108 管下端をばね支持された弾性送水管の管内脈動流による空間運動

Non-planar Vibration of the Pipe due to the Pulsating Flow with a Spring Supported End

正 ○ 山下 清隆 (山形大)
阿形 淳 (慶大院)

正 吉沢 正紹 (慶大)
網代 淳治 (慶大院)

Kiyotaka YAMASHITA, Yamagata University, 4-3-16, Jonan, Yonezawa, Yamagata 992-8510

Masatsugu YOSHIKAWA, Keio University, 3-14-1, Hiyoshi, Kouhoku-ku, Yokohama 223-8522

Jun AGATA, Keio University

Junji AJIRO, Keio University

Spatial behavior of the pipe conveying fluid is examined theoretically and experimentally under the condition that the rotational symmetry is broken by the asymmetric spring supported end. When the flow velocity is over its critical value and has the small pulsating component, the interaction of the self-excited vibration and parametric excitation are occurred. Four first-order ordinary differential equations, which govern the amplitudes and phases of the pipe vibration, are derived from the nonlinear nonself-adjoint partial differential equations by the liapunov-schmidt reduction. The planar motion, the beating and chaotic motions of the pipe vibration exist depending on the value of the pulsating frequency and the perturbed parameter of the spring coefficient. Furthermore the experiments were conducted with the silicon rubber pipe conveying water. The spatial displacement of the pipe was measured by the image processing system which was based on the images from two CCD cameras. The typical feature of the pipe vibration, which has been predicted in the theory, was confirmed qualitatively.

Key Words : Vibration of Continuous System, Asymmetric Spring Support, Self-Excited Vibration, Parametric Excitation, Nonlinear Vibration

弾性送水管の管内定常流速あるいは管内脈動流による自励的横振動および係数励振現象について、いくつかの研究例が報告されている。その中には不安定現象発生後の管の挙動について、自励的横振動および係数励振現象の双方の影響を考慮した報告がある。しかしながらこれらの研究は、管の運動を平面内に拘束した場合であり、管の空間的挙動については議論がなされていない。

その中で、著者らは一連の研究で管下端ばね支持のわずかな非対称性により、管の横振動がうなりを伴う空間運動や空間楕円運動として現れることを指摘してきた。

そこで本研究では、鉛直に吊り下げられ、管上端を固定支持された弾性送水管の横振動を対象とし、管内平均流速が管の自励的横振動が発生する臨界値を僅かに越え、なおかつ脈動成分を有する場合を取り上げる。そして管下端ばね支持の僅かな非対称性が管の空間的挙動に与える影響を議論する。

次章以降では最初に、非自己随伴形偏微分方程式で記述される管横変位の支配方程式から求めた管の複素振幅方程式を用いて、管の空間運動に与えるばね支持の非対称性の影響を理論的に調べる。

次に前報と同様な計測系により、測定される水平面内二方向での管横変位の時刻歴とこれに対応する理論解析結果との比較・検討を行なう。

本研究の主な結論は以下の通りである。

(1) 管下端のばね支持が対称な場合、管の運動は、初期条件に依存して決定される平面内の定常横振動あるいはうなりを伴う横振動として現れる。管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍である時、管の横振動は係数励振現象に引き込まれる。

(2) 管下端のばね支持が非対称な場合、管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍から僅かに離れた範囲において、カオス運動を含む振動振幅のうなりを伴う空間運動が存在することを明らかにした。

またシリコンチューブを用いた実験を行なうことにより以下のことが確認された。

(3) 理論解析で予測されたように、管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍において定常な横振動を確認した。またその近傍において、理論解析結果と定性的に一致する空間運動を確認した。

1 はじめに

弾性送水管の管内定常流速あるいは管内脈動流による自励的横振動および係数励振現象について、いくつかの研究例が報告されている [1, 2]。その中には不安定現象発生後の管の挙動について、自励的横振動および係数励振現象の双方の影響を考慮した報告がある [3, 4]。しかしながらこれらは、管の運動を平面内に拘束した場合であり、管の空間的挙動については議論がなされていない。

