320 制御性を考慮したスマート構造の位相・形状最適化

Topology and Shape Optimization of Smart Structure Considering Controllability

○正 梶原逸朗(東工大) 大森隆広(東芝)

Itsuro KAJIWARA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo
Takahiro OMORI, Toshiba Corporation

The objective of this paper is to present a concept of structural dynamic design considering controllability for smart structures. A smart structure is composed of the piezoelectric film sensor and actuator in order to reduce the structural vibration. H_2 controller is designed with the reduced order model of the smart structure which is obtained by finite element and modal analyses. The control force is applied by the piezoelectric film actuator and the feedback signals are detected by the piezoelectric film sensor and the accelerometer in the system. The structural topology is optimized to achieve an enhanced vibration control performance. The structural optimization problem is defined based on the structural frequency response and the density of each finite element is employed as design variable. It is verified that an enhanced performance on vibration suppression can be achieved by the presented optimal design method.

Key Words: Vibration Control, Modal Analysis, Smart Structure, Controllability, Optimal Design, Topology

A1. はじめに

圧電アクチュエータ/センサにより構成されるスマート構造の技術は、小型・軽量かつ高性能な先端機器の開発に大きく貢献するものと期待されている。本論文では、このようなスマート構造に対し、制御性を考慮した構造最適化として、制御力が効果的に働くような構造の位相・形状を設計する方法を提案する。対象物として一端固定の板を考え、圧電フィルムアクチュエータを用いてスマート構造を構成する。制御入力および外乱から制御応答までの周波数応答を指標とし、制御性を考慮した最適化問題を定義する。そして、有限要素ごとの濃度を設計変数として採用し、スマート構造における最適な位相・形状を探索する。そして、最適に設計された構造に対し H_2 制御系を設計し、達成される振動抑制効果を調べる。シミュレーションおよび実験を行い、提案手法の有効性を検証する。

A2. 位相・形状最適化手法

制御性に優れた構造の位相・形状を設計するための最適化問題において、制御入力から制御応答までの周波数応答の値を目的関数として採用している。この周波数応答は、制御応答に対する制御入力の寄与を表す。したがって、制御したいモードに対応する固有振動数において、外乱から制御応答までの周波数応答の制約下で、制御入力から評価応答までの周波数応答の値を最大にすれば、制御力を効果的に構造に作用させることができる。その結果、閉ループ系を構成した際に、振動制御性能の向上が期待できる。そして、構造系の設計変数として FEM モデルの各要素の濃度を用いることにより、構造の位相・形状の最適化を可能にする。

A3. 結果

図A1に示す一端固定の平板を用いて、高次モードの振動を制御することを目的とする。制御対象は、長さ200mm、幅35mm、厚さ1mmのアルミニウム製平板である。ここでは、3次モードの制振を対象とし、構造の位相・形状最適化を行う。最適化により得られた構造の濃度分布を図A2に示す。同図にて、色の濃い部分が高い濃度を示し、構造体として存在するところと除去すべきところが、最適化により明確に求められていることがわかる。そして、閉ループ系の周波数応答の実験結果を図A3に示すが、構造最適化により3次モードに関する効果的な応答低減が達成されていることがわかる。

A4. おわりに

スマート構造において、振動制御性能の向上を達成すべく、開ループの状態では制御性の高い構造の位相・形状を設計する方法を提案した。そして、解析と実験により、本手法の有効性および実用性を検証した。

Fig. A1 Plate structure with PVDF actuator

Fig. A2 Density distribution of the optimized plate

Fig. A3 Open-loop and closed-loop frequency response between disturbance and controlled response

1. 緒言

本論文では、振動制御の機構としてスマート構造⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾を用い、振動制御性能の向上を達成すべく、制御性を考慮した構造の位相・形状最適設計法を提案・開発する。本手法の特徴は、制御系設計に基づく閉ループ系を構成することなく、開ループ特性すなわち構造特性のみに着目し、制御性を考慮した位相・形状最適化を行うことにより、閉ループ系における振動制御性能を向上させることである⁽⁵⁾。

