412 ストッパーを用いたオートパラメトリック吸振器の改良

Improvement of Auto-Parametric Vibration Absorber Utilizing Stopper

正 石田 幸男 (名 大), 正 井上 剛志 (名 大),
○ 花島 慶和 (名大院)

Yukio ISHIDA, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-8603

Tsuyoshi INOUE, Nagoya University

Yosikazu Hanajima, Nagoya University, Graduate Student

The auto-parametric vibration absorber, which is a kind of nonlinear absorber, suppresses the vibration of main system only at around the resonance point. However, because of the existence of another stable solution due to auto-parametric vibration absorber, the vibration of main system may increase when the excitation frequency is slightly apart from the resonance point. In this paper, the improvement of auto-parametric vibration absorber for the suppression of such another stable solution is investigated. A stopper consists of spring element and damper element is set to limit the absorber motion, and the effects of these elements are investigated and clarified.

Key Words: Vibration Suppression, Autoparametric Vibration Absorber, Stopper

A1. はじめに

非線形性を持つ系に発生し得るオートパラメトリック共振現象を利用して、制振対象の機械構造物（主系）に振子を取り付け、その主系の共振時の振動ピークを低減するオートパラメトリック吸振器が提案されている。しかし、このオートパラメトリック吸振器には、共振点からわずかに離れた周波数領域では、オートパラメトリック共振による振子の運動が逆に主系の振動を悪化させる欠点がある。

本研究ではオートパラメトリック吸振器の改良を考える。オートパラメトリック共振により制振効果が悪化するときには、吸振器（振子）の振幅も同時に増大することを利用し、この振子にストッパーを用いることにより、制振効果を悪化させる分枝の変形・除去を試みる。数値シミュレーションにより、ストッパーの構成要素（バネとダンパ要素）の影響を調べ、その効果を明らかにする。

A2. 理論モデルと数値シミュレーション

理論モデルを図 A1 に示す。オートパラメトリック吸振器にストッパーを閾値 ϕ_0 で設置し、オートパラメトリック共振による大振幅解からの離脱を検討する。

ダンパのみ ($c_s = 1 \text{ Nms}$) からなるストッパーを取り付けたときの共振曲線を図 A2 に示す。ストッパーの閾値は $\phi_0 = 0.5 \text{ rad}$ とする。主共振付近では、オートパラメトリック吸振器の制振効果で振動が抑えられ、また、共振点からわずかに離れた振動数領域では、通常はオートパラメトリック共振による大振幅解が発生するところを、振子の振動がストッパーを設置した $\phi_0 = 0.5$ で抑えられていることにより、速やかにオートパラメトリック共振が発生しないときの分枝に跳躍することがわかる。

さらに、ストッパーにばねを併用した場合や、ストッ

Fig.A1 Theoretical model

Fig.A2 Resonance curve for the case with stopper consisting of only damper element (damping coefficient $c_s = 1 \text{ Nms}$)

パーの閾値の影響も調べた。そして、ストッパーを併用することによりオートパラメトリック吸振器の制振効果を損なうことなく、制振の観点からのオートパラメトリック吸振器の欠点を補うことができることを示した。

1. まえがき

非線形性を持つ系に発生する現象にオートパラメトリック共振がある⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾。このオートパラメトリック共振は、多自由度系中の励振される副系と励振されない副系の固有振動数が2:1であるときに、非線形連成を通じて励振されない副系の振動が増大する現象である。

このオートパラメトリック共振を利用して、制振対象の機械構造物（主系）に振子を取り付け、その主系の共振時の振動ピークを低減するオートパラメトリック吸振器⁽⁴⁾⁻⁽⁸⁾が報告されてきている。しかし、このオートパラメトリック吸振器では、共振点からわずかに離れた周波数領域では、オートパラメトリック共振による吸振器の運動が逆に主系を励振してしまう可能性がある。このことについて、Haxton らは⁽⁴⁾ 振子の減衰とオートパラメトリック吸振器の制振効果の関係を調べている。しかし、振子に減衰を与えることにより、オートパラメトリック吸振器の悪影響を避けることができるが、一方で、オートパラメトリック吸振器の制振効果を損なうことが示されている。

