647 横風中の格子状配列大量ロッド群の振動パターンにおける複雑さ (第4報: 力学系理論に基づく流力弾性振動子配列のモデル化)

Complexity Appearing in Large Arrays of Vibrating Rods in an Air Cross-Flow (4th Report: A Model of a Group of Fluid-elastic Oscillators Based on the Dynamical Systems Theory)

○正 黒田 雅治 (産総研) 非 ロナルド F. クレメンズ (コーネル大)
非 フランシス C. ムーン (コーネル大)

Masaharu Kuroda, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST), 1-2-1
Namiki, Tsukuba 305-8564, Japan

Ronald F. Clemens, Cornell University, Ithaca, NY 14853-7501, USA

Francis C. Moon, Cornell University

In this study, a proto theoretical-model is established to explain observed experimental results. Spatio-temporal patterns, such as wave-like motion emerging in experiments, can be considered as cascading reactions of dynamic bifurcations in a two-dimensional set of closely coupled nonlinear oscillators. Each oscillator exhibits a Hopf-bifurcation between a small amplitude oscillation around the equilibrium and a large amplitude limit-cycle oscillation below the critical wind speed. Collisions among neighboring rods occur as amplitudes of rod vibrations increase with increasing wind velocity. It is possible to overcome the barrier of unstable limit-cycle in subcritical Hopf-bifurcation depending on the rate and magnitude of these collisions. Consequently, a transition from a small amplitude oscillation to a large amplitude limit-cycle, or one from a limit-cycle to a small oscillation, is generated. Thereupon, it is propagated on the two-dimensional lattice. In this manner, the two-dimensional structure of the propagated subcritical Hopf-bifurcations is proven to determine a kind of spatio-temporal pattern. Results from experiments and theoretical analyses agree well qualitatively.

Key Words: Nonlinear Wave, Complex System, Fluid-elastic Vibration, Collision, Hopf Bifurcation

一様直交流中の大規模弾性ロッド配列における全てのロッド先端の動きを非線形振動子として捉え、その分岐機構、および分岐の空間的伝播やヒステリシスなどが活列全体の時空パターン(大域的パターン)の生成に至るメカニズムを解明する。そのため、風洞内に格子状に密に配列された鉛直片持ち弾性ロッドの集団をモデル実験として用いて、大自由度の非線形振動子群における時空パターン形成について実験的研究を行ってきた。前回までの発表で、このようにロッド単独、ロッドのクラスタ、クラスタの波動運動といった階層的な時空パターン形成を実験的に観測することに成功したことを報告した。

今回は、実験結果を説明するプロト理論モデルを構築し、実験にて観察された波動現象などを、近接して配置された非線形振動子群の2次元配列における動的な分岐の連鎖反応として説明する。具体的には、300本鉄製ロッド配列と1000本ポリカーボネイト製(以下、PCと略)ロッド配列に関する実験結果とその考察である。

まず、300本鉄製ロッド配列の実験結果で、ロッド単独、ロッドのクラスタ、ロッドの波動という階層的時空パターン形成の事例を紹介する。さらに、直交流中の弾性ロッドにおける、パフエッティング運動⇄リミットサイクル運動の亜臨界ホップ分岐について、概念的な説明をする。個々の振動子は、平衡点近傍での小振幅のパフエッティング振動と大振幅のリミットサイクル振動との間を亜臨界ホップ分岐する。風速の上昇にともなってロッドの振動振幅が大きくなるに連れて隣接ロッド間の衝突を生み出し、この衝突の大きさと頻度によって、亜臨界ホップ分岐における不安定平衡点の障壁を乗り越えることが可能となり、小振幅の振動から大振幅のリミットサイクル振動への遷移、逆に大振幅のリミットサイクル振動から小振幅の振動への遷移を引き起こす。その結果、伝播の2次元

構造によって様々な時空パターンが形成されとの仮説を得た。そこで、力学系理論を中心とした理論解析から、具体的に亜臨界ホップ分岐を記述する。

その次に、300本鉄製ロッド配列の衝突頻度の実験結果を提示し、亜臨界ホップ分岐による全体パターンの創出を説明する。理論解析と実験結果から、パフエッティング運動⇄リミットサイクル運動の遷移の回数が指数関数的に増大していることが、ロッド同士の衝突頻度におけるべき法則として実験データにおいて観察されていることがわかる。つまり、局所的なロッド間の衝突頻度におけるべき法則の存在が、遷移発生の指数関数的増大による大域的時空パターンの創出という仮説の裏付けになっている。最後に、1000本PCロッド配列における波動運動の創出について紹介する。

