309 3D デジタイザーと実験データ利用による高精度有限要素モデルの作成法 Accurate finite element modelling using 3-D digitizer and experimental data

○ 正 大熊政明 (東工大)

天野淳之 (スズキ (株))

正 中原健志 (東工大)

Masaaki OKUMA, Tokyo Institute of Technology, O-okayama2-12-1, Meguro-ku, Tokyo

Atsushi AMANO, SUZUKI Ltd. Takatsuka, Hamamatsu, Shizuoka

Takeshi NAKAHARA, Tokyo Institute of Technology

In this paper, the authors present a method for generating accurate finite element models of complex mechanical structural structures and components using a 3-dimensional digitizer and experimentally obtained modal parameters. The coordinates of many points on the surface of an objective body are accurately acquired using a 3-dimensional digitizer at first. A finite element model is then built up based on a kind of interpolation using the data of the surface. On the other hand, some of the modal parameters of the body are obtained by modal testing. The natural frequencies of interest are tuned with respect to the finite element model by referring the experimental parameters. The structural parameters to be tuned are Young's modulus of individual finite elements in this study.

Key words: Modal updating, Finite element model, modal testing, 3-D digitizer

A1. はじめに

本研究の目的は、モデル対象物が実際に存在する条件下でその有限要素モデルを精度良く、かつ、迅速確実に作成する技術を開発することである。3次元レーザーデジタイザーにより対象構造物の表面形状を精密に測定し、そのデータから有限要素モデルを自動作成し、別途モード試験により計測された共振振動数を参照することにより各有限要素の設定ヤング率の調整により高精度に表現する有限要素モデルに改良する方法を示す。作成された有限要素モデルで計算される固有モードの次数と実験で得られた固有モードの次数が食い違う、いわゆる"Mode switching"が発生している場合にも、本手法ではそれを解決して精度良いモデルを作成することができることを示す。実際のエンジンのコンロッド系（コンロッドとベアリングキャップの結合）を一体としてモデル化する場合と2つの部品それぞれのモデル化を第1段で行い、第2段でそれらの結合系の結合部分のモデル化修正を行う2種類の試みを示す。

A2. 一体系としてのモデル化の場合

図A1にコンロッドとベアリングキャップ一体系を3次元デジタイザーで形状計測することからのモデル化の結果を示す。青い要素はヤング率変化が便覧値から5%以内の修正のもの。赤い要素はヤング率の値をそれ以上に増加修正されたもの。緑色要素は逆に低下修正されたものである。最適設計上のヤング率修正可能範囲は便覧値の0~2倍とした。表1に9次までの固有振動数の比較を示す。FEMの欄に初期値有限要素モデルの値を、そして右側の欄のUpdated FEMに改良後の値を示す。モード形の対応は、MAC値の比較で行った。表A1で注目すべきは、2次と3次の共振振動数であり、初期有限要素モデルではそれらが実験の次数と入れ替わっているが、自動モデル化修正によって対応が整った。

Fig. A1 Tested Connecting Rod with Bearing Cap

Table A1 Natural Frequencies before and after Updating

	Exp.	FEM	Updated FEM
1st	1224	1123	1246
2nd	2106	2521	2153
3rd	2278	2106	2245
4th	3901	3601	3871
5th	5903	6136	5778
6th	7242	7664	7273
7th	7480	7733	7572
8th	7701	8313	7757
9th	8288	8439	8015

1. まえがき

有限要素法は1800年代後半の骨組み構造物解析の解析概念がマトリックス構造解析法に発展し、コンピュータが実現したことなどでさらに発展した手法として1956年頃⁽¹⁾にその基礎が出来上がり、今日では実用的な工学設計解析や科学の研究でもっとも汎用的で強力な解析ツールとなっている。構造動力学もその分野のひとつであり、有限要素モデルは設計支援用解析モデルとして動特性解析に広く利用されている。この手法のH法では要素を可能な限り小さくして大規模な有限要素モデルを構築すること、P法では要素の変位表現関数である形状関数をより高次にすることで解析精度を向上させることができることが理論的に明らかになっている。

