443 内部流による弾性送水管の空間運動 (管上端の水平加振の影響)

Nonplanar Vibration of a Cantilevered Pipe due to an Internal Flow (The Effects of Horizontal Excitation at the Upper End)

○正 山下 清隆 (慶大院)

阿形 淳 (慶大院)

正 吉沢 正紹 (慶大)

Kiyotaka YAMASHITA, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama

Jun AGATA, Keio University

Masatsugu YOSHIZAWA, Keio University

Nonlinear lateral vibration of a vertical cantilevered pipe with an end mass is studied for the case that the upper end of the pipe is excited periodically in a horizontal direction. The fluid velocity of an axial flow in the pipe is slightly over the critical value, above which lateral pipe vibration is self-excited by an internal flow. First, the effect of horizontal excitation on nonplanar flow-induced pipe vibration is examined by solving numerically the four first-order ordinary differential equations, which govern the amplitudes and phases of nonplanar pipe vibration and are coupled through the nonlinear terms. Second, the experiments were conducted with a silicon rubber pipe conveying water, and the spatial behaviors of the pipe were observed using two CCD cameras. The typical effect of horizontal excitation, which has been predicted in the theory, is confirmed qualitatively by experiment.

Key Words: Vibration of Continuous System, Forced Vibration, Self-Excited Vibration, Nonlinear Vibration, Quenching

振り子などの上端が水平方向に加振される問題は、構造物に強制力が働く典型的な例として古くから取り扱われてきた。とりわけ球振り子の運動や弾性はりの横振動などは、軸対称性を有する場合に1:1の内部共振現象の条件を満足することがあり、非線形力学解析の立場から研究がなされている。その中でも、水平加振の振動数が球振り子の固有振動数近傍の場合、内部共振の影響により水平加振される方向に直交する方向が励振され、振り子は空間運動することが報告されている。

流体管路系においても、自励的な管の横振動が発生している状態で管上端が水平方向に加振される問題が、運動を平面に拘束した場合について取り上げられている。また管内定常流により弾性送水管が空間運動することが工学的に興味ある現象として報告されている。しかしながら管の空間運動に与える管上端水平加振の影響を調べた研究は目下の所、見受けられない。

そこで本研究では、空間運動までを考慮に入れた管の自励的横振動に与える管上端水平加振の影響を明らかにする第一歩として、管内流を増加させた場合に、管の自励的空間運動が発生する場合を考える。そして管上端が水平加振された場合に、管の自励的空間運動に与える影響を考える。

まず最初に、管上端水平加振が弾性送水管の自励的空間運動におよぼす影響を、非自己随伴形の偏微分方程式で記述される管横変位の支配方程式から求めた複素振幅方程式をもちいて、非線形力学解析の立場から理論的に調べる。

次に、二台のCCDカメラを用いた画像処理システムにより各変位の時刻歴の測定などを行ない、理論解析で予測された管上端水平加振の影響を実験的に検討した。

理論解析の結果、

(1) 管上端水平加振の影響により、加振振動数が管の2次モードの固有振動数近傍では、管の自励的空間運動は水平加振される方向の面内運動に引き込まれる。

(2) 管上端を水平加振すると、非線形連成項の影響によりその方向に直交する方向の等価的な減衰力が増大し、管の運動は水平加振される面内の運動へと変換することが示唆される。

ことが明確にされ、さらにシリコンチューブを用いた実験を行なうことにより

(3) 理論解析で指摘した管上端加振の影響により発生する平面運動などを確認した。

Fig. A1 Analytical model

1. はじめに

振り子などの上端が水平方向に加振される問題は、構造物に強制力が働く典型的な例として古くから取り扱われてきた。とりわけ球振り子⁽¹⁾の運動や弾性はりの横振動⁽²⁾などは、軸対称性を有する場合に1:1の内部共振現象の条件を満足することがあり、非線形力学解析の立場⁽³⁾から研究がなされている。その中でも、水平加振の振動数が球振り子の固有振動数近傍の場合、内部共振の影響により水平加振される方向に直交する方向が励振され、振り子は空間運動すること⁽¹⁾が報告されている。