本研究では、このオートパラメトリック吸振器の改良を考える。この共振点からわずかに離れた周波数領域におけるオートパラメトリック共振による制振効果を悪化させる分枝を取り除くことができれば、制振効果の悪化を避けることができる。この分枝が発生するときには、吸振器（振子）の振幅も同時に増大することを利用し、この振子にストッパーを用いることにより、制振効果を悪化させる分枝の変形・除去を試みる。数値シミュレーションにより、ストッパーの構成要素（ばね要素とダンパ要素）の影響を調べ、その効果を明らかにする。

2. 系のモデル化と運動方程式

図1に示すような2自由度系を考える。主系がダンパとばねで支持されており、鉛直方向のみに運動できるとする。ダンパとばねの減衰係数および弾性係数を c と k とする。オートパラメトリック吸振器（本研究では振子）を取り付ける前の主系の質量を m とする。振子の質量を m_p 、腕の長さを ℓ_p とする。振り子には微小な減衰が働くとし、その減衰係数を c_p とする。主系の上下方向変位を x 、振子の反時計方向の角度変位を ϕ とする。主系は鉛直方向に振幅 a の正弦波変位励振されるとする。

この系において、振子にダンパ要素とばね要素からなるストッパーを設け、上下方向の振動を抑えることを考える。

2.1 運動方程式 図1に示したストッパーを考慮した振り子を取り付けた系の運動方程式を導出する。ストッパーのダンパ要素の減衰係数を c_s 、ばね要素の弾性係数を k_s とし、振子の回転角が ϕ_0 を越えたときに振子がストッパーと接触するとする。ラグランジュの手法に次の運

Fig.1 Theoretical model

Table.1 Parameter values

m	4.0 kg
m_p	0.8 kg
a	0.001 m
k	7840 N/m
c	1.0 Ns/m
c_p	0.005 Nms

動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (m + m_p) \ddot{x} + m_p \ell_p (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) \\ + (m + m_p) g + k(x - a \cos \omega t) + c \dot{x} = 0 \\ m_p \ell_p (\ddot{x} \sin \phi + \ell_p \ddot{\phi} + g \sin \phi) + c_p \dot{\phi} \\ + c_s \dot{\phi} \{u(\phi - \phi_0) + u(-\phi - \phi_0)\} \\ + k_s \{(\phi - \phi_0) u(\phi - \phi_0) + (\phi + \phi_0) u(-\phi - \phi_0)\} \\ = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 $u(\phi)$ は単位ステップ関数である。

3. 数値シミュレーション

数値シミュレーションには Fortran を使用し、数値積分にはアダムス法サブルーチンを用いている。このサブルーチンは、予測子計算に Adams-Bashforth の公式を、修正子計算に Adams-Moulton の公式を用い、予測・評価・修正・評価 (PECE 法) を行うものである。用いたパラメータは基本的に表1に示すものを用いる。

3.1 オートパラメトリック吸振器について 式(1)を用い、まずストッパーがない振り子を取り付けた場合の数値シミュレーションを行う。図2(a)にオートパラメトリック共振が発生しない場合 ($\omega_\phi : \omega_x = 6:1$) の共振曲線および時刻歴を示す。振子は全く振れず、共振点 (約 40rad/sec) で大きく主系が振動する通常の1自由度系の共振曲線が得られている。図2(b)にオートパラメトリック共振が発生する場合 ($\omega_\phi : \omega_x = 2:1$) の共振曲線および時刻歴を示す。オートパラメトリック共振が発生し、振子が共振点付

(a) Case with $\omega_\phi : \omega_x = 6:1$ (usual 1-DOF system)

(a) Resonance curve

(b) Case with $\omega_\phi : \omega_x = 2:1$ (auto-parametric vibration absorber)

