粒子群を含む流れのカオスの挙動に関する数値的研究

Numerical simulation on the chaotic behavior of a flow containing particles

○学 新庄 弘明 (岡山大院), 正 柳瀬 眞一郎 (岡山大院), 正 河内 俊憲 (岡山大院)

Hiroaki SHINJO, Okayama University, 3-1-1 Tsushimanaka, Okayama kita-ku, Okayama, 700-8530 Japan

Shinichiro YANASE, Okayama University, 3-1-1 Tsushimanaka, Okayama kita-ku, Okayama, 700-8530 Japan

Toshinori KOUCHI, Okayama University, 3-1-1 Tsushimanaka, Okayama kita-ku, Okayama, 700-8530 Japan

Key Words: Particle-laden Flow, Duct Flow, Direct Numerical Simulation, Force Coupling Method, Chaotic

1. 諸言

流体の状態制御は工学的に大変重要な分野である。その中でも、流れから受ける抵抗を低減するための研究は大いに有用なものである。なぜなら、船舶に代表されるように、流体と接するものを運搬するという要求はいたるところにある。そのため、摩擦抵抗低減によるエネルギーコスト削減のメリットは、数多くの場で得られるからである。

現在、摩擦抵抗低減のため表面形状を工夫したり、流体に添加剤を入れたり様々な手法がとられている。しかし、表面形状は微細な傷で変化しうするため、保守性もまた考えなければならない。また、添加剤については、環境汚染への十分な対処を求められる。

ここで、摩擦抵抗低減方法にマイクロバブルを用いたものがある⁽¹⁾。これは船には実際に使われている方法なのであるが、微小な気泡を使うだけなので、保守性や環境汚染を気にする必要がなくなる。だが、実際にマイクロバブルがどう作用して、低減効果を発生させているのかは解明されていない。そのメカニズム解明には、物理実験のみでは限界があり、数値解析による手法も必要とされる。

そこで本研究では、粒子の摩擦低減メカニズム解明の一助として、流れに乱れを生じさせた直管内流れに粒子群を付加し、直接法による数値計算を行い、元のカオスの挙動を示す流れからの挙動の変化を調べた。

粒子の計算には、粒子周りに厳密な境界条件を課す代わりに、**Force Coupling Method**⁽²⁾を用いた方法をとる。この手法は粒子を剛体と考え、それによる流れの影響を、粒子にかかる力とモーメントの影響を周囲流体に重み付けをして与えるものである。前者は **Force Monopole**、後者は **Force Dipole** と名付けられている。

2. 基礎方程式

本研究では、粒子群を含む直管内流れを想定する。この流れには周期性があるものとし、管壁ではすべりが起きず、ある圧力勾配を持つものとしている。計算領域は、直管縦幅を代表長さとし、(横幅)/(縦幅)をアスペクト比 A_s で表し、流れの周期は L としている。また、 xyz 軸はそれぞれ周期方向、縦幅方向、横幅方向にとる。計算モデルに粒子を付加したときの様子を図 1 に示す。

使用される方程式は、直管横幅、代表速度、流体密度で無次元化を行った。まず、ナビエ・ストークス方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) - \nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_p$$

なお、式中の記号の意味は次に示すとおりである。

速度: $\mathbf{u}$ レイノルズ数: Re
 圧力: P 重力加速度ベクトル: $\mathbf{g}$
 時刻: t 粒子からの体積分力: $\mathbf{f}_p$

この中で最後の項は **Force Coupling Method** による粒子による影響力の項であり、

$$\mathbf{f}_{p_i(x,t)} = \sum_{n=1}^N F_{i(t)}^{(n)} \Delta(x - \mathbf{y}_{(t)}^{(n)}, \sigma_m^{(n)}) + \sum_{n=1}^N G_{ij}^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_j} \Delta(x - \mathbf{y}_{(t)}^{(n)}, \sigma_d^{(n)})$$

と表される。ここで、第 1 項は **Force Monopole** を、第 2 項は **Force Dipole** である。この式は、各粒子が本来受けるはずの力 $\mathbf{F}^{(n)}$ をガウス関数 $\Delta^{(n)}$ による重み付けをすることで、粒子の影響を粒子周辺の流体に与える外力で近似を行ったものである。なお、 $\mathbf{y}^{(n)}$ は粒子の位置ベクトル、 N は粒子の数であり、 $\sigma_m^{(n)}, \sigma_d^{(n)}$ は粒子に厳密な境界条件を課したときの数値計算と一致するように調整された長さのパラメータである⁽³⁾⁽⁴⁾。

$\mathbf{F}^{(n)}$ は加速度系から見た浮力による力と、壁面及び粒子同士の反発力 $\mathbf{F}_c^{(n)}$ を導入すると次のように表せる⁽⁵⁾。

$$\mathbf{F}^{(n)} = \frac{4}{3} \pi (r_a^{(n)})^3 (r_p - 1) \left(\mathbf{g} - \frac{d\mathbf{V}^{(n)}}{dt} \right) + \mathbf{F}_c^{(n)}$$

ここで、 $r_a^{(n)}$ は直管横幅と比べての粒子半径、 r_p は粒子密度を流体密度と比べての比重である。また、 $\mathbf{F}_c^{(n)}$ は粒子にかかる反発力であり、粒子と壁や粒子同士の位置関係により、互