流体管路系においても、自励的な管の横振動が発生している状態で管上端が水平方向に加振される問題⁽⁴⁾が、運動を平面に拘束した場合について取り上げられている。また管内定常流により弾性送水管が空間運動をすることが工学的に興味ある現象^(5,6,7)として報告されている。しかしながら管の空間運動に与える管上端水平加振の影響を調べた研究は目下の所、見受けられない。

そこで本研究では、空間運動までを考慮に入れた管の自励的横振動に与える管上端水平加振の影響を明らかにする第一歩として、管内流により自励的空間運動をする管の上端が水平加振された場合を考える。まず最初に、管上端水平加振が弾性送水管の自励的空間運動におよぼす影響を、非自己随伴形の偏微分方程式で記述される管横変位の支配方程式から求めた複素振幅方程式をもちいて、非線形力学解析の立場から理論的に調べる。

次に、二台の CCD カメラを用いた画像処理システムにより各変位の時刻歴の測定などを行ない、理論解析で予測された管上端水平加振の影響を実験的に検討した。

2. 解析モデルと運動方程式

2.1 解析モデル

図1に解析モデルを示す。管終端($s=l$)に付加質量 M を持ち鉛直に吊るされた送水管を考える。管の断面積 S は一定で、管全長 l は管径にくらべて十分長いと考える。管終端から密度 ρ の非圧縮性流体が放出されている。管内の流れは管軸 s に沿った一次元流れと見なし、管に相対的な定常流速を v_s とする。

単位長さ当りの質量 m の弾性送水管を、長さの変化しない曲げ剛性 EI の弾性はりとし、管は中心軸に関してねじれないと仮定する。

2.2 弾性送水管の運動方程式と境界条件

管の運動を記述するために空間固定座標 $X-Y-Z$ および管の運動をあらわす移動座標 $x-y-z$ を考える。また管上端は以下に示すように水平方向に周期的に加振される。

$$Y_0 = \delta Y \sin Nt \quad (1)$$

時間 t , 座標 s , 管の Y 軸方向の変位 w の無次元量をそれぞれ $t = \sqrt{(m + \rho S)l^4/EI}t^*$, $s = ls^*$, $w = lw^*$ とする。図1の解析モデルについて、管横変位 v の管の運動を支配する方程式、および境界条件が横変位の三乗までを考慮すると以下の無次元形式であらわされる⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} & \ddot{v} + c\dot{v} + \delta\ddot{v}''' + 2\sqrt{\beta V_s}\dot{v}' + V_s^2 v'' - \gamma[(\alpha + 1 - s)v']' + v'''' \\ &= -v'' \int_s^l \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\int_0^s v'^2 + w'^2) ds + v'\ddot{v} \right. \end{aligned}$$

Fig.1 Analytical model

$$\begin{aligned} & + w'\ddot{w} \Big] ds - \frac{1}{2} v' \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^s (v'^2 + w'^2) ds + \frac{1}{2} v'^2 \ddot{v} \\ & + \frac{1}{2} \ddot{w} \left[v'w' - \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right] \\ & - \alpha v'' \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^l (v'^2 + w'^2) ds + v_1\ddot{v}_1 + w_1'\ddot{w}_1 \right] \\ & + \frac{1}{2} \alpha \gamma \left[v'(v'v'' + w'w'') + w'' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right. \\ & \left. - v''(v_1'^2 + w_1'^2) \right] - \frac{1}{2} \gamma v'' \int_s^l (v'^2 + w'^2) ds \\ & + \frac{1}{2} (1-s) \gamma \left[v'(v'v'' + w'w'') \right. \\ & \left. + w'' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right] - \frac{1}{2} \gamma w' \int_0^s (v'w'' \\ & - v''w') ds + v'' \int_s^l (v''v''' + w''w''') ds \\ & - \frac{1}{2} \left[v'(v'v'' + w'w'') + w'' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right]'' \\ & - \frac{1}{2} V_s^2 \left[v'(v'v'' + w'w'') + w'' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right] \\ & - \sqrt{\beta} V_s \left[v'(v'v' + w'w') + \dot{w}' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right] \\ & + \kappa v^2 \sin vt \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s=0 : v=v'=0 \\ s=1 : v''' + \delta\ddot{v}'' = 0 \\ \quad v''' - \alpha\gamma v' - \alpha\ddot{v} - c\dot{v} + \delta\ddot{v}''' \\ \quad = \frac{1}{2} \alpha \left[v' \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \int_0^s (v'^2 + w'^2) ds \right\} \right. \\ \quad \quad \left. - \ddot{v}v'^2 - \ddot{w}' \left\{ v'w' - \int_0^l (v'w'' - v''w') ds \right\} \right] \\ \quad \quad - \frac{1}{2} \left[v'(v'v'' + w'w'') + w'' \int_0^s (v'w'' - v''w') ds \right]' \\ \quad \quad + \alpha\kappa v^2 \sin vt \end{array} \right. \quad (3)$$

