逐次摂動法による GFRP の 繊維配置のばらつきに対するマルチスケール確率解析

Successive Perturbation-based Multiscale Stochastic Analysis of GFRP for Random Variation of Fiber Location

鳥越到・近畿大学大学院総合理工学研究科

坂田誠一郎・近畿大学理工学部

Itaru Torigoe, Graduate School of Kinki University

Sei-ichiro Sakata, Kinki University

Key Words: Multiscale Stochastic Stress Analysis, Fiber Reinforced Composite Material, Microscopic Random Variation, Fiber Arrangement, Stochastic Homogenization

1. 緒言

近年、計算力学分野において、不確定性の定量化を目標とした研究がなされている。特に、不均質材料について、素材レベルの不確定性が及ぼす影響の解析が注目されている。

例えば、複合材料における素材レベルの力学特性や幾何学的ばらつきが、複合材料の平均的な弾性特性に及ぼす影響を推定する確率均質化解析⁽¹⁾、ミクロスケールにおける応力状態に及ぼす影響を推定するマルチスケール確率応力解析⁽²⁾が報告されている。

ここで、これまでの報告では、確率変動を仮定する物理量としては材料定数の場合が多い。これに対し、今回、母材となる樹脂と強化材となる繊維で構成される一方向繊維強化複合材料を想定し、強化繊維同士の位置関係が変動する問題について、確率均質化およびマルチスケール確率応力解析を行った。特に、確率特性解析手法として通常の摂動法および逐次摂動法を用いてミクロ応力の確率応答解析を行い、モンテカルロシミュレーションと比較して精度検証を行った。

2. 解析手法

2-1 均質化法による微視的応力解析 本報では、不均質材料のマルチスケール解析に均質化法を用いた。このとき均質化された弾性テンソル E^H は次式で与えられる。

$$E^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y E \left(I - \frac{\partial \chi}{\partial y} \right) dY \quad (1)$$

ここで $|Y|$ はユニットセルの体積、 E はユニットセル中の各素材の弾性テンソル、 I は単位テンソル、 χ は特性変位、 y は微視構造の座標変数を表す。また、 χ は次式の特性方程式の解として得られる。

$$\int_Y \frac{\partial}{\partial y} E \frac{\partial \chi}{\partial y} dY = \int_Y E \frac{\partial}{\partial y} dY \quad (2)$$

さらに、見かけのマクロひずみを ϵ^{macro} と表すと、ミクロ応力 σ は次式で与えられる。

$$\sigma = E \left(I - \frac{\partial \chi}{\partial y} \right) \epsilon^{macro} \quad (3)$$

2-2 摂動法による確率応答解析 確率特性解析にはしばしばモンテカルロシミュレーションが用いられるが、モンテカルロシミュレーションは確率変動に対する応答の実現値を多数の繰り返しシミュレーションにより求め、そこから応答の確率特性を推定する手法であり、計算時間の観点から効率的

とは言い難い。そこで、本研究では摂動法に基づくマルチスケール確率応力解析の適用可能性について調査した。例えば摂動法と一次近似二次モーメント法を用いた場合、ミクロ応力の実現値 σ^* と分散 $\text{Var}[\sigma^*]$ は次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma^* &\approx \sigma^0 + \sigma^1 \alpha^1 \\ \text{Var}[\sigma^*] &\approx \sum_i \sum_j \sigma^1_i \sigma^1_j \text{cov}[\alpha_i, \alpha_j] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、上添え字は摂動項および確率変数の次数を表し、 $\text{cov}[\alpha_i, \alpha_j]$ は α_i, α_j の共分散を表す。また、逐次摂動法を利用した場合には次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma^* &\approx \sigma^0_i + \sigma^1_i \alpha \quad (\alpha_i \leq \alpha \leq \alpha_{i+1}) \\ \text{Var}[\sigma^*] &\approx \sum_i \left\{ \begin{aligned} &(\sigma^0_i - \text{Exp}[\sigma^*])^2 \int_{P_i} f(\alpha) d\alpha \\ &+ 2\sigma^1_i (\sigma^0_i - \text{Exp}[\sigma^*]) \int_{P_i} \alpha f(\alpha) d\alpha \\ &+ (\sigma^1_i)^2 \int_{P_i} \alpha^2 f(\alpha) d\alpha \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし下添え字 i は展開区間の番号を表し、 P_i は i 番目の展開区間を表す。図1に通常の摂動法と逐次摂動法の概念図を示す。