まず、有限要素法 (FEM) とモード解析法に基づく低次元モデル化法および H_2 仕様の振動制御系を示す。次に、制御性を考慮した構造の位相・形状に関する最適化問題を定義する。本研究では、制御入力および外乱入力から制御応答までの伝達関数を指標とする最適化問題を提案する。それぞれの伝達関数は、制御応答に対する制御入力および外乱入力の寄与の大きさを表し、前者に関しては大きく、後者に関しては小さくすることにより、外乱に対する振動抑制効果を向上させることができる。そして、FEM モデルにおける各要素の濃度を設計変数とすることにより、構造の位相・形状最適化を可能にする。本手法を、一端固定の平板と圧電フィルムアクチュエータで構成されるスマート構造の最適設計に適用する。最適化手法として逐次二次計画法を採用し、最適な濃度分布を数値的に探索する。シミュレーションおよび実験を行い、達成される振動抑制効果および構造最適化の有効性を評価する。

2. モデル化

本研究で対象とする構造は、図 1 に示す一端固定の板とする。同図に示すように、構造の片面にアクチュエータ用の圧電フィルム (PVDF: ポリフッ化ビニリデン) が貼付されており、反対の面に観測出力用の圧電フィルムおよび加速度センサが取り付けられている。圧電フィルムは呉羽化学製 KF ピエゾフィルムで、厚さは $40\mu\text{m}$ である。非常に薄い接着層により、構造上にフィルムが貼付されている。本研究では、FEM とモード解析を用いることにより低次元システムを作成する。

2.1 対象構造のモデル化 n 自由度システムの運動方程式を次式として記述する。

$$M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s = B_{1s} w + B_{2s} u \quad (1)$$

ここで、 M_s 、 C_s および K_s はそれぞれ質量行列、減衰行列および剛性行列である。 C_s は比例粘性減衰を仮定する。 x_s 、 w および u はそれぞれ変位、外乱および制御入力ベクトルである。次に、モード座標変換 $x_s = \Phi \xi$ を用いて制御系を設計するための低次元システムを作成する。低次元化後の状態方程式は次式となる。

$$\dot{q} = Aq + B_1 w + B_2 u \quad (2)$$

ここで、

$$q = \begin{Bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Lambda & -\Phi^T C_s \Phi \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T B_{1s} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T B_{2s} \end{bmatrix}$$

Λ は系の固有値を対角上に並べた行列で、モード行列 Φ は質量行列に対し正規化されている。行列 B_{2s} は、制御入

力 u と圧電フィルムアクチュエータにより構造に作用するモーメントの関係により決定できる。フィードバック制御を行うための出力方程式を、次式として記述する。

$$y = C_2 q + D_{21} w + D_{22} u \quad (3)$$

本研究では、式(3)の観測出力として、圧電フィルムセンサ出力もしくは加速度センサ出力を用いる。後述のように圧電フィルムセンサからは、フィルム両端における回転変位 (たわみ角) の差 y_s が検出される。 y_s を状態 $q_0 = (x_s^T, \dot{x}_s^T)^T$ を用いて $y_s = C_0 q_0$ で表すと、式(3)の係数行列は次のようになる。

$$C_2 = C_0 \Psi, \quad D_{21} = 0, \quad D_{22} = 0, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

一方、加速度出力の場合、モード座標における加速度は

$$\ddot{\xi} = -\Phi^T C_s \Phi \dot{\xi} - \Lambda \dot{\xi} + \Phi^T B_{1s} w + \Phi^T B_{2s} u \quad (5)$$