その中で、著者らは管下端ばね支持のわずかな非対称性により、管の横振動がうなりを伴う空間運動や空間橢円運動として現れることを指摘してきた [5, 6]。

そこで本研究では、鉛直に吊り下げられ、管上端を固定支持された弾性送水管の横振動を対象とし、管内平均流速が管の自励的横振動が発生する臨界値を僅かに越え、なおかつ脈動成分を有する場合を取り上げる。そして管下端ばね支持の僅かな非対称性が管の空間的挙動に与える影響を議論する。

次章以降では最初に、非自己随伴形偏微分方程式で記述される管横変位の支配方程式から求めた管の複素振幅方程式を用いて、管の空間運動に与えるばね支持の非対称性の影響を理論的に調べる。

次に前報 [5, 6] と同様な計測系により、測定される水平面内二方向での管横変位の時刻歴とこれに対応する理論解析結果との比較・検討を行なう。

2 解析モデルと運動方程式

2.1 解析モデル

前報 [5, 6] と同様な図 1 に示される、上端を固定され、 $X-Y-Z$ 空間で運動する弾性送水管を考える。付加質量 M が取り付けられた管の下端 ($s = l$) は、管軸に対して対称に配置されたばねで三点支持され、三本のばねの自然長はすべて L 、そのばね定数は、それぞれ、 $k_1 = k + \Delta k$, $k_2 = k_3 = k$ である。

2.2 弾性送水管の運動方程式と境界条件

管の流路断面積 S は一定で、管全長 l は管径に比べて十分長く、管下端から密度 ρ の非圧縮性流体が放出されている。管内の流れは管軸 s に沿った一次元定常流れとみなし、管に相対的な流速 v_f は脈動成分を有し以下のようにあらわされる。

$$v_f = v_s + \Delta v = v_s(1 + \epsilon \cos Nt) \quad (1)$$

単位長さ当りの質量 m の弾性送水管を、長さの変化しない曲げ剛性 EI の弾性はりとみなし、管は中心軸に関してねじれないと仮定する。前報 [5] と同様に管の運動を支配する方程式および境界条件について、横変位 v, w の三乗までを考慮した。以降、簡単のため無次元量をあらわす記号 $*$ は省略する。添え字 1 が付加されている記号は、管下端 ($s = 1$) での値を意味する。また $(\cdot), (\cdot)'$ はそれぞれ時間 t , 空間 s についての微分を意味する。

Fig. 1: Analytical model

$v_v = {}^t(v \partial v / \partial t), v_w = {}^t(w \partial w / \partial t)$ とおくと、 v_j の支配方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} = L v_j + N_j \quad (2)$$

式 (2) 以降、添え字 j は、 $j = v, w$ を意味する。また $L_{21} = -(\cdot)'''' + \gamma[(\alpha + 1 - s)(\cdot)']' - V^2(\cdot)'' - (1 - s)\sqrt{\beta} \dot{V} v''$ および $L_{22} = -2\sqrt{\beta} V(\cdot)' - \delta(\cdot)'''' - c(\cdot)$ として

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}, \quad N_j = \begin{pmatrix} 0 \\ n_j \end{pmatrix} \quad (3)$$

である。境界条件は

$$s = 0 : B_1 v_j = 0, s = 1 : B_2 \dot{v}_j = B_3 v_j - N_b \quad (4)$$

である。ただし $L_b = (\cdot)'''' - \alpha \gamma(\cdot)' - 3\kappa/2$ として

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (\cdot)' & 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}, N_b = \begin{pmatrix} 0 \\ b_j \end{pmatrix} \\ B_3 = \begin{pmatrix} (\cdot)'' & \delta(\cdot)'' \\ L_b - \kappa \epsilon_\kappa \delta_{jv} & \delta(\cdot)'''' - c(\cdot) \end{pmatrix} \quad (5)$$