総じて、風洞内に弾性ロッド群からなる格子配列を設置するという極めてシンプルな実験ではあったが、多種多様で複雑な現象を観測することができた。また、その一見複雑な現象の裏に隠された美しい動的構造をつまびらかにすることもできた。このような非線形振動子の大規模な2次元配列で亜臨界ホップ分岐の連鎖反応を実証するのは類例がない。パラメータの変化とともに要素間に新たな関係性が生じることで構造が階層的に自己組織化されるという、複雑系に共通の現象の存在を機械工学分野で確認することができた意義も大きい。

本研究の直接的応用としては、熱交換器のパイプ群の振動、パソコンの廃熱用のピンフィン型ヒートシンク、田畑の穂波の発生、柔毛の運動のバイオメカニクスなどにおけるカオスを含む非線形振動現象の解明およびその設計・制御が考えられる。また、今回のロッド群の風洞実験結果は、防風林の造成など土木工学、農業・林業への応用も期待できる。

1. 緒言

「自己組織化」は、ナノレベルの材料創成からマクロな人間集団の挙動まで、工学諸分野において新たなパラダイムとなるキーワードのひとつと考えられている。こうした分野を成長させていくには、基本となる非線形要素群の自己組織化原理の解明が重要となる。

著者らは、一様直交流中に格子状に密に配列された鉛直片持ち弾性ロッドの集団をモデル実験として用いて、大自由度の非線形振動子群における時空間パターン形成について実験的研究を行ってきた。前回までの報告で、ロッド単独、ロッドのクラスタ（束）、クラスタの波動運動といった階層的な時空間パターン形成を実験的に観測することに成功したことを報告した[1-3]。

本研究においては、機械工学分野だけでなく、理学・工学の世界で分野横断的に観察される、超多自由度非線形振動子系における自己組織化の原理的解明を通じて、ミクロレベルでの複雑で確率的な要素過程がいかんしてマクロレベルでの時間的・空間的秩序構造を創発させるに至るかを、中間段階のメゾスコピックな領域での基本メカニズムを通じて解明することを目指している。

空間的な広がりを持つ非線形力学系において、進行波解、局所停留解やソリトン解の存在は理論的にはよく知られているが、現実に現象を追って局所停留解やソリトン解の存在を実験的に確認できれば、様々な理学・工学分野における局所停留解やソリトン解の遍在性を主張する重要な成果となる。

2. 実験装置および条件

実験は、Fig. 1に示すとおり、垂直片持ち梁状のロッド群からなる長方形配列構造物を風洞内に設置して行った。風洞は25.6 cm x 25.6 cm 断面積の観測部を有する低乱流型である。風速は0-12.0 m/sの範囲で変化させた。ロッド直径に基づいてレイノルズ数に換算すると200-900の範囲である。実験に用いた鉄製ロッド（直径1.59 mm 長さ17.1 cm）は1次の固有周波数が26 Hz、一方ポリカーボネイト製（以下、PCと略）ロッド（直径3.18 mm 長さ20.0 cm）の場合は18 Hzである。小型の加速度計をロッドのいくつかに取り付け、時系列データを取得するとともに、ビデオ撮影でロッド配列全体の挙動も記録に収めた。

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

3. 実験結果

3・1 ロッド集団のクラスタ化

最初に、鉄製300本のロッド配列（10行30列、ギャップ比1.0）を用いた実験結果について述べる（口頭発表時にはVTRで紹介する）。ロッド配列全体の挙動を観測部上方から撮影したビデオデータの分析から、風速を上昇させるに従って、最初はロッド先端が個々自由に振動しているが、次の段階ではロッド分布密度においてクラスタが形成され、それらクラスタが不規則に動き回るが、最終

的には同位相なクラスタからなる鎖が発生して、まるで波動のように発生しては漂い消滅することを繰り返すことが判明した。例として、高風速領域（10.5 m/s 付近）におけるロッド分布密度の等高線図をFig. 2に示す。

Fig. 2 A Sequence of Contour Maps of Rod-Distribution Density (300 Steel-Rod Array, $\Delta t = 1/15$ s)