で表されることから、検出加速度を $y_s = C_a \ddot{x}_s$ とすると、式(3)の係数行列は次のようになる。

$$C_2 = C_a \Phi [-\Lambda - \Phi^T C_s \Phi] \quad (6)$$

$$D_{21} = C_a [0 \quad \Phi] B_{1s}, \quad D_{22} = C_a [0 \quad \Phi] B_{2s}$$

Fig.1 Composition of smart structure

2.2 圧電フィルムアクチュエータ/センサの定式化 図 2 に示すように、構造の表面に接着層を介してセンサおよびアクチュエータとしての圧電フィルムが貼付されている。本研究では、一軸延伸の圧電フィルムを考え、曲げ変形が生じたときの厚さ方向にわたってのひずみ分布について、梁内では線形分布、圧電フィルム内では一様分布とする。さらに、接着層が非常に薄いので、接着層のせん断変形は微小となり、完全接着と仮定できることを用いる。

Fig.2 Geometry of flexible structure and piezoelectric

完全接着を仮定すると、圧電フィルムの両端に作用させられる力 F は、

$$F = -E_B t_B b \frac{1}{\psi_p + \alpha} \left[\left(\frac{\epsilon_B^{S+} + \epsilon_B^{S-}}{2} + \frac{\epsilon_B^{S+} - \epsilon_B^{S-}}{2} \bar{x} \right) + \frac{\alpha}{\psi_p} A_p \right] \quad (7)$$

となる。また、これによる曲げモーメントは $M = F t_B$ となる。式(7)において、 $\bar{x}$ は圧電フィルムの中心を原点とする無次元化局所座標、 E_B , t_B はそれぞれ構造物のヤング率および厚さ、 b は圧電フィルムの幅である。 ϵ_B^S は、構造物表面の歪を表し、 ϵ_B^{S+} および ϵ_B^{S-} はそれぞれ $\bar{x}$ が +1 および -1 における ϵ_B^S である。また、 α は圧電フィルムの機能条件に依存し、構造物の両面に圧電フィルムを貼付して曲げ方向の変形をさせる場合は 6、片面だけに貼付し曲げ変形をさせる場合は 3 である。そして、電圧歪 A_p および ψ_p は次式で与えられる。

$$A_p = \frac{d_{31} V_a}{t_c} \quad (8)$$

$$\psi_p = \frac{E_B t_B}{E_c t_c} \quad (9)$$

ここで、 d_{31} , V_a それぞれ圧電フィルムの延伸方向の圧電定数、入力電圧を表しており、 E_c および t_c はそれぞれ圧電フィルムのヤング率および厚さである。

次に、圧電フィルムをセンサとして用いるときの特性を示す。完全接着の場合について、構造の変形に対する圧電フィルムの出力電圧 V_s は次式となる。

$$V_s = \frac{1}{2} \frac{t_c t_B}{L} \frac{d_{31} E_c}{\epsilon} \left(\frac{\partial u_p}{\partial x} \Big|_{x_1} - \frac{\partial u_p}{\partial x} \Big|_{x_2} \right) \quad (10)$$

ここで、 L は圧電フィルムの長さ、 ϵ は圧電フィルムの誘電率、 u_p は構造(圧電フィルム)の鉛直方向変位であり $\partial u_p / \partial x$ はたわみ角を表す。

3. 制御系設計

上述の圧電フィルムによるアクチュエータおよびセンサとしての定式化を式(2)および(3)のシステム方程式に反映させ、制御系を設計するためのシステムを記述する。そして、所望の振動制御性能を達成すべく、 H_2 制御問題に基づいて制御系を設計する。制御系のブロック線図を図 3 に示す。

