333 多孔質材でフローティングされた二重壁間の波動伝達の 2DFEM 解析

FEA of Wave Transmission between Double Walls Floated by Porous Material

正 山口 誉夫 (群馬大学)
正 黒沢 良夫 (富士重工)

○ 五十嵐 雄太 (群馬大学)
正 松村 修二 (富士重工)

Takao YAMAGUCHI, Yuuta IGARASHI, Yoshio KUROSAWA and Shuji MATSUMURA

This report describes numerical analysis of vibration transmission properties for mixed structures including elastic material and viscoelastic material, porous material using FEM proposed by the authors. Couplings of damping between different materials can be taken into consideration using the proposed FEM. Vibration transmission properties are analyzed for porous material sandwiched between double walls (steel beam and plastic sheet). Especially, dissipated energy between the double walls are evaluated by varying thickness and length of the porous materials.

key words : Damping, Porous Media, Automobile, Finite Element Method, Computer Aided Engineering

A1. 緒言

本報告では弾性体と粘弾性体、多孔体、空気からなる混合構造の振動伝達特性を著者らが提案した減衰の連成を考慮する二次元有限要素で数値解析した。多孔体を樹脂シートとビームでサンドイッチした、いわゆる吸音二重壁において、多孔体の厚さおよび長さ変化に対する振動伝達特性の散逸エネルギーを分析した。ビームを点加振した時の樹脂シートの平均振動加速度レベルと歪みエネルギー分担率を用いて二重壁間の振動伝達特性の評価を行った。

A2. 解析手法

弾性体と粘弾性体、多孔体が混在する場の振動連成問題の減衰特性を数値解析する。任意の境界条件、任意の形態で混合した問題を扱うため、それぞれを有限要素で表現し、減衰を含めた動連成を考慮して重ね合わせる。

A2.1 多孔体内部空気に関する音場の離散化

多孔体内部の音場は、粒子変位について離散化する。

$$([K]_{fe} - \omega^2 [M]_{fe}) \{u_{fe}\} = \{f_{fe}\} \quad \dots\dots (A1)$$

多孔体内部の音場を表すために、以下のようなモデルを用いる⁽¹⁾。

$$\rho_e \Rightarrow \rho_e^* = \rho_{eR} + j\rho_{eI} \quad \dots\dots (A2)$$

$$E_e \Rightarrow E_e^* = E_{eR} + jE_{eI} \quad \dots\dots (A3)$$

多孔体内部を表す要素では、 $[K]_{fe}$ と $[M]_{fe}$ がともに複素数で表現される。

A2.2 固体に関する振動場の離散化

固体の振動場については、通常の線形有限要素で離散化する。これを考慮し対象とする場の全要素を重ね合わせ、全系方程式を得る。

A2.3 全系の離散化方程式

境界条件を考慮し、対象とする場の全要素を重ね合わせると、全系の離散化方程式を得る。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - \omega^2 ([M_R]_e (1 + j\chi_e))) \{u_e\} = \{f\} \quad \dots\dots (A4)$$

A2.4 モード減衰の近似計算法

式(A4)の複素固有値問題は、次式となる。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - (\omega^{(n)})^2 (1 + j\eta_{tot}^{(n)}) \times [M_R]_e (1 + j\chi_e)) \{\phi^{(n)*}\} = \{0\} \quad \dots\dots (A5)$$

材料減衰 χ_e 、 η_e 、($e=1,2,3,\dots,e_{\max}$) に関して全要素の中で最大のものを $\eta_{\max}$ とする。また、以下の量を定義し導入する。

$$\beta_{se} = \eta_e / \eta_{\max}, \quad \beta_{se} \leq 1, \quad \beta_{ke} = \chi_e / \eta_{\max}, \quad \beta_{ke} \leq 1$$

ここで $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し、微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し、式(A5)の解を漸近展開し、得られた式を式(A5)に代入し、 μ^0 と μ^1 のオーダーまでをまとめると、モード減衰を近似計算をする式を得る。

$$\eta_{tot}^{(n)} = \eta_{se}^{(n)} - \eta_{ke}^{(n)} \quad \dots\dots (A6)$$

$$\eta_{se}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\eta_e S_{se}^{(n)}), \quad \eta_{ke}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\chi_e S_{ke}^{(n)})$$