である。 δ_{jv} は、ディラックのデルタ記号で、 $\delta_{vv} = 1$ および $\delta_{vw} = 0$ を意味する。 n_j, b_j は横変位 v, w の三乗で記述される非線形項である。

未知数 v, w は、独立変数 s, t と 11 個の無次元パラメータ、つまり管に相対的な管軸方向の無次元管内流速 $V = v_f / \sqrt{EI / (\rho S l^2)}$ 、管および管内流体の全質量に対する付加質量の比 $\alpha = M / (m + \rho S) l$ 、管内流体の無次元質量 $\beta = \rho S / (m + \rho S)$ 、重力と弾性力の比 $\gamma = (m + \rho S) g l^3 / EI$ 、無次元外部減衰係数 $c = C l^2 / \sqrt{EI(m + \rho S)}$ 、管の無次元内部減衰係数 $\delta = E^* / [l^2 E \sqrt{EI(m + \rho S)}]$ 、管下端を弾性支持するばねの無次元ばね定数 $\kappa = k l^3 / EI$ 、管下端のばね支持の非対称性 $\epsilon_\kappa = \Delta k / k$ 、管全長に対する管下端の支持ばねの長さ $l_1 = L / l$ 、管内流速の脈動成分の大きさ $\epsilon = |\Delta v| / v_s$ および脈動流成分の振動数 $\nu = N \sqrt{(m + \rho S) l^4 / EI}$ 、であらわされる。また便宜的に無次元平均流速を V_s と表記する。

3 管の自由振動に与える定常流速の影響

管横変位の自明な平衡状態の安定性に与える定常流速 V_s の影響を調べる。つまり $\mathbf{q}_j$ を $\mathbf{q}_j(s) = {}^t(\Phi_{1j}(s) \quad \Phi_{2j}(s))$ としたのち、 $v_j = \mathbf{q}_j e^{\lambda_j t}$ とし、式(2),(4)に代入して固有値問題に帰着させた。非自明な固有関数ベクトル $\mathbf{q}_j$ が存在する条件から、複素固有値 $\lambda_j = i(\omega_{jr} + i\omega_{ji})$ を求めた。ここで ω_{jr} および ω_{ji} は、各固有振動モードにおける固有振動数、減衰係数に対応する。前報[2, 5]と同様に、管内平均流速の増加により管の横振動の二次モード成分が不安定化する場合を取り上げる。二次の固有振動モードを単に二次モードと呼ぶことにし、 ω_{jr} と ω_{ji} は二次モードに関するものとする。

なお次章以降計算に用いる式(2),(4)に含まれる無次元パラメータの値が $V_s = 5.95, \alpha = 0.21, \beta = 0.24, \gamma = 20.6, c = 0.051, \delta = 0.001, \kappa = 5.0$ および $\epsilon_\kappa = 0.24$ の場合、 $\omega_{vr} = 16.12, \omega_{wr} = 16.05, \omega_{vi} = -0.06$ および $\omega_{wi} = -0.14$ であった。 $\epsilon_\kappa = 0.0$ の場合、 λ_v は λ_w と一致する。なお計算に用いた無次元パラメータの値は、第5章の実験値に対応している。

4 管の不安定現象に与える管下端のばね支持の影響

本節では、管内脈動流成分の振動数 ν は、二次モードの固有振動数 ω_r の2倍近傍、つまり管の横振動の二次モードが係数励振(主共振)される場合を想定して、離調パラメータ σ を用いて

$$\nu = 2\omega_{wr}(1 + \epsilon\sigma) \quad (6)$$

と表わす。ここで、 ϵ は1に比べて十分小さな量である。

本研究の対象としている管の横振動は、 $|\omega_{wi}|$ が ω_{wr} に比べて十分小さく、 $\epsilon \ll 1$ であることより、二次の固有振動数成分のみを議論する。