3・2 個々のロッドの振動振幅特性からの考察

各ロッドの応答は、直交流によってもたらされるものと他のロッドとの連成や干渉によってもたらされるものの混成である。実験的観察から、ロッドの流れ方向の振動振幅に関して、流速の関数として模式的に分岐図を示すと、Fig. 3となる。

実験流速範囲において、各ロッドの運動は、主に流れの乱れ成分に起因するバフティングによる平衡点近傍での小振幅の軌道と大振幅のリミットサイクル軌道の間でヒステリシス現象を示して遷移する亜臨界ホップ分岐で特徴付けられる。相空間上で、小振幅軌道と大振幅リミットサイクル軌道の間にはサドル型不安定リミットサイクルが存在し、その安定多様体が両者を隔てる壁（境界線）となっている（Fig. 3参照）。両者がオーバーラップして存在する流速範囲で、流速を徐々に上げていった際にロッドの振動振幅が、バフティングからリミットサイクルへとジャンプする流速を V_{up} 、一方、流速を徐々に下げていった際にリミットサイクルからバフティングへとドロップする流速を V_{down} とする。流速 V_{down} と V_{up} の間の領域がヒステリシス領域となる。したがって、バフティング振動していたロッドに、近傍ロッドとの衝突など、不安定リミットサイクルによる境界線を越えるだけの十分な大きさの振動が加わると、大振幅のリミットサイクルへと突然遷移する。逆に、リミットサイクル振動しているロッドに、近傍ロッドとの衝突など、不安定リミットサイクルによる境界線を越えるだけの十分な大きさの振動が加わると、小振幅のバフティング振動に突然遷移し、一瞬平衡点に落ち着いたかのように観察されることになる。

Fig. 3 Schematic bifurcation diagram of subcritical Hopf bifurcation for a fluid-elastic oscillator

風速の上昇に伴って、ロッドの振幅はバフェッティングによる励振によって徐々にではあるが大きくなる。そして臨界風速を超えると、1部のロッドが亜臨界ホップ分岐によって小振幅軌道から大振幅リミットサイクル軌道へと遷移し始める。すると、大振幅リミットサイクル運動をするロッドは、その振幅の大きさゆえに隣接するロッドとの間で衝突するケースが生じ始める。

ロッド同士の衝突によって、不安定平衡点による壁（境界線）を越えるのに十分な大きさの衝撃力が加わったとき、ロッドの運動の様相は小振幅軌道から大振幅リミットサイクル軌道へ（逆に、大振幅リミットサイクル軌道から小振幅軌道へ）と瞬時に入れ替わる（Fig.3の矢印参照）。このようにして、小振幅軌道→大振幅リミットサイクル軌道の遷移が2次元平面上で順次雪崩のように起きることによって、（ロッド配列を上方から観察したときの）ロッドの束の粗密が下流方向に進行していくことになり、結果として、大域的な空間パターンとして見ると波動のような運動が起きる、という理論的な予測が立つ。

4. 実験結果を再現する非線形モデルの構築

4・1 非線形モデルの導入

本節での非線形モデルを構築する目的は、流体弾性振動子系において亜臨界ホップ分岐を生み出す非線形性の定性的理解とする。そのため、膨大な自由度の系を扱うのではなく、まず、理論解析や数値計算で扱いやすい2自由度系を対象と仮定するが、膨大な自由度の系の理解にも将来的に役立つように設定したい。そのため、紙幅の都合で導出の詳細は省略するが、流れの中で振動している1本のロッド（x方向、y方向の2自由度）に作用する非線形な流体力を、3次の項までテイラー展開することによって得られる以下のような数理モデルを考える[4]。

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \mathbf{A}(V_r) \begin{pmatrix} x \\ y \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + f_1(V_r) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}C_{lift}\dot{x}^2 + C_{drag}\dot{x}\dot{y} + C_{lift}\dot{y}^2 \\ \frac{1}{2}C_{drag}\dot{x}^2 - C_{lift}\dot{x}\dot{y} + C_{drag}\dot{y}^2 \end{pmatrix}$$

$$+ f_2(V_r) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_{drag}\dot{x}^3 \\ \frac{1}{2}C_{lift}\dot{y}^3 \end{pmatrix} + f_3(V_r) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{5,0}\dot{x}^5 \\ d_{5,0}\dot{y}^5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、 V_r は換算風速、 $\mathbf{A}(V_r)$ は線形化方程式の支配行列であり、揚力係数 C_{lift} 、抗力係数 C_{drag} 、 $c_{5,0}$ 、 $d_{5,0}$ 、 $f_i(V_r)$ は未知の定数および関数である。