しかし、有限要素モデル構築では、まず形状をできるだけ正確に表現するモデルを作り上げることが非常に労力と時間を消費してしまう問題、次に結合部などの複雑なメカニズムの部分のモデル化が難しい問題、さらに実際の構造物製造上での材料特性等の不均一の把握とモデル化の困難さ、などの問題点がある。そこで、設計支援用解析モデルとして有限要素モデルを用いる際に、有限要素モデルから計算される固有振動数と固有モードを真の値(振動試験で得られる値とする)とある程度の必要な次数まで実用的精度内(5%程度)で一致させることは必ずしも容易なことではない。したがって、ここ10数年強の間で振動試験結果を参照して有限要素モデルの精度を向上させようとする技術の研究^{(2)~(5)}(俗にUpdate手法などと呼ばれる)が盛んに行われている。本研究もこの目的に対する1手法を提案し、基礎的実証例と研究考察を報告するものである。

提案手法はおおむね以下のとおりである。まず、解析対象構造物の表面形状を3次元デジタイザーで多数の離散測定点の集合として計測し、それらの表面計測点座標を利用して構造物内部を自動的に解析者の要求に従った分割規模で節点分割し、6面体ソリッド要素で有限要素モデルを構築する。そして、別途解析対象の実物に対して実施したモード試験から得られる固有振動数と固有モードを有限要素モデルで計算されるそれらが目標とする値として、各有限要素の縦弾性係数(ヤング率)を、便覧値を初期値として自動的に修正する。

基礎検証例として、小型乗用車エンジンのConnecting Rodのモデル化を示す。実施方法として2通りを紹介する。まず第1の方法は、Connecting RodとそのBearing Capをボルト締めした系を一体構造物として、有限要素モデルを構築する方法である。第2は、Connecting Rod、Bearing Cap およびそれらを結合するBolts-Nutsをそれぞれ単独に有限要素モデル化し、それらの結合系の解析を行うとどの程度の精度が得られるかをまず検討し、さらにその結合系について結合部のモデル化修正により解析精度を向上させたモデルとして改良を試みる方法である。初期有限要素モデルおよび後者の手法による最終修正前の結合系モデルでは相当緻密なモデルを構築したにもかかわらず、Mode Switching現象が起きていることを確認し、本修正法によりそれらの解決が可能であるこ

とを示す。

2. モデル構築理論の概説

2.1 3次元デジタイザーデータからの有限要素自動分割

有限要素モデルはできるだけ均一の大きさの6面体ソリッド要素(できるだけ立方体要素とする)で作成することをめざす。解析者の希望する有限要素規模に応じて、まず3次元デジタイザー(使用機器:ミノルタVIVID900)での対象物表面の計測点を基本立方体要素の一辺の長さ間隔で間引きする。残された測定点座標を記録する一方、それらを丸め込み操作で立方体要素を構成できる格子点群に最小移動させる。この表面配置点を利用して構造物内部に節点を自動配置する。その後丸め込まれた表面点を元の座標に戻すことで有限要素モデルを構築する。

2.2 動特性の実験値への一致化

設計変数は本質的には各有限要素の材料特性値のひとつである縦弾性係数として、

$$E_r = \frac{2}{1 + e^{-x}} E_o \quad (1)$$

により媒介設計変数 x により、その最適値を便覧値 E_o の0倍から2倍内の範囲で縦弾性係数を変化させる。実験値の目標値に一致させる最適化計算の目的関数は、

$$\text{Minimize } J = \sum_{i=1}^N \frac{(\omega_{\text{exp}} - \omega_{\text{FEM}})^2}{\omega_{\text{exp}}^2} \quad (2)$$

とする。ここで、 ω_{exp} と ω_{FEM} はそれぞれ第 i 次の振動試験で得られた固有角振動数と有限要素モデルの固有角振動数

であり、 N は一致目標の最高次数を示す。なお、次数の決定は固有モード形の対応で判断する。すなわち、振動試験で得られた順番の固有モードを固有振動数の低い順に1次、2次、・・・と次数付けする。有限要素モデルで計算される固有モードについて実験で得られた固有モードとMAC値を計算して、次数の対応を取る。MAC値は広義な意味での2つのベクトルのなす角のCosine値の2乗であり、2つの対象モードを ϕ_a と ϕ_b とすると、

$$MAC = \frac{(\phi_a^T \phi_b)^2}{(\phi_a^T \phi_a)(\phi_b^T \phi_b)} \quad (3)$$

