金属円柱配列系内の光散乱のドルーデモデルによる有限要素解析と計算精度について

Study on mesh division and computational accuracy of FEM analyses for light scattering in an arranged metallic rods system with the Drude model

藤井 雅留太, 秋田県立大学

Garuda FUJII, Akita Prefectural University

水野 衛, 秋田県立大学

Mamoru MIZUNO, Akita Prefectural University

植田 毅, 東京慈恵会医科大学

Tsuyoshi UETA, The Jikei University School of Medicine

Key Words: Drude Model, Random Laser, Photonic Crystal Laser, FEM

1 緒言

誘電体周期構造であるフォトニック結晶^(1,2)の登場以来、誘電体のマイクロ・ナノ構造による光制御は様々な製品に用いられ、盛んに研究・開発が行われている。

誘電体のマイクロ・ナノ構造による光学現象の一つにランダムレーザーと呼ばれるレーザー発振が挙げられる^(3,4)。不規則構造内での多重散乱と散乱光の干渉効果によるレーザー発振現象であるランダムレーザーは広角への発光、広帯域での発光、周期構造に比べて作成が容易である等、フォトニック結晶レーザー⁽⁵⁾をはじめとする従来のレーザーとは異なる性質を有しており、次世代の光源として注目を浴びている。

ランダムレーザーの性質の一つには発振閾値が低いことが挙げられる⁽³⁾。一般にランダムレーザーにおいては誘電体を用いて不規則構造を構成することが多い。一方、我々は金属によって不規則構造を構成することで、不規則構造を構成するロッドの表面での反射を強くし、強い多重散乱を起こし、その結果、ランダムレーザーの発振閾値が大幅に小さくなることを明らかにした⁽⁶⁾。

一方で、ドルーデモデルを用いた金属構造内での光散乱の数値解析においては、金属ロッド表面での高い反射率や、金属ロッド内での光の減衰により、計算精度が悪化する。そのため、信頼し得る計算精度を得るためには、誘電体構造内における光散乱の解析と比較して、大幅な計算量の増加は避けられない。

そこで本研究では、ドルーデモデルによる金属不規則構造内の光散乱の有限要素法解析において、有限要素サイズと周波数、計算精度の関係を明らかにする。

2 計算精度の評価

本研究では電場が z 成分のみを持つ TM モードについて解析を行う。また、2次元の金属構造内での光散乱の解析を計算精度の評価の対象とする。図 1(a), 1(b) はそれぞれ 2次元金属構造のイメージ図と概念図を示す。系の中心に光源として振動する双極子を仮定し、開領域での散乱問題を扱うため、境界条件として PML 吸収境界条件を用いる。このとき、各領域での比誘電率 $\epsilon(\mathbf{x})$ を図 1(b) で示される各領域において以下のように与える。

$$\epsilon(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1.0 & \mathbf{x} \notin \Omega_{\text{rod}} \\ 1.0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} & \mathbf{x} \in \Omega_{\text{rod}} \end{cases}, \quad (1)$$

ここで ω_p は金属のプラズマ周波数、 ω は光の角周波数を表す。また、本研究では損失を無視した理想金属を用

(a) An image of 2D metal structure.

(b) Concept of whole system.

Fig. 1: An image and concept of metal structure.

いて不規則構造を構成することを仮定するため、保存則が成り立つ。そこで、光源を囲む円 C_{in} と系全体を囲む円 C_{out} においてそれぞれポインティングベクトルを積分し、光のエネルギー流出が満たすべき保存則によって計算精度を求める。本研究では光の透過率 T を以下のように定義した。

$$T = \frac{\int_{C_{out}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{out} dl}{\int_{C_{in}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{in} dl}, \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{n}_{in}$, $\mathbf{n}_{out}$ はそれぞれ図 1(b) で定義される金属構造を囲む円 C_{in} , C_{out} の外向き単位法線ベクトルである。この透過率は光源を囲む円と系全体を囲む円場合の系外に放出される光のポインティングベクトルの法線方向線積分の比を表している。また、本研究では電場 $\mathbf{E}$, 磁場 $\mathbf{H}$ が時間調和振動をしていると仮定しているため、ポインティングベクトル $\mathbf{S}$ は時間平均をとった以下の形で計算する。