流体弾性振動子において、系の平衡点はモード連成フラッタによって安定性を失うことが知られている。つまり、 $\mathbf{A}(V_r)$ の1組の共役複素数根は虚軸を横切り、実部ゼロになる。中心多様体理論によれば、非線形方程式に対して、中心多様体と呼ばれる部分空間が存在して、実数部ゼロの固有ベクトルで張られる部分空間に平衡点で接している。中心多様体上のフローは、完全な元の系の平衡点近傍での定常状態の全ての本質的な挙動を含んでいる。特に、元の非線形方程式の平衡点の安定性は、中心多様体上のフローに限定すれば、その安定性と同じになることが重要である。今、この中心多様体が2次元ということになるので、中心多様体上のフローの分岐解析はかなり簡単になる。

4・2 中心多様体理論と標準形

中心多様体上のフロー方程式を求めてから、次数の増大する準恒等変換を用いて中心多様体上のフローを標準形へと低次元化する。本節では、前節で提案した数理モデルの分岐を解析し、実験で観察された現象を捉えられるように数理モデルに含まれる未知係数等を決定するために、中心多様体理論と標準形を適用する。

4・2・1 中心多様体理論

線形化された系では、中心多様体とは、すなわち実部ゼロの固有値に対応する固有ベクトルによって張られる部分空間のことである。これは、行列 $\mathbf{A}(V_{up})$ を固有値分解することで、容易に求めることができる。

$$\mathbf{A}(V_{up}) = \mathbf{B}\mathbf{D}\mathbf{B}^{-1} \quad (2)$$

ただし、固有ベクトル行列 $\mathbf{B}=[\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_1^*, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_2^*]$ 、 $\mathbf{D}$ は固有値 $i\omega_1, r \pm i\omega_2 (r < 0)$ からなる対角行列である。さらに複素固有値を実数化するための変換を $\mathbf{R}$ とすると、結局、式(1)は、

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{E}\mathbf{p} + (\mathbf{B}\mathbf{R})^{-1}\mathbf{N}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{B}\mathbf{R}\mathbf{p}}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_1 & 0 & 0 \\ -\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & \omega_2 \\ 0 & 0 & -\omega_2 & r \end{pmatrix} \quad (3)$$

と記述される。ただし、 $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ はベクトル表示した非線形関数であり、 $\mathbf{p}=[p_1, p_2, p_3, p_4]^T$ が新しい状態変数となる。

式(4.3)から、固有ベクトルで張られる部分空間上のフローは、

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \omega_1 p_2 \\ \dot{p}_2 = -\omega_1 p_1 \end{cases} \quad (4)$$

となる。完全な非線形方程式の中心多様体上のフローは従属変数 p_1, p_2 を含むだけなので、 p_3, p_4 それぞれを、未知係数 $H_{i,j,k}$ を含む p_1, p_2 のべき級数展開によって表すことができる。

$$p_i = \sum_{j,k=2}^{\infty} H_{i,j,k} p_1^j p_2^k, \quad i=3,4 \quad (5)$$

ただし、ここでは5次より高次の項は無視することとした。

式(5)の両辺を微分し、式(3)、(5)を用いて p_3, p_4 を除去すると、 p_1, p_2 のみを含む2つの方程式が得られる。これらの式から、

p_1 , p_2 に関する同じ次数のべきの項を一致させることで係数 $H_{i,j,k}$ をについて解くことができる。そして式(5)に係数 $H_{i,j,k}$ を代入すれば、中心多様体を記述する方程式を得る。

中心多様体上のフローの方程式を求めるためには、係数 $H_{i,j,k}$ は既知であるから、中心多様体を記述する級数展開式(5)を式(3)の p_1 , p_2 に代入すればよい。これらの式から p_3 , p_4 を取り除けば、非線形係数 C_{lift} , C_{drag} , $f(V_r)$ を有する p_1 , p_2 に関する連成した微分方程式として、中心多様体上のフローが得られる。紙幅の都合で、中心多様体やフローの式を具体的に書き下すことは省略する。