(b) Time history and spectrum diagram

Fig.2 Vibration suppression effect of conventional auto-parametric absorber

近で振れるとともに、主系の振幅が共振点付近で図 2(a)の場合と比べて非常に低減されている⁽⁴⁾。しかし、共振点から離れた振動数領域 AB と CD (約 35rad/sec と約 50rad/sec) では逆に、オートパラメトリック共振による

Fig.3 Case with stopper consisting of only damper element (damping coefficient $c_s = 1 \text{ Nms}$)

振子の振動が大きい分枝が現れており、そのときの主系の振動はオートパラメトリック共振が発生しない図 2(a)の場合より悪化している。

3.2 ストッパー (ダンパ要素のみ) を設置した場合
図 2(b) において制振効果を悪化させた場合の主系の振幅の分枝とオートパラメトリック共振が発生しないときの分枝の交点 B,C に着目する。その交点 B,C の周波数における振子変位は約 $\phi_0 = 0.5 \text{ rad}$ である。そこでストッパーの位置を $\phi_0 = 0.5 \text{ rad}$ と設定する。

まずダンパ要素のみからなるストッパーを設置した場合を考える。ストッパーのダンパ要素の減衰係数 c_s を $c_s = 1 \text{ Nms}$ とした場合の共振曲線を図 3 に示す。なお、これ

以降の共振曲線図では、制振効果を見やすくするために、図 2(a)(b) で示した振幅範囲 (0.20m) よりも小さい範囲 (0.05m) について示している。また、図 2(a)(b) で示した共振曲線を比較のために破線で示している。図 2(b) で主系の振動を悪化させた分枝は、振子の振動で見るとストッパーを設置した $\phi_0 = 0.5$ で抑えられており、速やかにオートパラメトリック共振が発生しないときの分枝に跳躍する。したがって、対応する主系の振幅も良く抑えられていることがわかる。

このストッパーとの接触時 ($\omega = \text{rad/sec}$) における主系および振子の時刻歴と主系の振動のスペクトルを図 3(b) に示す。振子の時刻歴では、振子が $\phi_0 > 0.5$ をほとんど超えずに振動しており、接触時の時刻歴にわずかなひずみが確認できることから、振子の運動に対して減衰の効果が現れていることがわかる。しかし、作用する減衰の大きさが小さいことから、ほとんど時刻歴に定性的な変化は無く、系にストッパーとの接触による衝撃的な力や現象は発生していないことがわかる。

なお、減衰係数 c_s の値をさらに増加させて調べることも行ったが、 $c_s = 1$ 以上ではほとんどその効果に差が現れないことも確認している。

3.3 ストッパー (ばね要素のみ) を設置した場合 ばね要素のみからなるストッパーを設置した場合を考える。ただし、前節と同様、 $\phi_0 = 0.5 \text{ rad}$ としてある。ストッパーのばね要素の弾性係数 k_s を $k_s = 1 \text{ Nm}$ とした場合の共振曲線を図 4(a) に示す。共振点をわずかに離れた周波数 AB, CD における振幅が図 2(b) に比べても低減されておらず、ストッパーによる制振効果があまり見られないことがわかる。

このストッパーとの接触時 ($\omega = \text{rad/sec}$) における主系および振子の時刻歴と主系の振動のスペクトルを図 4(b) に示す。振子の時刻歴では、 $\phi_0 > 0.5$ を超えて振子が振れており、ばねの作用が振子の振幅をそれほど抑えていないことがわかる。