4.1 振幅方程式の誘導

本節では、空間運動を含む管の横振動の複素振幅方程式を、励振される二次モードの成分について導出する。弾性送水管の運動方程式(2)と境界条件(4)は、非自己随伴形偏微分方程式系となっているため、固有関数がお互いに直交していない。そのため前報[2, 5]と同様に、随伴関数を用いたリャプノフ・シュミットの方法により、複素振幅方程式を誘導した。

まず管横変位の振幅方程式を求める際に用いる二次の固有関数ベクトル $\mathbf{q}_j$ の随伴関数ベクトル $\mathbf{q}_j^*$ を、前報と同様[5]に、条件式 $(\mathbf{L}\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_j^*) = (\mathbf{q}_j, \mathbf{L}^*\mathbf{q}_j^*)$ より求めた。

v_j を二次モードの張る固有空間とその補空間との成分に分けて考え、以下のように記述する。

$$v_v = A(t)\mathbf{q}_v(s) + \mathbf{y}_v + c.c.$$

$$v_w = B(t)\mathbf{q}_w(s) + \mathbf{y}_w + c.c. \quad (7)$$

ここで $A(t)$ と $B(t)$ はそれぞれ管横変位 v と w の複素振幅であり、 $\mathbf{y}_j$ は二次モードの補空間の要素である。また $c.c.$ は、右辺第一項および第二項の共役複素数をあらわしている。

前報[5]と同様に式(2)に射影子 $\mathbf{P}_j$ を作用させ、二次モードの張る固有空間に射影した。なお射影子 $\mathbf{P}_j$ は $\mathbf{P}_j\mathbf{x} = \langle \mathbf{x}, \mathbf{q}_j^* \rangle \mathbf{q}_j$ で与えられる。

以上より次の複素振幅方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{A} = & \lambda_v A + \xi_1(A^2 + B^2 + 2|A|^2 + 2|B|^2) \\ & + (\xi_2 A^2 + \xi_3 B^2 + \xi_4 |A|^2 + \xi_5 |B|^2)A + \xi_6 B^2 \bar{A} \\ & + \epsilon \xi_7 \bar{A} e^{i\nu t} + \epsilon \xi_7 A e^{i\nu t} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{B} = & \lambda_w B + 2\xi_1(AB + \bar{A}B + A\bar{B}) \\ & + (\xi_2 B^2 + \xi_3 A^2 + \xi_4 |B|^2 + \xi_5 |A|^2)B + \xi_6 A^2 \bar{B} \\ & + \epsilon \xi_7 \bar{B} e^{i\nu t} + \epsilon \xi_7 B e^{i\nu t} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで右辺各項の係数 $\xi_j = \xi_{jr} + i\xi_{ji}$ ($j = 1, 2, \dots, 6$) は、2.2節で定義された無次元パラメータ $V_s, \alpha, \beta, \gamma, c, \delta, \kappa, l_1$ によって決まる複素定数であり、 $\xi_4 = \xi_5 + \xi_6$ の関係がある。 ξ_7 が係数となっている項は、管内脈動流に起因する励振項に由来する。

複素振幅 A, B を $Ce^{i\nu t/2}, De^{i\nu t/2}$ としたのち、式(8)および式(9)に代入して実部、虚部に分離した。そして時間と共に解が緩やかに変化する様子を調べるため、 $4\pi/\nu$ で平均化を行なった。その結果、式(8)および式(9)において、以下の振幅 a, b と位相 ϕ および ψ の方程式が誘導された。ここで $C = ae^{i\phi}/2$, $D = be^{i\psi}$ の関係がある。