4・2・2 標準形 本研究では、準恒等変換の次数を上げることによって、中心多様体上のフローを標準形へと変形する。中心多様体上のフローは以下のように記述できる。

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (6)$$

ただし、 $\mathbf{q} = [p_1, p_2]^T$ である。

準恒等変換 $\mathbf{q} = \mathbf{u} + \mathbf{t}(\mathbf{u})$ を考える。ここで $\mathbf{u} = [u, v]^T$ である。式(6)に作用させると、

$$(\mathbf{I} + \mathbf{D}_t)\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{g}(\mathbf{u} + \mathbf{t}(\mathbf{u})) \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{D}_t$ は変換 $\mathbf{t}(\mathbf{u})$ のヤコビ行列 (2×2) である。式(4.7)は $\mathbf{u}$ について解くことができ、

$$\dot{\mathbf{u}} = (\mathbf{I} + \mathbf{D}_t)^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{u} + \mathbf{t}(\mathbf{u})) \quad (8)$$

この変換 $\mathbf{t}(\mathbf{u})$ は2次から5次まで次数を上手く増大させることができ、そして未知係数は近似的に解けて標準形を求めることができる。

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -\omega_1 v + A_1(u^2 + v^2)u - B_1(u^2 + v^2)v \\ & + A_2(u^2 + v^2)^2 u - B_2(u^2 + v^2)^2 v + H.O.T. \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} = & \omega_1 u + A_1(u^2 + v^2)v + B_1(u^2 + v^2)u \\ & + A_2(u^2 + v^2)^2 v + B_2(u^2 + v^2)^2 u + H.O.T. \end{aligned} \quad (9b)$$

ただし、 A_i , B_i は未知の非線形係数 C_{lift} , C_{drag} , $f(V_r)$ の関数である。式(9)は座標変換によって局座標表示で次式のように表せる。

$$\dot{r} = A_1 r^3 + A_2 r^5 + O(r^7) \quad (10a)$$

$$\dot{\theta} = \omega_1 + B_1 r^2 + B_2 r^4 + O(r^6) \quad (10b)$$

式(10)より、結局、臨界流速近傍のダイナミクスは係数 A_1 に支配され、 A_1 が負ならば超臨界ホップ分岐、正ならば亜臨界ホップ分岐ということになる。また係数 A_2 は初期条件に対する系のその後のダイナミクスを決定する。Fig. 3 の分岐図における安定なリミットサイクルの曲線をモデル化するには、 r の5次の項は正の復元力として働かなくてはならず、 A_2 は負となる。

計算の詳細は省くが、中心多様体上のフローは、 r の3次の項まで表示すると式(11)となる[4]。

$$\begin{aligned} \dot{r} = & (0.04C_{\text{lift}} - 0.1C_{\text{drag}} + 0.002C_{\text{lift}}C_{\text{drag}} \\ & + 0.001C_{\text{drag}}^2 + 0.0001C_{\text{lift}}^2)r^3 + O(r^5) \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\dot{\theta} = 48.9 + O(r^2) \quad (11b)$$

ただし、揚力係数 C_{lift} 、抗力係数 C_{drag} の値については実験から求めるしかない（現在実験にて測定中である）。

以上で、実験で観測された流体弾性振動子における亜臨界ホップ分岐の定性的理解を助ける数理モデルを導くことが出来た。求められた数理モデルが定量的に適切か否かは、実験での亜臨界ホップ分岐の形状を決める流速 V_{down} と V_{up} とそれらの理論予測値との一致度によって判定される。今後、数理モデルをより正確にするためには、数理モデルから導出されるリミットサイクルの振幅の大きさを実験データにフィットさせる、そして近隣ロッド同士の衝突頻度

(a)

(b) Magnification

Fig. 4 Acceleration at the front-center rod at 11.2 m/s wind speed

の理論値が次章で述べる実験データと一致するように C_{lift} , C_{drag} ほか流体力の連成に関する係数を調整することが考えられる。

5. 時空パターン形成におけるべき法則

5・1 加速度計測による時系列データ

ロッド配列中ある1つのロッドの根元から高さ1 cmに取り付けた小型の加速度計で測定した、実験中の加速度の時系列データをFig. 4に示した。加速度データは2種類の運動を示している。つまり、長い時間スケールでみた時のロッドの衝突に起因するバースト波形 (Fig. 4(a))、そして短い時間スケールでみた時のロッドの振動周波数 (Fig. 4(b)) である。