Figure 1 simulation model

いに重なり合うのを防ぐため、適当な大きさを加える。

そして粒子の速度は、粒子周囲の速度にガウス関数型の重み付けを施した積分により求める。

$$\mathbf{v}_{(t)}^{(n)} = \int \mathbf{u}_{(x,t)} \Delta_{(x-\mathbf{r}_{(t)}^{(n)})}^{(n)} dV$$

$G_{ij}^{(n)}$ は粒子の回転モーメントを表す非対称成分 $T_{ij}^{(n)}$ と変形に対する抗力のモーメントを表す対称成分 $S_{ij}^{(n)}$ とに分けられる。特に $S_{ij}^{(n)}$ は粒子の剛性に関する条件から、反復法により計算する必要がある⁽⁶⁾。

3. 計算手順

計算に使用する格子は y , z 方向を壁面に近づくにつれ格子間隔が狭まるように、不等間隔な形状のスタッガード格子を用いる。微分や補間の式は 4 点を用いた差分式で表す。

各方程式の解き方を以下に示す。まず、時刻 t での粒子の位置情報、加速度情報から $\mathbf{F}^{(n)}$ を求める。ここで、加速度は過去の 2 つの粒子速度を用いて次のように表す。

$$\frac{d\mathbf{v}^{(n)}}{dt} = \frac{3\mathbf{v}^{(n)} - 4\mathbf{v}^{(n-1)} + \mathbf{v}^{(n-2)}}{2\Delta t}$$

なお、上添え字 l は現在の時間ステップ、 $l-1$ は 1 つ前の時間ステップを表す。これから、粒子の作用 $\mathbf{f}_p$ を計算する。ただし、初期の加速度計算のため、 $\mathbf{v}^{-1} = \mathbf{v}^{-2} = \mathbf{v}^0$ と定常運動をしていたとしている。

$T_{ij}^{(n)}$ を求めるのにも同様な計算が必要となるが、初期条件は定常の回転運動をしていたとしている。

次にナビエ・ストークス方程式を解く。そのための時間進行法は、移流項にはアダムス・バッシュフォース法（初期ステップのみオイラー法）、粘性項には克蘭ク・ニコルソン法を用い、SMAC 法で解く。また、4 つの微分方程式が出てくるが、すべて差分式に対し、 x 方向の離散フーリエ変換を行い、ILU(0) 分解を前処理行列とした両側前処理を施し、BiCGStab 法を用いる⁽⁶⁾。

そうして求められた次の時刻の速度場から粒子の速度を算出し、それに対しアダムス・バッシュフォース法を使い、次の時刻の粒子位置、及び次の時刻の粒子位置・速度場から粒子速度を求める。

初期条件は、流れに対し適当な外乱を加えてある程度たったものを改めて初期条件として用いる。

4. 粒子計算の模様

計算の容易な Force monopole のみを適用したときの計算結果の一例として、ある粒子から見たときの平面上での流線を図 2 に示す。その時の計算条件を Table 1 に示す。粒子の外周部を円で示している。基準とした粒子は Figure 2 の中心にある粒子であり、色分けは相対速度の大きさに基づいて行っている。粒子の上部において流線が粒子を避けている様子が確認できる。

5. 結言

粒子の中でもマイクロバブルの付加による流体の抵抗低減効果のような、粒子が流体の運動に影響を及ぼす結果、実用上重要な効果がどのような要因によって引き起こされるのかを調べた。粒子計算の手法として、粒子の影響を外力に置き換えて計算する Force Coupling Method と呼ばれる

Table 1 computational condition

Aspect ratio	1.0
Pressure gradient	-30
Reynolds number	100
Particle radius	0.025
Particle weight	0.01

Figure 2 streamline on a plane

手法を用いた。粒子を付加したことによる壁面せん断応力や乱流エネルギーの変化には有意な結果は得られなかった。

今後は、作成したプログラムを用いて矩形断面の縦横比や粒子重量などを変化させ、壁面せん断応力などとの相関関係について調べを進めて行く。

文献

- (1) M. E. McCORMICK and R. BHATTACHARYYA, "DRAG REDUCTION OF A SUBMERSIBLE HULL BY ELECTROLYSIS," *Nav. Eng. J.*, vol. 85, no. 2, pp. 11-16, Apr. 1973.
- (2) S. Lomholt, B. Stenum, and M. R. Maxey, "Experimental verification of the force coupling method for particulate flows," *Int. J. Multiph. Flow*, vol. 28, no. 2, pp. 225-246, Feb. 2002.
- (3) M. R. Maxey and B. K. Patel, "Localized force representations for particles sedimenting in Stokes flow," *Int. J. Multiph. Flow*, vol. 27, no. 9, pp. 1603-1626, Sep. 2001.
- (4) S. Lomholt and M. R. Maxey, "Force-coupling method for particulate two-phase flow: Stokes flow," *J. Comput. Phys.*, vol. 184, no. 2, pp. 381-405, Jan. 2003.
- (5) S. L. Dance, E. Climent, and M. R. Maxey, "Collision barrier effects on the bulk flow in a random suspension," *Phys. Fluids*, vol. 16, no. 3, p. 828, 2004.
- (6) K. Yeo and M. R. Maxey, "Simulation of concentrated suspensions using the force-coupling method," *J. Comput. Phys.*, vol. 229, no. 6, pp. 2401-2421, Mar. 2010.
- (7) 梶島 岳夫, 乱流の数値シミュレーション. 養賢堂, 1999, pp. 69-70.
- (8) 牛島 省, 数値計算のための Fortran90/95 プログラミング入門. 森北出版, 2007, pp. 165-167.