A3 結果

- (1) 吸音二重壁において、高周波数域でビームと樹脂シートの連成が空気ばねのフローティングにより小さくなる現象を数値解析で再現できた。
- (2) 混合構造の長さおよび多孔体の厚さを変化させると、弾性体、粘弾性体、多孔体、空気の連成の度合いが変化し、減衰も変化する。
- (3) 多孔体がばねの役割を有する共振が現れる周波数領域では応答が増幅される。その共振に対応するモードでは多孔体の歪みエネルギー分担率が高く、これにより多孔体がビームと樹脂シートの間をばねとして作用していることが判別できる。その共振よりも低い周波数領域では、ビームと樹脂シートの連成が強くほぼ一体として動く。一方、その共振よりも周波数が高くなるにつれて、ビームと樹脂シートの連成が小さくなり、振動伝達が小さくなる。また多孔体が厚くなると、ばねとして作用する共振の周波数は下がり、振動絶縁領域は広がる。この共振の周波数は混合構造の長さの影響は小さい。

1. 緒 言

本報告では弾性体と粘弾性体、多孔体、空気からなる混合構造の振動伝達特性を著者らが提案した減衰の連成を考慮する二次元有限要素で数値解析した。多孔体を樹脂シートとビームでサンドイッチした、いわゆる吸音二重壁において、多孔体の厚さおよび長さ変化に対する振動伝達特性の散逸エネルギーを分析した。ビームを点加振した時の樹脂シートの平均振動加速度レベルと歪みエネルギー分担率を用いて二重壁間の振動伝達特性の評価を行った。

2. 解析方法

2.1 多孔体内部空気に関する音場の離散化

多孔体内部の空気に関する二次元音場を有限要素で離散化する。周期的に加振される非粘性圧縮性完全流体の運動方程式は、微小振幅の条件のもとでは次式で表すことができる。

$$\text{grad } s = -\rho \omega^2 \{u_f\} \quad \dots\dots(1)$$

連続の式は次のようになる。

$$s = E \text{div}\{u_f\} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 $\{u_f\}$ は粒子変位である。 s は圧力 p と $s = -p$ なる関係を有する。 E と ρ はそれぞれ体積弾性率と実効密度である。また、 ω は角周波数である。

要素内の粒子変位 $\{u_f\}$ と節点の粒子変位 $\{u_{fe}\}$ との関係を内挿関数行列 $[N_f]^T$ を用いて次式のように近似する。

$$\{u_f\} = [N_f]^T \{u_{fe}\} \quad \dots\dots(3)$$

さらに、非回転条件 $\text{rot}\{u_f\} = \{0\}$ を考慮し、ラグランジェの方程式を用いると次式を得る。

$$([K]_{fe} - \omega^2 [M]_{fe}) \{u_{fe}\} = \{f_{fe}\} \quad \dots\dots(4)$$

$\{f_{fe}\}$ は要素の節点力ベクトル、 $[K]_{fe}$ は要素剛性行列、 $[M]_{fe}$ は要素質量行列である。

多孔体内部の音場を表すために、密度と体積弾性率を複素数とする以下のモデルが提案されている⁽¹⁾。

$$\rho_e \Rightarrow \rho_e^* = \rho_{eR} + j\rho_{eI} \quad \dots\dots(5)$$

$$E_e \Rightarrow E_e^* = E_{eR} + jE_{eI} \quad \dots\dots(6)$$

式(5)を式(4)へ代入すると、 $[M]_{fe}$ は次式となる。

$$[M]_{fe} = [M_R]_{fe} (1 + j\chi_e) \quad \dots\dots(7)$$

$$\chi_e = \rho_{eI} / \rho_{eR}$$

ただし、 $[M_R]_{fe}$ は $[M]_{fe}$ の実部である。同様に、式(6)を式(4)へ代入すると、 $[K]_{fe}$ は次式となる。

$$[K]_{fe} = [K_R]_{fe} (1 + j\eta_e) \quad \dots\dots(8)$$

$$\eta_e = E_{eI} / E_{eR}$$

上式で、 $[K_R]_{fe}$ は $[K]_{fe}$ の実部である。

以上から、多孔体内部を表す要素では、 $[K]_{fe}$ と $[M]_{fe}$ がともに複素数で表現される。

2.2 固体に関する振動場の離散化

固体の振動場については、微小振幅を仮定し通常の線形有限要素で離散化する。これを考慮し対象とする場の全要素を重ね合わせ、全系方程式を得る。

2.3 全系の離散化方程式

固体と気体との境界、固体と多孔体との境界では、境界に法線方向の変位のみが連続となる。これを考慮し対象とする場の全要素を重ね合わせ、全系の離散化方程式を得る。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - \omega^2 ([M_R]_e (1 + j\chi_e))) \{u_e\} = \{f\} \quad \dots\dots(9)$$