式(2), (3) およびこれ以降は、簡単のため無次元量をあらわす記号 * は省略する。添え字 1 が付加されている記号は、管終端($s=1$)での値を意味する。なお w についての支配方程式および境界条件は式(2), (3)において v と w を入れ替え、水平加振を表わす項を無視したものとなる。

式(2),(3)に存在する無次元量 $V_s, \alpha, \beta, \gamma, \delta, c, \kappa$ は、それぞれ管に相対的な管軸方向の無次元管内流速 $V_s = v_s / \sqrt{EI/(\rho S l^2)}$ 、管および管内流体の全質量に対する付加質量の比 $\alpha = M/(m + \rho S)l$ 、管内流体の無次元質量 $\beta = \rho S/(m + \rho S)$ 、重力と弾性力の比 $\gamma = (m + \rho S)gl^3/EI$ 、管の内部減衰を表す無次元パラメータ $\delta = E^*/(l^2 E \sqrt{EI/(m + \rho S)})$ 、外部減衰係数 $c = Cl^2/\sqrt{EI(m + \rho S)}$ および管上端水平加振の無次元振幅 $\kappa = \delta y/l$ を意味する。また $(\cdot), (\cdot)'$ はそれぞれ時間 t 、空間 s についての微分を意味する。

2.3 運動方程式および境界条件のベクトル表記

式(2),(3)および w に関する同方程式系をベクトル表記にて書き改める。すなわち $v_v = [v \quad \partial v/\partial t]$, $v_w = [w \quad \partial w/\partial t]$ とおくと、式(2), (3)より $v_j (j = v, w)$ についての支配方程式に書き改められ以下ようになる。

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} = L v_j + N_j \quad (4)$$

ただし $L_{21} = -(\cdot)'''' + \gamma[(\alpha + 1 - s)(\cdot)'] - V^2(\cdot)''$, $L_{22} = -2\sqrt{\beta}V(\cdot)' - \delta(\cdot)''' - c(\cdot)$ として

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}, N_j = \begin{pmatrix} 0 \\ n(i, j) + \delta_{v,i} \kappa v^2 \sin vt \end{pmatrix} \quad (5)$$

である。境界条件は

$$s = 0: B_1 w = 0, \quad s = 1: B_2 \dot{w} = B_3 w - N_{b_j} \quad (6)$$

とあらわされる。ただし

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (\cdot)' & 0 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} (\cdot)'' & \delta(\cdot)'' \\ (\cdot)''' - \alpha\gamma(\cdot)' & \delta(\cdot)''' - c(\cdot) \end{pmatrix}, \\ B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}, N_b = \begin{pmatrix} 0 \\ b(i, j) + \delta_{v,i} \kappa v^2 \sin vt \end{pmatrix} \quad (7)$$

である。ここで $n(i, j), b(i, j)$ はそれぞれ横変位 v, w の三乗であらわされる非線形項である。

3. 管の自由振動に与える定常流速の影響

管横変位の自明な平衡状態の安定性に与える定常流速 V_s の影響を調べる。自明な平衡状態の安定性を議論するために、式(4),(6)において非線形項および水平加振に関する項を無視すると、各変位 v, w は互いに独立であり同様な方程式系で記述される。