の式で計算される。

したがって、たとえば、実験での第2次固有モードに対応する固有モードが有限要素モデルでは第3次固有モードとして得られた場合には、次数付けの不一致が発生したことにな

り、これを Mode Switching と呼ぶ。式 (2) 中の分子は、固有モード形が一致している固有角振動数であることを前提として記述していることを記しておく。Mode-Switching が起きている場合には、まず、その解消を主目的に最適化対象固有振動数をその該当にしばって第 1 段を実施し、次に Mode-Switching が解消されたモデルに対して 1 次からある注目する次数までの固有振動数の一致の最適化を第 2 段として実施する。

上記目的関数最小化の最適計算は、準 Newton 法により実行する。数学的にはこの問題に対処できるであろう最適化法は多数存在し、手法の違いにより収束性の良さなど計算性能はおのず差がでると想像できる。そこで、準 Newton 法が最良であるとは云えない。しかし、このことは本研究目的の中心ではないと位置付けている。

3. エンジンコンロッドへの適用事例

モデル化対象物は図 1 に示す小型乗用車エンジン用の Connecting Rod である。これを最初から一体構造物としてモデル化する場合と、Connecting Rod 部分、Bearing Cap、Bolt (2 本) の 3 種類の部品のモデル化を第 1 段として行い、その後第 2 段階として結合系のモデル化修正を行う場合の 2 通りの実施結果を示す。

Fig.1 Test Connecting Rod

3. 1 一体構造物として取り扱う場合

表 1 に、初期有限要素モデルおよび本手法によって改良された有限要素モデルの固有振動数を目標値である実験結果とともに示す。1 次から 9 次までの固有振動数に関して最適化を実施した。初期モデルでは 1 次横曲げモードが 2 2 5 4 Hz、1 次ねじれモードが 2 5 2 1 Hz に得られ、それらは実験値と次数が逆になっており、いわゆる Mode Switching が起きたことを示している。図 2 にそれらのモード形の模式図を示す。それらの固有振動数も含めて 1 次から 9 次まで十分な一致精度までモデル改良できたことがわかる。図 3 に、初期モデルと改良後のモデルの 1 次から 9 次までの固有振動数の実験値に対する誤差を視覚化表示する。図 4 は、縦弾性係数の修正分布を示す。図において、赤色要素が便覧値よりも大きな値へ修正された要素を示し、緑色要素は逆に便覧値よりも小さ

な値に修正された要素である。そして、青色要素は便覧値から 5 % 未満の変化要素である。

Table.1 Natural Frequencies before and after Updating

	Exp.	Initial FEM	Updated FEM
1st	1224	1123	1246
2nd	2106	2521	2153
3rd	2278	2254	2245
4th	3901	3601	3871
5th	5903	6136	5778
6th	7242	7664	7273
7th	7480	7733	7572
8th	7701	8313	7757
9th	8288	8439	8015

(Hz)

Fig.2 Mode Shapes on "Mode Switching"

Fig.3 Error of FE mode

Fig.4 Distribution of Updated elements

3. 2 3 部品のモデル化から結合系への2段階改良

3. 2. 1 Connecting Rod 部分

図5に改良後の要素縦弾性係数変化の分布図を示す。色分けは3. 1での説明と同一である。1次から7次までの固有振動数を一致化対象とした。表2にそれらの固有振動数の変化を示す。図6は誤差を視覚化したものである。初期モデルの比較的大きな誤差を十分小さくできたことがわかる。

Fig.5 Distribution of Updated elements of Rod

Table.2 Natural Frequencies of Rod

	Exp.	Initial FEM	Updated FEM
1st	1806	1719	1834
2nd	2174	2590	2219
3rd	3200	3210	3134
4th	5284	4806	5310
5th	7397	7531	7290
6th	7736	7549	7663
7th	8172	8427	8078

(Hz)