$$\begin{aligned} \dot{a} = & (-\omega_{vi} + \frac{1}{4}\xi_{4r}a^2 + \frac{1}{4}\xi_{5r}b^2 \\ & + \epsilon\xi_{7r}\cos 2\phi + \epsilon\xi_{7i}\sin 2\phi)a \\ & + \frac{b^2}{4}[\xi_{6r}\cos 2(\psi - \phi) - \xi_{6i}\sin 2(\psi - \phi)]a \\ \dot{a}\phi = & (-\omega_{vr}\epsilon\sigma + \frac{1}{4}\xi_{4i}a^2 + \frac{1}{4}\xi_{5i}b^2 \\ & + \epsilon\xi_{7i}\cos 2\phi - \epsilon\xi_{7r}\sin 2\phi)a \\ & + \frac{b^2}{4}[\xi_{6r}\sin 2(\psi - \phi) + \xi_{6i}\cos 2(\psi - \phi)]a \\ \dot{b} = & (-\omega_{wi} + \frac{1}{4}\xi_{4r}b^2 + \frac{1}{4}\xi_{5r}a^2 \\ & + \epsilon\xi_{7r}\cos 2\psi + \epsilon\xi_{7i}\sin 2\psi)b \\ & + \frac{a^2}{4}[\xi_{6r}\cos 2(\phi - \psi) - \xi_{6i}\sin 2(\phi - \psi)]b \\ b\dot{\psi} = & (-\omega_{wr}\epsilon\sigma + \frac{1}{4}\xi_{4i}b^2 + \frac{1}{4}\xi_{5i}a^2 \\ & + \epsilon\xi_{7i}\cos 2\psi - \epsilon\xi_{7r}\sin 2\psi)b \\ & + \frac{a^2}{4}[\xi_{6r}\sin 2(\phi - \psi) + \xi_{6i}\cos 2(\phi - \psi)]b \end{aligned} \quad (10)$$

弾性送水管の横変位 v, w は、 a, b, ϕ, ψ を用いて以下のようになる。

$$v = a\sqrt{\Phi_{vr}^2 + \Phi_{vi}^2} \cos\left[\frac{\nu}{2}t + \phi + \theta_v(s)\right]$$

Fig. 2: Frequency Response Curves($\epsilon = 0.09, \epsilon_\kappa = 0$)

$$w = b\sqrt{\Phi_{wr}^2 + \Phi_{wi}^2} \cos\left[\frac{\nu}{2}t + \psi + \theta_w(s)\right] \quad (11)$$

ここで $\Phi_{j1}(s) = \Phi_{jr} + i\Phi_{ji}$, $\theta_j(s) = \tan^{-1}(\Phi_{ji}/\Phi_{jr})$ である。

4.2 数値計算例

4.2.1 管下端のばね支持が対称な場合

式 (10) の時間変動項をゼロとして管の横振動の定常振幅 a_s, b_s , 位相差 ϕ_s, ψ_s およびその安定性を求めた。

$a_s = b_s$ として求めた管の横振動の周波数応答は図 2 のようになる。同図において、実線および破線は、それぞれ安定および不安定な解を意味する。また図中の一点鎖線は管内流速に脈動成分が存在しない場合 ($\epsilon = 0$) に発生する管の自励振動の振動振幅 $a_s = b_s = \sqrt{2\omega_{wr}/\xi_{4r}}$ を意味する。 $\epsilon\sigma \sim 0.0$ すなわち管内脈動流の振動数 ν が二次の固有振動数 ω_{wr} の二倍近傍において、定常な横振動が発生している。この定常横振動は、初期条件に依存して決定される面内運動である。その際の管の振動数は、 $\nu/2$ であり管の自励的横振動は管の横変位の係数励振現象に引き込まれている。

図 2 で安定な定常解が存在しない範囲において、管の横振動はうなりを伴うある平面内において発生し、その平面は初期条件に依存して決定される。また ν が $2\omega_r$ の近傍より遠ざかると、振動振幅のうなりは小さくなり、図 2 の一点鎖線で示す自励振動の振動振幅に近づいた。

