得られた結果の一例を図-3 に示す。数値解析により、導体の位置や大きさにより散乱電磁場の振幅や出力の弧の曲率の違いが確認できた。また、第 1 波と第 2 波の到達時刻により導体の深さ方向のサイズも推測できる。また、第 1 波と第 2 波の曲率の違いによる、上面形状、下面形状の推測も期待できる。導体の位置や大きさをパラメータとした数値解析を行い、例えば、得られた結果と振幅や曲率を定量的に関係付ける事が今後必要となる。

文 献

- (1) T. Jacques, L. Nicolas, and C. Vollaie, Implementation of the boundary integral method for electromagnetic scattering problems with geometrical discontinuities, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, No. 2, pp. 753-756, 2002.