そして q_j を $q_j(s) = (\Phi_1(s) \quad \Phi_2(s))$ としたのち、 $v_j = q_j e^{i\omega_j t}$ とし、式(4),(6)に代入して固有値問題に帰着させる。非自明な固有関数ベクトル q_j が存在することから、複素固有値 λ_j が満足する条件式が得られる。

$$f(\lambda_j; V_s, \alpha, \beta, \gamma, c, \delta) = 0 \quad (8)$$

λ_v が λ_w と等しいため以降、複素固有値を λ とする。式(8)を解き複素固有値 $\lambda = i(\omega_r + i\omega_i)$ を求めた。ここで ω_r および ω_i は各モードにおける固有角振動数、減衰係数を意味する。固有関数ベクトル q は、空間 s のべき級数展開を用いて $\langle q, q \rangle = 1$ を満足するように求めた。括弧記号は、内積を表す記号であり、 $\langle x, y \rangle = \int_0^1 x(s)\bar{y}(s)ds$ である。

図2に臨界流速近傍における定常流速 V_s の変化にともなう低次3モードの固有角振動数 ω_r 、および減衰係数 ω_i の変化を示す。なお計算に用いた無次元パラメータは $\alpha = 0.13, \beta = 0.26, \gamma = 20.26, c = 0.051, \delta = 0.001$ である。定常流速 V_s を増加させると2次モードの減衰係数が正から負へと変化し自励振動を引き起こす。

Fig.2 The complex eigenvalues λ as a function of the flow velocity V_s

4. 管の不安定現象に与える管上端水平加振の影響

図2に示すように、 V_s が臨界流速 $V_{cr} = 6.31$ を越えると、二次の固有振動成分が時間と共に成長する。本研究ではこの臨界流速近傍で発生する二次モードの自励振動を取り上げる。そして管上端水平加振が、自励振動に与える影響を調べる。なお本研究の対象としている管の自励振動は、 $|\omega_{wr}|$ が ω_{wr} に比べて十分小さい場合を考え、二次の固有振動数成分のみを議論する。以降 ω_r, ω_i は二次モードに関するものとする。また管上端の水平加振の振動数 v は、二次の固有振動数近傍を考え $v = \omega_r + \sigma$ とする。ここで σ は離調パラメータであり、 $\sigma \ll \omega_r$ である。

4.1 振幅方程式の誘導

本節では、空間運動を含む管の横振動の複素振幅方程式を、励振される二次モードの成分について導出する。弾性送水管の運動方程式(4)と境界条件(6)は、非自己随伴形偏微分方程式系となっているため、固有関数がお互いに直交していない。そのため前報(9)と同様に、随伴関数を用いたリャプノフ・シュミットの方法により、複素振幅方程式を誘導した。

まず管横変位の振幅方程式を求める際に用いる二次の固有関数ベクトル q_j の随伴関数ベクトル q_j^* を、前報と同様(9)に、条件式 $\langle Lq_j, q_j^* \rangle = \langle q_j, L^* q_j^* \rangle$ および $\langle q_j, q_j^* \rangle = 1$ より求めた。

次に v_j の解空間全体を Z_j とし、解空間を二次モードの張る固有空間 X_j および二次モードの張る固有空間の補空間 M_j の直和と考える。

$$Z_j = X_j \oplus M_j \quad (9)$$

v_j を二次モードの張る固有空間とその補空間との成分に分けて考え、以下のように記述する。

$$v_v = A(t)q_v(s) + y_v + c.c. \\ v_w = B(t)q_w(s) + y_w + c.c. \quad (10)$$

ここで $A(t)$ と $B(t)$ はそれぞれ管横変位 v と w の複素振幅であり、 y_j は二次モードの補空間 M_j の要素である。また $c.c.$ は、右辺第一項および第二項の共役複素数をあらわしている。式(4)を二次モードの張る固有空間に射影するために、以下の射影子 P_j を考える。射影子 P_j は随伴関数ベクトル q_j^* を用いて次のように与えられる。

$$P_j x = \langle x, q_j^* \rangle q_j \quad (11)$$

この射影子を式(4)に作用させ、二次モードの張る固有空間に射影する。

$$P_j \dot{v}_j = P_j L v_j + P_j N_j \quad (12)$$

以上より次の複素振幅方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\dot{A} &= \lambda A + \xi_1 A^3 + \xi_2 AB^2 + \xi_3 |A|^2 A + \xi_4 |B|^2 A + \xi_5 \bar{A} B^2 + f_v \\ \dot{B} &= \lambda B + \xi_1 B^3 + \xi_2 BA^2 + \xi_3 |B|^2 B + \xi_4 |A|^2 B + \xi_5 \bar{B} A^2\end{aligned}\quad (13)$$