ばね支持が対称な場合、管はある平面内で運動し空間運動は発生しなかった。また管内脈動流に起因した係数励振現象に引き込まれたり、うなりを伴う運動をする事は、管の運動を平面内に拘束して議論した Bajaj, A.K. や Semler, C. らの結果 [3, 4] と定性的に同様であった。

4.2.2 管下端のばね支持が非対称な場合

本節では、管下端のばね支持が非対称な場合 ($\epsilon_\kappa = 0.024$) について、管の空間的挙動について調べる。

(a) 振幅方程式の定常解 図 3 に $\epsilon_\kappa = 0.024$ の場合について、 a_s, b_s, ψ_s の周波数応答を示す。図 3(a) に示した

実線は、線の重なりを防ぐため鉛直方向に平行移動させてあるが、いずれも $a_s = 0$ を意味する。 $\epsilon\sigma \sim 0$ において、管の自励的横振動は係数励振現象に引き込まれ安定な定常解が発生している。なおその際、管は下端支持剛性の小さい $X-Z$ 面内で運動する。

(b) 振幅方程式の非定常解 図 3 において、安定な定常解が存在しない領域での管の挙動を調べるため式 (10) を数値積分した。図 4 に、そのうちの典型的なパターンとして $\epsilon\sigma = 0.025, 0.03, 0.032, 0.04$ の場合について、 b の時刻歴および $q_1 = b \cos \psi, q_2 = b \sin \psi$ で与えられる $q_1 - q_2$ 平面での軌跡を示す。同図 (a)~(d) より、 b は一定値に収束せず管の横振動の二次の固有周期 $2\pi/\omega_{wr}$ に比べ時間的に緩やかに変動している。同図 (a), (c) および (d) の $q_1 - q_2$ 平面で示した軌跡は、閉曲線を描いており、同時に示した時刻歴より b は周期的に変動している。一方、同図 (b) では軌跡は限られた領域内に雲状に分布するカオス振動の特徴を示している。

図 5 に $\epsilon\sigma = 0.025, 0.03, 0.032, 0.04$ の場合について、 v, w の時刻歴およびその周波数分析結果を示す。同図 (a), (c) の周波数分析の結果では主要な振動数成分は等間隔に並び、その周波数の中間に小さな成分が櫛状に派生している。同図 (b) では、周波数は管の二次の固有振動数付近で、ある程度の幅を持って存在している。また時刻歴にも周期性は認められない。同図 (d) では、管の横振動は下端支持剛性の小さな $X-Z$ 面内で発生する。下端ばね支持が対称な場合と同様に、 ν が $2\omega_r$ から離れるにつれて、 $X-Z$ 面内の横振動のうなりは小さくなる。

図 6 に、図 5 の各時刻歴に対応する $Y-Z$ 面内での管の挙動を示す。同図 (a), (b), (c) より $\epsilon\sigma$ が安定な定常解が存在する境を僅かに超えた場合には、管は空間的に複雑な挙動を示すことが分かる。

5 実験

前報 [5] と同様に内径 7(mm), 外径 12(mm), 全長 518(mm) および単位長さ当たりの質量 1.2(g/cm) のシリコンチューブを用いて実験を行なった。管内を流れる流体には水を用い、管下端を弾性支持するばねには直径 0.5(mm) のピアノ線を加工したコイルばねを用いた。

実験に用いた管の曲げ剛性は $EI = 1.0 \times 10^{-2} (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ であり、管下端のばね定数は $k = 0.36 (\text{N/m})$, 付加質量は $M = 18.0 (\text{g})$ である。これらの実験値は、4.2 節で用いた無次元パラメータの値に対応している。

前報 [5] と同様の測定処理系を用い、管上端から 390(mm) の位置で水平面内の横変位 v および w を測定した。電磁流量計により管内流速 v_f を測定した。また ν を増加させた場合と減少させた場合において、現象の定性的な違いは認められなかった。なおこれ以降に示す ϵ_κ の実測値小数点 2 桁目の添字は参考値として示した。