バースト状の信号波形はロッド同士の衝突によって発生するものとして、Fig. 5は、横軸に風速、縦軸に、24秒間の加速度時系列信号からピークカウンター・プログラムで自動カウントして求めたバースト波形の回数をプロットしたグラフの1例である。グラフ上で青色のバーと赤い丸印は、各風速において10回測定したデータに対するバースト回数の分布範囲と平均値をそれぞれ示している。3.5 m/s 付近の低風速領域においては、流弾性力がロッド群の運動を支配している。ビデオ記録によると、ロッド先端はこの風速領域では個々自由に運動している。7.0 m/s 付近の中風速領域においては、流弾性力だけでなくロッド間の衝突がロッド集団の挙動に影響を与え始めている。特に注目すべきは、振動するロッドの間に境界が現れ、それらロッド・グループが集団としての振舞いを見せ

Fig. 5 Number of bursts among rods as a function of wind speed

ることである。言い換えると、ロッド群にクラスタ化が起きているのである。しかし、ロッドのクラスタは明瞭な時間的パターンに従って動いているとは言いがたく、お互いに押し合いをしているだけの様相を呈している。10.5 m/s 付近の高風速領域においては、ロッドの挙動を決定する支配的な力は、流力弾性力からロッドの衝突に起因する衝撃力へと移行している。このことは、Fig. 5 に示したとおり、10.5 m/s におけるバースト現象の頻度が 7.0 m/s のときのその 10 倍になっている事実から理解できる。ロッド同士の衝突頻度の増加が、先に示した振動するロッド群の配列の時空パターンの変化を促進しているものと推測される[3]。

5・2 べき法則 (Power Law)

ロッド密度分布におけるクラスタの発生にスケール則が存在することを確認する。そして、そのスケール則はフラクタル次元で記述されることも予想される。

まず、バースト波形数と風速との間の基本的関係を以下のように記述する。

$$V^2 = cN^\alpha \quad (12)$$

ここで、 V は風速であり、 N はバースト波形数、 c は比例定数である。 V^2 はロッド配列に入力されるエネルギーに比例する。次に、式(12)の両辺の対数を取ることによって、 $\log N$ - $\log V$ プロットを得る。

$$Y = \text{const.} + (\alpha/2)X \quad (13)$$

図は省略するが、グラフの傾きからおおよそ $\alpha = 0.25$ であることが判明した。それゆえ、気流によってロッド配列に入力されるエネルギーとバースト波形数はフラクタル次元 0.25 のべき法則に従うことが言える。

6. 大域的時空パターンとしての波動構造の出現

最後に、PC 製 1000 本のロッド配列 (40 行 25 列、ギャップ比 1.5) を用いた実験結果について述べる (口頭発表時には VTR で紹介する)。

既に低風速領域においても、様々な波動構造が確認できた。たとえば、配列の各辺上を進行していく波の存在を確認することは容易である。ここで、これら波の空間波長に注意してほしい。というのは、これ以降、中速高速と風速に依存して波長が変化するからである。中風速領域においても、配列の各辺を進行していく波の存在を確認できる。加えて、配列の各辺以外にも、配列の内部領域を通過していく波動の存在が明瞭になってくる。高風速領域になっても、やはり配列の各辺を進行していく波の存在は確認できる。Fig. 6 にビデオ動画の連続フレーム画像を示す。波の空間波長に関しては、結局、風速が上昇すると、波の空間波長は長くなることが判明した。さらに、配列の内部領域を通過していく波動についても、その進行経路等は中風速の場合に比べてより複雑な様相を呈してきている。

このようにビデオ撮影されたロッド配列の動画データを分析することによって、いくつかの特徴的な運動に関する周波数の存在が明らかになった。たとえば、配列の全体挙動における対称モードと非対称モードの間の交替周波数であり、配列の各境界線上を進行していく波動に関連する周波数であり、配列の内部領域を通過していく波動に起因する周波数である。