Fig.6 Error of FE mode of Rod

3. 2. 2 Bearing Cap

図7に改良後の要素縦弾性係数変化の分布図を、表3には最適化対象の固有振動数の変化を、それぞれ示す。この部品は小型なので、1次の固有振動数が Connecting Rod 部品のものより相対的にひじょうに高いので最適化対象を2次までとした。

Fig.7 Distribution of Updated Elements of Bearing Cap

Table.3 Natural Frequencies of Bearing Cap

	Exp.	Initial FEM	Updated FEM
1st	5152	5025	5208
2nd	9042	9581	9016

(Hz)

3. 2. 3 Bolts-Nuts

図8に Connecting Rod 部品と Bearing Cap を結合するための Bolt-Nut 部品を示す。2本組み込まれることになる。この部品系は固有振動数が Bearing Cap よりもさらに大幅に高かったため、動特性の一致化の必要はないと判断し、初期有限要素モデルを便覧値の縦弾性係数で作成し、本手法による最適化は施さなかった。

Fig.8 Bolt-Nut

3. 2. 4 結合系

上記のそれぞれの部品について最適化された有限要素モデルを組み立てることで結合系モデルを作成し固有値解析したところ、表4の結果を得た。全体的には固有振動数は実験値に良く一致していると云えるが、第7次と8次のモード形がMode Switch している。すなわち、基本的には部品毎に精度良いモデルが作成できれば、結合系も精度良くモデル化できる可能性を示している。問題は結合部のモデル化である。

今回の系では第7次と8次の固有振動数に関して Mode Switch が発生しているので、その原因は結合部分のモデル化であると判断し、本論文の改良法を図9中で黄色で示す Bolt による結合部分のみの要素の縦弾性係数の修正に適用した。第1段階の改良として7, 8, 9次の固有振動数について最適化を実施し、さらに第2段を1次～9次までの一致を目的関数として実施した。その結果、表5に示すとおり精度良いモデル化を実現できた。

以上の検証例より、本論文で提案する手法の妥当性と有効性を示せたと考える。

Table.4 Natural Frequencies of Connected System
without the second Updating

	Exp.	FEM	Mode shape
1st	1224	1224	縦曲げ①
2nd	2106	2156	ねじれ①
3rd	2278	2273	横曲げ①
4th	3901	3932	縦曲げ②
5th	5903	5969	横曲げ②
6th	7242	7490	伸び縮み
7th	7480	7834	縦曲げ③
8th	7701	7725	ねじれ②
9th	8288	8298	横曲げ③

(Hz)

Fig.9 Schematic to show Updated connecting part

Table.5 Natural Frequencies in Updating Connecting Part

	Exp.	1stUpdated FEM	2nd Updated FEM
1st	1224	1213	1217
2nd	2106	2148	2151
3rd	2278	2231	2259
4th	3901	3795	3840
5th	5903	5734	5889
6th	7242	7184	7247
7th	7480	7420	7527
8th	7701	7629	7670
9th	8288	8318	8259

(Hz)

4. 結論

複雑な機械構造物の精密な有限要素モデルを高効率で自動的に作成するために、3次元レーザーデジタイザーとモード試験結果を利用して動特性が実験値に一致するように要素の縦弾性係数を最適化する手法を提案した。その手法の実用的な有効性を基礎検証するために実際の小型エンジン用 Connecting Rod のモデル化を2種類の段取りで実施し、Mode-Switching 現象が起きる場合にもそれを解消して良好な精度のモデル化が可能であることを示した。

参考文献

- (1)M.R.Turner H. Clough, and L.Topp, Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aero. Sci., 23, No.9, pp.805-823, 1956
- (2)孫國一, 大熊政明, 長松昭男, 実験データ参照による有限要素モデルの改良, 機論, 57-573, pp.1591-1595, 1991
- (3)孫國一, 大熊政明, 長松昭男, 実験データ参照による有限要素モデルの改良, 機論, 58-554, pp. 2962-2969, 1992
- (4)O.Martin, M.W.Zehn, et at., Updating of large FE-models using weighted least squares estimation with application on smart structures, Proc.of ISMA23, pp.1087-1094, 1998.
- (5)L.Bregant and A.Di Prampero, A novel updating technique for large finite element models, CD-ROM Proc. of ISMA2002, 2002