ここで右辺各項の係数 ξ_j ($j=1,2,\dots,6$) は、固有関数ベクトル q_i および随伴関数ベクトル q_i^* を用いて定めた。なお $\xi_3 = \xi_4 + \xi_5$ の関係がある。また f_v は管上端の水平加振より生じた項であり $f_v = \xi_6 \kappa^2 \sin vt$ である。

複素振幅 A, B を、 $A(t) = h_v e^{i\phi}/2, B(t) = h_w e^{i\psi}/2$ としたのち、式 (13) に代入し実部、虚部に分離し二次の固有角周期 $2\pi/\omega_r$ で平均化した。弾性送水管横変位 v, w は a, b, ϕ, ψ を用いて次のようになる。

$$\begin{aligned}v &= h_v \sqrt{\Phi_{vr}^2 + \Phi_{vi}^2} \cos(\phi + \theta) \\ w &= h_w \sqrt{\Phi_{wr}^2 + \Phi_{wi}^2} \cos(\psi + \theta)\end{aligned}\quad (14)$$

ここで複素固有関数 $\Phi_{il}(s) = \Phi_{iR} + i\Phi_{iI}$ を実部と虚部にわけた。また $\theta(s) = \tan^{-1}(\Phi_{iR}/\Phi_{iI})$ である。以下に振動振幅 h_v, h_w および位相 $\eta = vt - \phi, \Omega = \psi - \phi$ をあらわす方程式を示す。

$$\begin{aligned}\dot{h}_v &= -\omega_i h_v + (\xi_{4r} + \xi_{5r}) h_v^3/4 \\ &\quad + (\xi_{4r} + \xi_{5r} \cos 2\Omega - \xi_{5i} \sin 2\Omega) h_v h_w^2/4 \\ &\quad + k\omega_r^2 (\xi_{6i} \cos \eta + \xi_{6r} \sin \eta)\end{aligned}\quad (15)$$

$$\begin{aligned}h_v \dot{\eta} &= h_v \sigma - (\xi_{4i} + \xi_{5i}) h_v^3/4 \\ &\quad - (\xi_{4i} + \xi_{5i} \cos 2\Omega + \xi_{5r} \sin 2\Omega) h_v h_w^2/4 \\ &\quad + k\omega_r^2 (\xi_{6r} \cos \eta - \xi_{6i} \sin \eta)\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}\dot{h}_w &= -\omega_i h_w + (\xi_{4r} + \xi_{5r}) h_w^3/4 \\ &\quad + (\xi_{4r} + \xi_{5r} \cos 2\Omega + \xi_{5i} \sin 2\Omega) h_w h_v^2/4\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}h_v \dot{\Omega} &= \{-\xi_{5r} \sin 2\Omega + \xi_{5i} (\cos 2\Omega - 1)\} h_v^3/4 \\ &\quad + \{-\xi_{5r} \sin 2\Omega - \xi_{5i} (\cos 2\Omega - 1)\} h_v h_w^2/4 \\ &\quad + k\omega_r^2 (\xi_{6r} \cos \eta - \xi_{6i} \sin \eta)\end{aligned}\quad (18)$$

4.2 管上端が水平加振されない場合

本節では、まず管上端が水平加振されない場合 ($\kappa = 0$) について考える。弾性送水管の自励的横振動は、各パラメータに依存して平面運動あるいは空間円運動のいずれかで発生することが報告されている⁽¹⁰⁾。

本研究では、下端付加質量 α の影響により発生する自励的横振動のパターンが変化する。このことを図3の分岐集合で示す。同図においてPL(Planar

Fig.3 Bifurcation Set

Vibration), NPL (Non-planar Vibration) はそれぞれ管が、平面運動および空間円運動をすることを示す。Iで示される曲線は、管の静的平衡状態が不安定となる V_s をあらわす線であり、この線を越えると管の横振動が、超臨界のHopf分岐により発生する。