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \text{Re} \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{2} \right),$$

ここで $\langle \mathbf{S} \rangle$ はポインティングベクトルの時間平均、 $\mathbf{H}^*$ は複素磁場の共役を表す。

保存則が満たされている場合、式(2)の透過率は1に等しくなる。

$$T = \frac{\int_{C_{out}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{out} dl}{\int_{C_{in}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{in} dl} = 1.$$

そこで、本研究では計算誤差 $Error$ を以下のように定義

する。

$$\begin{aligned} \text{Error} &= |1 - T|, \\ &= \left| 1 - \frac{\int_{C_{\text{out}}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} dl}{\int_{C_{\text{in}}} \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}_{\text{in}} dl} \right|. \end{aligned}$$

定式化の詳細は参考文献^(7, 8, 9)を参照して頂きたい。

3 解析モデル

作成した解析モデルを図2に示す。金属の充填率は30%であり、ロッドの本数は432本である。図3に有限要素分割された金属ロッドを示す。三角形有限要素の1辺はおよそ半径を33分割程度の長さである。

Fig. 2: Model.

Fig. 3: Finite element meshing.

4 結果

図4に $0.225 \leq \omega a/2\pi c \leq 0.400$ の範囲の無次元化周波数において、上記の誤差 Error と透過率 T を示す。プラズマ周波数は $\omega_p = 1.37 \times 10^{16} [\text{s}^{-1}]$ とし、無次元化されたプラズマ周波数は0.364である。低周波の方がより計算誤差が大きく、また高周波の解析においては計算精度が良くなっていることがわかる。特に $\omega a/2\pi c > 0.364$ の範囲においては比誘電率が正となるため、 $\omega a/2\pi c < 0.364$ の周波数域と比較して誤差が小さくなっている。

これらの結果から、金属ロッドで構成される不規則構造内での光散乱においては、有限要素分割による波形の近似よりも、金属ロッド内での光の減衰の近似表現が困難であることが明らかである。

Fig. 4: Error and T.

5 結言

本研究では、ドルーデモデルで表される金属構造内での光散乱現象の有限要素解析における計算精度を評価した。比較的低周波数での解析ほど誤差が増大し、高周波数になるにつれて誤差は減少することが明らかになった。

参考文献

- (1) K. Ohtaka, Energy band of photons and low-energy photon diffraction, *Phys. Rev. B*, Vol. 19, (1979), pp. 5057–5067.
- (2) E. Yablonovitch, Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 58, (1987), pp. 2059–2062.
- (3) N. M. Lawandy, et al., Laser Action in Strongly Scattering Media, *Nature*, Vol. 368, (1994), pp. 436–438.
- (4) P. Sebbah and C. Vanneste, Random Laser in the Localized Regime, *Phys. Rev. B*, Vol. 66, (2002), p. 144202.
- (5) K. Ohtaka, Density of States of Slab Photonic Crystals and the Laser Oscillation in Photonic Crystals, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, Issue 11, (1999), pp. 2161–2169.
- (6) 藤井雅留太, 他, 誘電体ランダム配置系におけるレーザ発振の有限要素解析, 計算数理工学レビュー, No. 2012-1, (2011), pp. 1–11.
- (7) G. Fujii, T. Matsumoto, T. Takahashi and T. Ueta; “Study on transition from photonic-crystal laser to random laser”, *Optics Express*, Vol. 20, Issue 7, pp. 7300–7315, (2012).
- (8) G. Fujii, T. Matsumoto, T. Takahashi and T. Ueta; “Finite Element Analysis of Laser Modes within Photonic Random Media”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, Vol. 45, 085404 (2012).
- (9) G. Fujii, T. Matsumoto, T. Takahashi and T. Ueta; “A study on the effect of filling factor for laser action in dielectric random media”, *Appl. Phys. A*, Vol. 107, No. 1, pp. 35–42.