Fig.3 Block diagram of control system

本研究では、外乱 w は構造系に作用する外力 w_f とする。コントローラ K は、外乱 w から制御量 y_1 までの H_2 ノルムを最小にする以下の H_2 制御問題に基づいて設計される。

$$\min. \|T_{y_1 w}\|_2 \quad (11)$$

制御量 y_1 を評価応答 z_1 および制御入力 u を用いて、

$$y_1 = \left((Q^{1/2} z_1)^T, (R^{1/2} u)^T \right)^T \quad (12)$$

で表すと、式(11)の制御問題は白色雑音外乱に対する以下の制御問題と等価になる。

$$\min. E[z_1^T Q z_1 + u^T R u] \quad (13)$$

制御量 y_1 として物理座標上の応答変位を評価する変位制御、モード座標を評価するモード制御を考える。

3.1 変位制御 図 3 において、制御出力 z_1 を構造物の任意点における物理座標上の変位とすると、以下のように記述できる。

$$z_1 = C_z \Psi q \quad (14)$$

ここで、 C_z は評価応答を抽出するための出力行列である。

3.2 モード制御 z_1 として、モード座標を直接参照し、各モードごとの振動制御を達成するための制御量を以下のように記述する。

$$z_1 = W_{10} q \quad (15)$$

$$W_{10} = \text{diag}[w_1, w_2, \dots, w_p] \quad (16)$$

すなわち、各モードに重み付けを行うことによって、着目するモードに対し重点的に整形を行うことができる。ここで示したモード制御法は、周波数重み関数を用いた場合と異なり、コントローラの次数を増加することなく、周波数の異なる各モードの制振を可能にしている。

式(14), (15)より、 $z_1 = C_{10} q$ と記述すると、制御量 y_1 は次式の形となる。

$$y_1 = C_1 q + D_{12} u$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} Q^{1/2} C_{10} \\ 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{1/2} I \end{bmatrix} \quad (17)$$

4. 位相・形状最適設計

4.1 最適化問題 制振性能を向上させるための構造最適化問題を以下のように定義する⁽³⁾。

$$\max. G_{kj}(\Omega_i) \quad (18)$$

$$\text{subj. } M \leq M_0, G_d(\Omega_i) \leq G_{d,\max}$$

ここで、 G_{kj} , Ω_i , M および M_0 はそれぞれ制御入力点 k から制御応答点 j までの周波数応答関数、 i 次の固有振動数、構造質量およびその上限値である。 G_d は、外乱入力から制御応答までの周波数応答関数であり、 $G_{d,\max}$ はその上限値を表す。最適化問題(18)において、制御入力から制御応答までの周波数応答の値を目的関数として採用している。この周波数応答は、制御応答に対する制御入力の寄与を表している。したがって、制御したいモードに対応する固有振動数において、外乱から制御応答までの周波数

応答の制約下で、制御入力から制御応答までの周波数応答の値を最大にすれば、制御力を効果的に構造に作用させることができる。その結果、閉ループ系を構成した際に、振動制御性能の向上が期待できる。

4.2 設計変数 本研究では、構造系の設計変数として FEM モデルの各要素の濃度 p を用いることにより、構造の位相・形状の最適化を可能にする。濃度とは、図 4 に示すように FEM モデルの各要素に設定された変数で、要素内に一様に分布する気泡を考えたときの構造体と気泡の体積の比として定義され、 $0 \leq p \leq 1$ の値をとる。そして、 $p=1$ のときその要素はソリッドな構造体として存在し、 $p=0$ のとき存在しないことになる。構造物のヤング率および密度は、次式のとおりの濃度 p の関数となる。

$$\begin{aligned} E^*(p) &= F_E(p)E \\ \rho^*(p) &= F_\rho(p)\rho \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 E および ρ はそれぞれ $p=1$ のときのヤング率と密度の値であり、 $F_E(p), F_\rho(p)$ は p が 0 から 1 の間で変化するのに従って、0 から 1 の間の値を連続的に取るような関数とする。

濃度は、0 から 1 の間の値しか取れないという制約があるため、最適化問題を数値的に解く上で、この制約を満たすよう配慮する必要がある。そこで、本研究では要素 i の濃度 p_i を媒介変数 α_i の関数とし、濃度の上限値 $p_{\max}$ および下限値 $p_{\min}$ を用いてこれらの上下限値を満足するように次式で定義する。

$$p_i = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{1 + \exp(-\alpha_i)} + p_{\min} \quad (20)$$