図 7, 8 に、 $\epsilon_\kappa = 0.24$ で ν が 3.9, 4.3(Hz) の場合に観察された、平面運動、空間運動を v, w および $v_f - v_s$ の時刻歴と管横変位のリサージュで示す。

図7より管は、管内脈動流の振動数の1/2倍成分が主要な定常横振動をする。同図より、 ν が二次の固有振動数の近傍において平面運動が観察され下端支持剛性の小さい $X-Z$ 面内が支配的な平面運動をする。

そして ν を増加させた場合、図8に示すように、うなりを伴う空間運動が観察された。このうなりを伴う空間運動は、図5(b)に示したものと同様に周期性が見受けられなかった。またその主要な振動数成分は、二次の固有振動数近傍に幅を持って存在しており、理論解析の図5と同様である。

6 おわりに

本研究では管上端を固定され、管下端の付加質量をばね支持された弾性送水管の空間的挙動を調べた。まず最初に管内流速に脈動成分が存在する場合に、空間運動を含む管の自励的横振動に与える影響を理論的に調べた。その後、下端ばね支持の非対称性の影響を調べた。その結果、以下の結論を得た。

(1) 管下端のばね支持が対称な場合、管の運動は、初期条件に依存して決定される平面内の定常横振動あるいはうなりを伴う横振動として現れる。管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍である時、管の横振動は係数励振現象に引き込まれる。

(2) 管下端のばね支持が非対称な場合、管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍から僅かに離れた範囲において、カオス運動を含む振動振幅のうなりを伴う空間運動が存在することを明らかにした。

次にシリコンチューブを用いた実験を行なうことにより以下のことが確認された。

(3) 理論解析で予測されたように、管内脈動流成分の振動数が管の固有振動数の二倍近傍において定常な横振動を確認した。またその近傍において、理論解析結果と定性的に一致する空間運動を確認した。

参考文献

- [1] Gregory, R.W. and Paidoussis, M.P., Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid I. Theory, *Proceedings of the Royal Society(London)*, **293**-1435, (1966), 512-527.
- [2] 山下 清隆・田中 慎太郎・北代 剛一・吉沢 正紹, 管内脈動流による弾性送水管の非線形横振動 (管下端を弾性支持した場合), 機論, **69**-677, C(2003), 1-9.
- [3] Bajaj, A.K., Nonlinear dynamics of tubes conveying a pulsatile flow, *Dynamics and Stability of systems*, 2-1, (1987), 19-41.
- [4] Semler, C. and Paidoussis, M.P., Nonlinear Analysis of the Parametric Resonance of a Planar Fluid-Conveying Cantilevered Pipe, *Journal of Fluids and Structures*, 10-7, (1996), 787-825.
- [5] 山下 清隆・阿形 淳・元木 新・吉沢 正紹, 内部流による弾性送水管の空間運動 (管下端のばね支持が非対称な場合), 機論, **69**-688, C(2003), 3141-3148.
- [6] 山下 清隆・阿形 淳・元木 新・吉沢 正紹, 管下端をばね支持された弾性送水管のうなりを伴う空間運動, 機論, **70**-694, C(2004), 1573-1580.

Fig. 3: Frequency Response Curves($\epsilon = 0.09, \epsilon_\kappa = 0.024$)

Fig. 4: Time histories of b and their trajectories in the $q_1 - q_2$ plane($\epsilon_\kappa = 0.024$)

(a) $\epsilon\sigma=0.025$

(b) $\epsilon\sigma=0.030$

(c) $\epsilon\sigma=0.032$

(d) $\epsilon\sigma=0.040$

Fig. 5: Time histories of v and w ($\epsilon_\kappa = 0.024$)

Fig. 6: Pipe motion in the $Y - Z$ plane ($\epsilon_\kappa = 0.024$)

Fig. 7: Time histories of v, w and Δv ($\nu = 3.9\text{Hz}$)

Fig. 8: Time histories of v and w ($\nu = 4.3\text{Hz}$)