$\{f\}$ は節点力ベクトル、 $\{u_e\}$ は節点変位ベクトルである。

2.4 モード減衰の近似計算法

式(9)の複素固有値問題は、次式となる。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e (1 + j\eta_e) - (\omega^{(n)})^2 (1 + j\eta_{\text{tot}}^{(n)}) \times [M_R]_e (1 + j\chi_e)) \{\phi^{(n)*}\} = \{0\} \quad \dots\dots(10)$$

添え字(n)は n 次固有モードを表す。 $(\omega^{(n)})^2$ は複素固有値の実部、 $\{\phi^{(n)*}\}$ は複素固有モード、 $\eta_{\text{tot}}^{(n)}$ はモード損失係数である。

材料減衰 χ_e 、 η_e 、($e = 1, 2, 3, \dots, e_{\max}$) に関して全要素の中で最大のものを $\eta_{\max}$ とする。また、以下の量を定義し導入する。

$$\beta_{se} = \eta_e / \eta_{\max}, \quad \beta_{se} \leq 1, \quad \beta_{ke} = \chi_e / \eta_{\max}, \quad \beta_{ke} \leq 1$$

ここで $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し、微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し、式(10)の解を漸近展開し、得られた式を式(10)に代入し、 μ^0 と μ^1 のオーダーまでをまとめると次式を得る。

$$\eta_{\text{tot}}^{(n)} = \eta_{se}^{(n)} - \eta_{ke}^{(n)} \quad \dots\dots(14)$$

$$\eta_{se}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\eta_e S_{se}^{(n)}), \quad \eta_{ke}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\chi_e S_{ke}^{(n)})$$

この式より、モード損失係数 $\eta_{\text{tot}}^{(n)}$ は弾性率に関連する材料減衰 η_e と歪みエネルギー分担率 $S_{se}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{se}^{(n)}$ 、および実効密度に関連する材料減衰 χ_e と運動エネルギー分担率 $S_{ke}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{ke}^{(n)}$ から近似計算できる。

3. 混合体の減衰特性解析

3.1 計算条件および材料特性

以後の計算において多孔体に相当する有限要素には四節点アイソパラメトリック四辺形要素を用い、多孔体内部の実効密度は $\rho_R = 1.4 \text{ kg/m}^3$ 、 $-\chi_e = 0.5$ とし体積弾性率は $E_R = 1.19 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 、 $\eta_e = 0.1$ なる値を用いた。固体に相当する要素は、非適合モードを考慮した四節点アイソパラメトリック四辺形要素を用いた。

3.2 混合体の伝達特性解析

多孔体を樹脂シートとビームでサンドイッチした吸音二重壁において、長さが $L = 100\text{mm}, 150\text{mm}, 200\text{mm}, 300\text{mm}, 400\text{mm}$ のモデルを以下の条件でモデル化した。

両端を固定した厚さ 1mm の鋼製ビームの上に、厚さ 3mm の制振材を積層した。その上に厚さ 20mm の多孔体と厚さ 1mm の樹脂シートを積層し吸音二重壁を二次元有限要素で形成した。(図1) この構造はビームの振動が樹脂シートに伝達しないように、空気ばねよりも柔らかい多孔体を挿入してある。制振材の両端は固定とし、多孔体の両端は剛壁境界とした。多孔体には制振材と樹脂シートが接するが、それぞれの境界で、境界と法線方向の変位を連続とし、樹脂シートの両端はフリーとし多孔体でフローティングされているとして以後の計算を行う。

鋼層、制振材、樹脂シートは厚さ方向に2分割し、多孔体は8分割して要素を作成した。長手方向について、 $L = 100\text{mm}, 150\text{mm}, 200\text{mm}$ のモデルはビームの長手方向を80分割し、 $L = 300\text{mm}, 400\text{mm}$ のモデルは160分割して要素を作成した。