Fig.1 Conceptual view of the perturbation methods

3. 問題設定

本報では、図2(a)に示すような微視構造を有する一方向繊維強化複合材料(GFRP)に一方向負荷を与える場合を解析対象とした。母材をEpoxy樹脂、強化材をE-glassとし、それぞれの物性値の期待値を表1に示す。なお繊維含有率は0.3とした。

本研究では、素材の材料定数のばらつきは考えず、繊維配置のばらつきのみを考える。均質化法を用いた場合、単一の繊維のみを含むユニットセルでは繊維配置の影響が考慮で

きないため、図のように3本の繊維を配置し、中央の列の繊維配置変動に対する複合材料の均質化特性およびマイクロ応力状態の変動を解析した。なお、中央繊維配置の x 方向ランダム変動を想定し、繊維のずれ量の変動係数を0.05、試行回数を10,000回とした。

また、図2には一方向繊維強化複合材料の繊維直角方向に一様負荷を与えた場合の荷重負荷方向の応力状態も示している。図より、繊維間隔が変わることにより応力が高くなる箇所が生じていることが確認でき、この場合では、最大応力が約15%上昇した。

Fig. 2 Microscopic tensile stress for the loading direction

Table1 Elastic properties of each component material

	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio
Epoxy	4.5	0.39
E-glass	73.0	0.22

4. 数値結果

4-1 繊維配置のずれによる微視的応力状態の変化 まず、モンテカルロシミュレーションにより、中央繊維配置のランダム変動に対する等価弾性定数の変動係数と各方向垂直マイクロ応力とせん断応力の変動係数を求めた。得られた結果を図3に示す。なお、応力についてはは各方向とも最大応力の変動を評価している。

Fig. 3 CV of the equivalent elastic properties and the maximum microscopic stresses for the fiber arrangement variation

図3より、 x 方向ランダム変動に対して等価弾性定数の変動は0.08%程度と少ないのに対し、マイクロ応力の変動は6%程度と大きく、マイクロ応力に対しては繊維配置変動の影響が大きいため、強度評価においては当該問題を考慮する必要があることが確認できる。

4-2 摂動法による解析結果 次に、一次摂動法、二次摂動法、および逐次摂動法(展開点数3)によって得られた各方向垂直マイクロ応力とせん断応力の変動係数について、モンテカルロシミュレーションに対する相対誤差を図4に示す。問題設定は前節と同じとした。また、逐次摂動法における展開点と相対誤差の関係を図5に示す。

図4より、一次や二次摂動法では誤差が大きいが逐次摂動法では大幅に改善していることが確認できる。また図5より、逐次摂動法において展開点を増やすと相対誤差が減少することが確認できる。

Fig.4 Relative estimation error in using the perturbation methods

Fig.5 Relationship between the relative error and the numbers of expansion points

5. 結 言

本報では、一方向繊維強化複合材料を対象とし、繊維配置のランダム変動が等価弾性定数及びマイクロ応力状態に及ぼす影響について調査するとともに、逐次摂動法の当該問題への適用可能性について調査した。得られた知見は以下の通りである。

- (1) 摂動法を用いた場合、一次摂動法や二次摂動法では誤差が大きかったものの、逐次摂動法では最大で約10%程度まで誤差が改善し、逐次摂動法の有効性が確認できた。
- (2) 逐次摂動法において、展開点の数を増やしていった場合、誤差が減少した。

謝 辞

本研究の一部は、科学研究費若手研究(B)(課題番号: 23760097, 平成23~26年度)及び文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業(平成24年~平成26年)の援助を受けた。ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) S. Sakata, et al.: Three-dimensional stochastic analysis using a perturbation-based homogenization method for elastic properties of composite material considering microscopic uncertainty, IJSS, Vol.45 3/4, pp.894-907, (2008).
- (2) S. Sakata, et al.: Perturbation-Based Stochastic Microscopic Stress Analysis of a Particle- Reinforced Composite Material via Stochastic Homogenization Analysis Considering Uncertainty in Material Properties, IJMSE, Vol.9, Issue 4, pp.395-408, (2011).