7. 結言

最大 1000 本の弾性ロッドからなる非線形な振動子配列において、個々の振動子は、平衡点近傍での小振幅のパフェッティング振動と大振幅のリミットサイクル振動との間を亜臨界ホップ分岐する。そして、ロッドの振動振幅が大きくなるに連れて隣接ロッド間の衝突を生み、この衝突の大きさと頻度によって、亜臨界ホップ分岐における不安定リミットサイクルの障壁を乗り越えることが可能となり、その結果、大小の振幅のロッド振動の 2 次元空間伝播の構造によって、全体として様々な時空パターンが形成されるとの仮説を得ることができた。風速というパラメータの変化とともに要素 (ここではロッド) 間に新たな関係性が生じることで全体構造が階層的に自己組織化されるという、複雑系に共通の現象の存在を機械工学分野で確認することができた意義も大きい。

また、他分野への波及効果も高い。例えば、農業・林業分野では、強風による流体力を受ける樹木・農作物状構造物の複雑な挙動を予測できるモデルを求めることが期待されている。これらの系は未解明の動的挙動を示し風害として重大な影響を与えている。これらの振動パターンは植物の交配の成否や物理的被害を通じて世界中で年間数 10 億ドルの影響を与えており、その解明は理論的観点からだけでなく現実的観点からも重要である。現行の 1000 本 PC ロッド配列による風洞実験は、強風下での樹木・農作物のモデルとして実際の現象をよく再現しており、フィールドワークだけでは謎のままで未解決問題の解決に繋がることを期待できる。

さらに、自己組織によるパターン形成のメカニズムの解明と制御という観点からは、カーボン・ナノチューブを柔毛のように配置したマイクロ流路計、時空パターン形成をアクチュエータに利用したマイクロの搬送機構の開発、濡れを利用して面状に自己組織的なパッチをつくりそこに機能を持たせる物質を残していく方法の開発、外部刺激応答性の固定化ナノ分子機能材料[5]などナノスケールの分子の配列による新材料創製、などとも密接な関係がある。

なお、小振幅軌道を“OFF”、大振幅リミットサイクル軌道を“ON”とみなせば、亜臨界ホップ分岐は履歴を有する ON-OFF 切り替え

スイッチであり、ON-OFF 2 値表現による所望の大域的空間パターンを、局所的な外乱の印加による亜臨界ホップ分岐の連鎖反応を利用して、自己組織的に形成させる手法の具現化を工学応用として考えている。

したがって、将来課題としては、

(1) 個々のロッドの分岐構造から振動子配列全体の時空パターンの分岐に至る中間段階を支配するダイナミクスを解明する。

(2) ロッド配列の周辺を進行する波の波長の風速依存性の解明に向けて、固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition (POD)) 法の適用。

(3) ロッド分布密度におけるクラスタリング現象や波動状運動の生成メカニズムの解明に関して、ソリトン理論の適用可能性の探求。

(4) 数本～数 10 本のロッドの局所的な制御によって配列全体の大域的な時空パターンを制御する技術を開発する。

(5) 同ロッド本数同ギャップ比かつ異なるアスペクト比の配列を用いるなどして、ロッド配列両側の隙間流れがロッド群の時空パターンの再現性に与える影響の確認。

を予定している。

8. 参考文献

- [1] Moon, F. C., Kuroda, M., "Spatio-Temporal Dynamics in Large Arrays of Fluid-Elastic Toda-Type Oscillators," *Physics Letters A*, Vol. 287, Issues 5-6, pp. 379-384, 2001.
- [2] Kuroda, M., Moon, F. C., "Complexity and Self-Organization in Large Arrays of Elastic Rods in an Air Cross-Flow," *EXPERIMENTAL CHAOS: 6th Experimental Chaos Conference*, Vol. CP622, pp. 365-372, 2002.
- [3] Kuroda, M., Moon, F. C., "Local Complexity and Global Nonlinear Modes in Large Arrays of Fluid-Elastic Oscillators," *CD-ROMs of ASME IMECE 2002*, Vol. 3 (IMECE2002-32752), pp. 1-11, 2002.
- [4] Thothadri, M., Moon, F. C., "An Investigation of Nonlinear Models for a Cylinder Row in a Cross Flow," *ASME PVP*, Vol. 363, pp. 183-190, 1998.
- [5] ナノ領域で働く分子の開発を目指して — 界面ナノアーキテクトニクス R C 小山恵美子
<http://unit.aist.go.jp/narc/nanocosm7/circular0308.html# koyama0307>

Fig. 6 A sequence of VTR frames in the high wind speed regime ($\Delta T = 1/12$ s, top-view of the 1000 PC-rod array in an air cross-flow)