また、多孔体厚さ $d = 20\text{mm}$ から 10mm と 40mm に変わった場合についても吸音二重壁の性能評価を行った。多孔体の厚さ方向の分割は、それぞれ8分割と16分割である。

加振位置は $(x, y) = (L/10, 0)$ とし、加振波形はホワイトノイズとした。ビームを点加振した時の樹脂シートの全空間領域の平均振動加速度レベルで吸音二重壁の性能評価を行った。

図2に混合構造の長さ $L = 100\text{mm}$ (a), 200mm (b), 400mm (c)で多孔体の厚さが $d = 20\text{mm}$ である吸音二重壁についての樹脂シートの平均振動加速度レベル図を示す。なお、図中には参考のために多孔体、樹脂シートを取り去り、制振材のみを積層したそれぞれの長さの鋼製ビーム(以降、制振ビーム)の平均振動加速度レベルも記載した。

Fig.1 Schematic model of Mixed structure

(a) $L = 100\text{mm}$

(b) $L = 200\text{mm}$

(c) $L = 400\text{mm}$

Fig.2 Sound-proof performance of mixed structures

図 2 において、混合構造の樹脂シートの平均振動加速度レベルと制振ビームのみの場合の平均振動加速度レベルを比較する。多孔体を介して樹脂シートを積層する効果は、いずれの長さ L においても 315Hz バンド付近の共振を境に挙動が大きく変化することがわかる。この共振を境に樹脂シートの平均振動加速度レベルは減少している。この共振領域では、多孔体中に封入された空気がばね効果もっている。これより振幅が増幅される。このとき混合構造の減衰値は、ビーム単品のモード損失係数 ($\eta = 0.129$) (Oberst 式⁽⁴⁾ 使用) や樹脂シート単品のモード損失係数 ($\eta = 0.333$) とは異なり、各層の連成の影響を含む値となっている。よって、固体、多孔体、空気とで連成振動すると減衰も連成することがわかる。この共振領域よりも低い周波数では、ビームと多孔体と樹脂シートの連成が強くほぼ一体で動くために振動絶縁効果は少ない。しかし、高周波数域では、ビームと樹脂シート連成が空気ばねのフローティングにより小さくなる。その結果、周波数が高くなるにつれて別々に動くようになり、遮音効果が大きくなる現象を数値解析で再現できている。

混合構造の長さ $L = 200\text{mm}$ 、多孔体厚さ、 $d = 20\text{mm}$ のときの、固有モード、共振周波数 f_r 、モード損失係数 η_{tot} 、歪みエネルギー分担率を図 4 に示す。

図 4 において振動モードの歪みエネルギー分担率をみると、多孔体がばねの役割を有するモードが現れ、多孔体の歪みエネルギー分担率が高くなっている。多孔体がビームと樹脂シートの間をばねとして作用し、この共振領域を境に増幅域から振動絶縁域へと変化していることが平均振動加速度レベル図 (図 2(b)) からわかる。その共振よりも低い周波数領域の固有モードでは、ビームと樹脂シートの連成が強くほぼ一体として動く。一方、その共振よりも周波数が高くなるにつれ、ビームと樹脂シートの連成が小さくなり、振動伝達が小さくなるモードとなった。高周波数域ほど、ビームと樹脂シートとで独立した動きのモードとなっている。混合構造としての減衰値は、主体で動く層のモード損失係数 η_{tot} に近い値となってきている。

図 3 に多孔体の厚さを変化させたときの平均振動加速度レベルを示す。多孔体が厚くなるとバネとして作用する共振の周波数は下がり、振動絶縁領域が広がり、平均振動加速度レベルも低減している。多孔体の厚さが $d = 10\text{mm}$ (図 5)、 40mm (図 6) のモードと歪みエネルギー分布から、多孔体の歪みエネルギー分担率が高いモードが現れ、その共振を境に増幅域から振動絶縁領域となっていることが対応する応答 (図 3) と対比することとわかる。