そして、濃度 p_i に関する実際の設計変数を α_i とすることにより、不等式制約条件を追加することなく濃度の上限および下限を満足する最適値を決定できる。

Fig.4 Finite element and density

5. シミュレーションおよび実験

図 5 に示す一端固定の平板を用いて、高次モードの振動を制御することを目的とする。高次モードを対象とする振動制御は、ハードディスクドライブや光ディスクドライブのピックアップなどに見られるように、装置の高性能化のために重要視されている。ここでは、一様構造と最適化構造のそれぞれに対して制御器を設計し、シミュレーションと実験より制御効果を確認する。

Fig. 5 Plate structure with PVDF actuator

制御対象は前述のとおりの一端固定の平板であり、長さ 200mm、幅 35mm、厚さ 1mm のアルミニウム製である。この対象物を、六面体 2 次(20 節点)有限要素を用いて 1568 節点 200 要素に分割してモデル化する。板要素や六面体 1 次要素を使わずに六面体 2 次要素を使う理由は、圧電フィルムのモデル化の際に重要になる平板表面のひずみをより正確に表現するためである。

図 5 中に、制御入力点、外乱入力点および制御応答点を示す。圧電フィルムは、固定端から 144mm の位置まで貼付されている。ここでは、3 次モードの制振を対象とし、以下の最適化問題を定義する。

$$\max. \quad G_{kj}(\Omega_3)$$

$$\text{subj.} \quad M \leq M_0, \quad G_d(\Omega_3) \leq G_{d,\max} \quad (21)$$

ここで、 $G_{kj}(\Omega_3)$ は 3 次の固有振動数における制御入力から制御応答までの周波数応答の大きさである。そして、 M_0 および $G_{d,\max}$ は、一様な平板構造(濃度が全ての要素で 1.0)における構造質量および 3 次の固有振動数における外乱入力から制御応答までの周波数応答の大きさであり、それぞれの制約条件の上限値として与える。

構造の初期濃度をすべて 0.5 として最適化を行った。なお、解の収束性の向上と構造体としての連続性を確保するために、構造変更領域における外周部と、圧電フィルム両端の制御入力力が作用する部分の濃度を 1.0 で固定した。最適化により得られた構造の濃度分布を図 6 に示す。同図にて、色の濃い部分が高い濃度を示し、構造体として存在するところと除去すべきところが、最適化により明確に求められていることがわかる。最適化の前後で、目的関数の値は次のように変化した。

$$\text{最適化前} \quad 3.23 \times 10^{-6}$$

$$\text{最適化後} \quad 6.08 \times 10^{-6}$$

このように、最適化により目的関数の値が大幅に上昇していることがわかる。また、一様構造と最適化後の構造における制御入力から制御応答までの周波数応答を図 7 に示す。同図にて、青の実線が一様構造の周波数応答、緑の破線が

最適化後の構造の周波数応答であるが、3 次の固有振動数における周波数応答のゲインが大きくなっていることがわかる。これにより、最適化された構造では制御力が有効に作用することが期待できる。

Fig.6 Optimal density distribution

Fig.7 Structural frequency response between control input and controlled response

次に、制御系を設計し、閉ループ系の特性を評価する。制御系設計に際し、最低次から4次までのモードを採用し、モデルを構築する。そして、モード制御法により、3次モードの振動を抑えるような制御器を設計する。ここで、一様構造および最適化構造に対し、制御エネルギーが同じとなる制御器を設計し、閉ループ系の周波数応答を比較する。式(12)および(16)における重み行列を以下のように設定する。

$$W_{10} = \text{diag}\left(1.0 \quad 1.0 \quad 1.0 \quad \sqrt{5.0 \times 10^9} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right)$$

$$Q^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} r_w \end{bmatrix}$$

ここで、3次の共振は4次モードにより生じており、それに対応するよう各重み行列を設定している。 r_w の値は、一様構造と最適化構造において $E[u^T u]$ が等しくなるよう、以下のように設定する。