本研究では $\alpha = 0.13$ の場合を考え、自励的横振動が空間円運動として発生する場合を取り上げる。式 (15)~(18) より図4に、管の空間円運動の様子を示す。

4.3 管上端が水平加振された場合

管上端が水平加振された場合 ($\kappa \neq 0$) を考える。加振振動数 σ をパラメータとし式 (15)~(18) の定常解およびその安定性を調べた。図5にその結果を示す。同図において実線、破線は、安定および不安定な状態を意味する。

定常解は $\dot{\eta} = \dot{\Omega} = 0$ を満足することから、図5の安定

Fig.4 Pipe Motion in y-z plane ($\alpha = 0.13, V_s = 6.9, s = 0.777$)

Fig.5 Frequency Response Curves and Their Large Scale ($\kappa = 7.72 \times 10^{-3}, V_s = 6.9$)

Fig.6 Pipe Motion in $y-z$ Plane ($s=0.777$) Fig.7 Bifurcation Set in $\sigma-\kappa$ Plane

な定常解であらわされる管の横振動の振動数は、管上端加振の振動数 ν と等しくなる。 $\sigma \sim 0$ において管上端が水平加振されている Y 方向に平面運動が発生していることが分かる。また一部の領域において管は Y 方向が長軸の空間楕円運動している。

図6に管が平面運動($\sigma = 0$)および空間運動($\sigma = 0.2$)する様子を示す。

図7に分岐集合を示す。同図において PL, NPL および BT はそれぞれ図6(a)のような平面運動、図6(b)のような空間楕円運動と式(15)~(18)において安定な定常解が存在しない領域を意味する。同図より $\sigma \sim 0$ において、無次元加振振幅 κ がある値より大きな場合には空間楕円運動は発生せず、常に Y 方向の平面運動が発生している。

4.3.1 解の物理的考察

式(15)および(17)の右辺第4項は、 ξ_{4r} が負であるため y または z 方向に横振動が発生した場合に等価的な減衰項のように振舞う。また右辺第5,6項は、係数が固有振動数の2倍近傍で変化し、係数励振項のように管の横振動を励振する可能性がある式(13)の右辺第六項 $\xi_5 B^2 \bar{A}, \xi_5 A^2 \bar{B}$ に由来する。

とりわけ式(15)の右辺第5項は、 $\xi_{5r} < 0$ のため ν と w の位相差 Ω が $\pi/4 < \Omega < 3\pi/4$ の場合、横振動を励振する効果を持つ。図5(d)に示したように、空間楕円運動が発生している領域では Ω_s が、条件 $\pi/4 < \Omega < 3\pi/4$ を満足しており、右辺第5項は横振動を励振する効果を示している。今回取り扱う範囲では右辺第6項の係数 ξ_{5i} が数量的に小さいことを確認している。また数量的には、 $|\xi_{4r}| > |\xi_{5r}|$ であった。

管上端が水平加振された場合、式(15)に右辺第7,8項であらわされる強制力項が存在し、 h_v が増大すると考

えられる。すると $|\xi_{4r}| > |\xi_{5r}|$ であるため、式(17)の非線形連成項は全体として等価的な減衰項の役割を演じ、 h_w を減少させる。その結果、式(15)の非線形連成項による等価的な減衰項の影響は小さくなり h_v を増大させる。

これらの影響により、 $\sigma \sim 0$ において管の自励的空間運動は、 Y 方向の強制振動に引き込まれたと解釈できる。また κ を増加させると h_v が増加し、 Z 方向の等価的な減衰力が増し、空間楕円運動が生じなくなると考えられる。

5. 実験

図8に実験装置の概略を示す。内径7(mm)、外径12(mm)、全長518(mm)のシリコンチューブを用いて実験を行った。管内を流れる流体には、水を用いた。

実験に用いた管内平均流速、曲げ剛性および管上端の水平加振の振幅はそれぞれ $V_s = 7.2(\text{m/s})$, $EI = 1.0 \times 10^{-2}(\text{N} \cdot \text{m}^2)$, $Y_0 = 4(\text{mm})$ 無次元(7.72×10^{-3})である。弾性送水管の横変位は、二台のCCDカメラによる画像処理システムを用いて管上端から400(mm)の位置について三次元非接触測定した。