混合構造の長さおよび多孔体の厚さを変化させると、

弾性体、粘弾性体、多孔体、空気の連成の度合いが変化し、減衰も変化する。

4. 結 言

- (1) 吸音二重壁において、高周波数域でビームと樹脂シートの連成が空気ばねのフローティングにより小さくなる現象を数値解析で再現できた。
- (2) 混合構造の長さおよび多孔体の厚さを変化させると、弾性体、粘弾性体、多孔体、空気の連成の度合いが変化し、減衰も変化する。
- (3) 多孔体がばねの役割を有する共振が現れる周波数領域では応答が増幅される。その共振に対応するモードでは多孔体の歪みエネルギー分担率が高く、これにより多孔体がビームと樹脂シートの間のばねとして作用していることが判別できる。その共振よりも低い周波数領域では、ビームと樹脂シートの連成が強くほぼ一体として動く。一方、その共振よりも周波数が高くなるにつれて、ビームと樹脂シートの連成が小さくなり、振動伝達が小さくなる。また多孔体が厚くなると、ばねとして作用する共振の周波数は下がり、振動絶縁領域は広がる。この共振の周波数は混合構造の長さの影響は小さい。

Fig.3 Sound-proof performance of mixed structures

$d = 20\text{mm}$, $L = 200\text{mm}$

Fig.4 Eigen modes and the distribution of Strain Energy

$d = 10\text{mm}$, $L = 200\text{mm}$

Fig.5 Eigen modes and the distribution of Strain Energy

Fig.6 Eigen modes and the distribution of Strain Energy

参考文献

- (1) 山口誉夫, 黒沢良夫, 松村修二, 日本機学会論文集 69-677, C (2003), 34-41.
- (2) T.Yamaguchi, *the IMAC-XXIII Conference & Exposition on Structural Dynamics*, FEA for Damping of Structures having Viscoelastic and Porous Materials, (2005), paper no.345, Orlando, Florida..
- (3) Y.Kurosawa, *the IMAC-XXIII Conference & Exposition on Structural Dynamics*, Damped Vibration Analysis of Automotive Panels Laminated Porous Materials, (2005), paper no.363, Orlando, Florida..
- (4) Oberst, H., *Akustische Beihefte*, Heft 4 (1952), 181-194.
- (5) 谷合ほか, 騒音対策用材料ハンドブック, (1989), 1-461, 日本自動車工業会日本自動車研究所.
- (6) 日本自動車技術会振動騒音部門委員会ダンピングWG, 自動車におけるダンピング技術, 技術報告シリーズ 23, (1996), 日本自動車技術会, 127-136.
- (7) Crocker, M. J., Battacharya, M. C. and Price, A. J., *Trans. of ASME, J.Engineerring for Industry*, (1971), 775-782
- (8) Utsuno, H., Tanaka, T. and Fujikawa, T, *J. Acoust. Soc. Am*, 86-2 (1989), 637-643.
- (9) 山口誉夫, 機論 66-648C (2000), 2563-2569.
- (10) 山口誉夫, 機論 66-646C (2000), 1842-1848.
- (11) 山口誉夫, 黒沢良夫, 松村修二, 機論 68-665C (2002), 1-7.
- (12) Zwikker, C. and Kosten, C., A., *Sound Adsorbing Materials*, (1993), Elsevier, New York.
- (13) Allard, J. F., *Propagation of Sound in Porous Media*, (1993), Elsevier Applied Science, London and New York.
- (14) Utsuno, H., Wu, T. W., Seybert, A. F. and Tanaka, T., *AIAA Journal*, 28-11(1990), 1870-1875.
- (15) 宇津野秀夫, 田中俊光, 森沢吉高, 吉村登志雄, 機論 56-532 C (1990), 3248-252.
- (16) Biot, M. A., *J. Acoust. Soc. Am*, 28-2 (1995), 168-191.
- (17) Kang, Y. J. and Bolton, S., *J. Acoust. Soc. Am*, 98-1(1995) 635-643.
- (18) Attala, N., Panneton, R. and Debergue, P., *J. Acoust. Soc. Am*, 104-3 (1998) 1444-1452.
- (19) 加川幸雄, 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, (1981), 1-228, 倍風館.
- (20) 佐藤宗純, 藤森威, 三浦甫, 日本音響学会誌 33-11 (1979), 628-636.
- (21) 子安勝, 建築音響シリーズ<材料編>1 吸音材料, (1976), 1-86, 技報堂.
- (22) 子安勝, 建築音響シリーズ<材料編>2 遮音材料, (1976), 1-103, 技報堂.