一様な構造： $r_w = 1.00$

最適化後の構造： $r_w = 3.93$

このとき、両構造に対して $E[u^T u] = 2.76 \times 10^{13}$ となる。そして、外乱から制御応答までの閉ループ系の周波数応答は図8のようになる。赤の破線と水色の破線が、それぞれ一様構造と最適化構造による閉ループ系の周波数応答である。制御により、一様構造に対して11.7dB、最適化構造に対して19.3dBのゲインの低減が達成されており、構造最適

化による制振効果の向上が確認できる。

Fig.8 Closed-loop frequency response between disturbance and controlled response

制御効果を検証するために、シミュレーションに対応する実験を行う。実験装置の構成を図9に示す。センサによりフィードバック出力が検出され、その信号がFFTアナライザおよびPCに取り込まれる。PC上では加速度センサ出力に対して制御入力計算され、出力された信号が高出力増幅器を経て、圧電フィルムアクチュエータに入力される。ここで、制御周期は0.2msecである。

Fig.9 Experimental set-up

実験により計測された閉ループ系の周波数応答を図10に示す。シミュレーションと同様に、赤の破線と水色の破線が、それぞれ一様構造と最適化構造による閉ループ系の

周波数応答である。同図から、制御によるゲインの低減量はシミュレーションと異なるが、一樣構造と最適構造のゲイン低減量の差は解析結果と対応しており、構造最適化による制振効果の向上は実験結果においても確認できる。以上の結果より、制御性を考慮した構造の位相・形状最適化は、振動制御性能を向上させる上で有効であることが検証された。また、実験で達成されるゲインの低減量が解析に比べて小さいのは、実験装置における構造減衰が解析モデルのそれに比べて大きいことが考えられる。

Fig.10 Measured closed-loop frequency response between disturbance and controlled response

6. 結言

本論文では、制御性を考慮したスマート構造の位相・形状最適化方法を示し、以下の結論を得た。

- (1) 構造の周波数応答に着目し、制御性の高い構造の位相・形状を決定するための設計変数および最適化問題を定義した。
- (2) 圧電フィルムアクチュエータにより構成されるスマート構造に対し、モード制御における制御性の高い構造の位相・形状を設計し、制振効果の向上を達成した。
- (3) 実験により、最適化されたスマート構造の制振効果を確認し、本手法の有効性を検証した。

参考文献

- (1) Kajiware, I. and Uehara, M., Design of Shape and Control System for Smart Structures with Piezoelectric Films, Proceedings of AIAA, 42nd SDM Conference, 2001, CD-ROM(No.2001-1555)
- (2) Ohashi, F., Kajiware, I., Iwadare, M. and Arisaka, T., Optimal Design of Smart Carriage Arm in Magnetic Disk Drive for Vibration Suppression, Proceedings of the 2003 JSME-IIP/ASME-ISPS Joint Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment, No.03-208, 2003, pp. 181-182.
- (3) Omori, T. and Kajiware, I., Optimization of Smart Structure For Realizing High Controllability, Proceedings of the 2003 JSME-IIP/ASME-ISPS Joint Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment, No.03-208, 2003, pp. 183-184.
- (4) 梶原逸朗・上原学・大森隆広・大橋史武, スマート構造における圧電アクチュエータ形状/配置と制御系の同時最適設計, 日本機械学会論文集 (C編), 68 巻, 674 号, 2002, pp.2925-2932.
- (5) 梶原逸朗, 制御性と安定性の向上を目指した構造と制御の同時設計, システム/制御/情報, 第 44 巻, 第 11 号, 2000, pp. 623-631.