図9に管上端が水平加振されない場合($Y_0 = 0$)に観察された、管の空間運動の様子を示す。管は、理論解析で予測した二次モードに対応する単一の振動数で空間円運動した。

図10に管上端を水平加振($N = 2.2(\text{Hz})$, $Y_0 = 4(\text{mm})$)した場合に観察された平面運動を示す。理論解析で予測されたように管の空間円運動は、管上端の水平加振の影響により平面運動に変化した。またその平面運動の方向は、管上端が水平加振される Y 方向とほぼ一致した。管の横振動の主要な振動数成分は、管上端の水平加振の振動数と一致した。

図11に観測された Y 方向が長軸の楕円運動を示す

Fig.8 Experimental Setup

Fig.9 Time Histories and Pipe Motion in $y-z$ Plane ($Y_0 = 0mm$) Fig.10 Time Histories and Pipe Motion in $y-z$ Plane ($N = 2.20(Hz)$, $Y_0 = 4(mm)$)

($N = 2.35(Hz)$, $Y_0 = 4(mm)$).

6. おわりに

管下端に付加質量を持ち、鉛直に吊り下げられた弾性送水管の管内定常流による横振動を取り上げた。そして管上端に水平加振力が作用した場合に、空間を含む管の自励的運動に与える影響を非線形力学解析の立場から調べた。その主な結論として

(1) 管上端水平加振の影響により、加振振動数が管の2次モードの固有振動数近傍では、管の自励的空間運動

Fig.11 Time Histories and Pipe Motion in $y-z$ Plane ($N = 2.35(Hz)$, $Y_0 = 4(mm)$)

は水平加振される方向の面内運動に引き込まれる。

(2) 管上端を水平加振すると、非線形連成項の影響によりその方向に直交する方向の等価的な減衰力が増大し、管の運動は水平加振される面内の運動へと変化することが示唆される。

ことが明確にされ、さらにシリコンチューブを用いた実験を行なうことにより

(3) 理論解析で指摘した管上端加振の影響により発生する平面運動などを確認した。

文 献

- (1) Miles, J., Resonant Motion of a Spherical Pendulum, *Physica D*, **11**, (1984), 309-323.
- (2) Perngjin, F., Nayfeh, A.H., Nonlinear Nonplanar Oscillations of a Cantilever Beam under Lateral Base Excitations, *Int. J. Nonlinear Mechanics*, **25**, (5), (1990), 455-474.
- (3) Nayfeh, A.H., *Nonlinear Interactions*, (2000), 181-182 Wiley-Interscience.
- (4) 吉沢正紹・ほか3名, 鉛直につり下げられた片持弾性送水管の横振動 (管上端が水平方向に加振される場合), *機論*, **54**, 497, (1988), 100-107.
- (5) Copeland, G.S. & Moon, F.C., Chaotic flow-induced vibration of a flexible tube with end mass, *Journal of Fluids and Structures*, **6**, (1992), 705-718.
- (6) Yoshizawa, M., et al., Nonlinear lateral Vibration of a Vertical Fluid-Conveying Pipe with End Mass, *JSME International Journal, Series C*, **41**, 3, (1998), 652-661.
- (7) Bajaj, A.K. & Sethna, P.R., Effect of symmetry-breaking perturbation on flow-induced oscillation in tubes, *Journal of Fluids and Structures*, **5**, (1991), 651-679.
- (8) 渡辺勝信, 弾性送水管の自励的空間運動におよぼす水平加振の影響, (1996), 慶應義塾大学修士論文, 7-26.
- (9) 山下清隆・田中慎太郎・北代剛一・吉沢正紹, 管内脈動流による弾性送水管の非線形横振動 (管下端を弾性支持した場合), *機論*, **69**, 677, C(2003), 1-9.
- (10) Bajaj, A.K. and Sethna, P.R., Flow Induced Bifurcations to Three-Dimensional Oscillatory Motions in Continuous Tubes, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, **44**, 2, (1984), 270-286.