弾性係数 k_s の値を増やし、 $k_s = 10 \text{ Nm}$ とした場合を図 5 に示す。図 5(a) の共振曲線では、高速側の大振幅の分枝は低振幅側に抑えられるが、低速側の大振幅の分枝では、逆に振動が大きくなることがわかる。この低速側の大振幅の状況は、低速側から増速する場合には現れず、高速側から減速するときに B 点から現れる。図 5(b)(c) に、図 5(a) の共振曲線中の E, F 点における主系および振子の時刻歴と主系の振動のスペクトルを示す。高速側の E 点は、ばねが効果的に作動して主系の振幅が抑えられている場合であり、図 (b) と同様にほぼ正弦的な時刻歴を示している。しかし、低速側の F 点の時刻歴では、振子が接触中に振動している様子がわかり、主系は分数調波的な振る舞いを示す。結果として、ばね要素の大きさを変化させても、主として主共振点の低速側の振動が悪化することに

(a) Resonance Curve Case

(b) Time history and spectrum diagram

Fig.4 Case with stopper consisting of only spring element (small spring coefficient ($k_s = 1 \text{ Nm}$))

より、ばね要素を用いたストッパーでは、オートパラメトリック吸振器の欠点を補うことはできないことがわかる。

前節までに検討したダンパ要素とばね要素を組み合わせたストッパーを用いることも調べたが、図 4, 5 から予想できるように、ばね要素は値が小さいときには制振効果に影響を与えず、ダンパ要素とばね要素を併用しても、ダンパ要素の効果のみが現れる傾向が見られた。この結果は、前節までの効果の重ね合わせで説明できる。

4. ストッパーの空隙の影響

ストッパーの空隙の影響を図 6 に示す。図 6(a) は閾値を小さくし、 $\phi_0 = 0.4 \text{ rad}$ とした場合である。図 2(b) において制振効果を悪化させた場合の主系の振幅の分枝とオートパラメトリック共振が発生しないときの分枝の交点 B, C

(a) Resonance Curve Case

(b) Time history and spectrum diagram at point E

(c) Time history and spectrum diagram at point F

Fig.5 Case with stopper consisting of only spring element (large spring coefficient ($k_s = 10$ Nm))

における振子の変位よりも小さいため、振子の変位自体は抑えられるが、交点 B,C のわずかに内側の範囲において、主系の振幅が通常のオートパラメトリック吸振器の場合の共振曲線よりも悪化し、制振効果が損なわれてしま

(a) Resonance Curve Case ($\phi_0 = 0.4$ rad) (a) Resonance Curve Case ($\phi_0 = 0.3$ rad)

Fig.6 Influence of the stopper threshold angle ϕ_0 ($c_s = 1$)

うことがわかる。

さらに閾値を小さくし、 $\phi_0 = 0.3$ rad とした場合を図 6(b) に示す。振子の振幅は図 6(a) と同様に ϕ_0 程度に抑えら

れるが、この振子の振動を押さえ込んだことにより、オートパラメトリック吸振器の制振効果がほとんど失われ、主系の振幅が通常の共振曲線に近い大振幅のものとなる。

一方で、もしこの閾値が大きくなると、交点 B,C とその閾値との間では、振子が振動できることからオートパラメトリック吸振器により制振効果が悪化する状態が現れ始める。このように、ストッパーの閾値の設定は、その系の状況に応じて行う必要がある。

5. 結論

ストッパーを用いたオートパラメトリック吸振器の改良について以下の結論を得た。

- オートパラメトリック吸振器にストッパーを併用することにより、オートパラメトリック共振の大振幅分枝から容易に離脱することができる。
- オートパラメトリック吸振器のストッパーには、ばね要素は効果を与えないか、かえって悪影響を与える。
- オートパラメトリック吸振器のストッパーには、ダンパ要素が効果的である。オートパラメトリック共振の大振幅分枝からの離脱はわずかな減衰を与えることで可能となるが、それ以上に減衰を与えても、離脱への効果はほとんど変わらない。

文 献

- (1) Tondl,A., et al., Autoparametric Systems with Pendula, Wave Motion, *Intelligent Structures and Non-linear Mechanics*, 226-238,(1995), World Scientific
- (2) Hatwal,H., et al., Forced Nonlinear Oscillations of an Autoparametric System, *Trans. of ASME, J. of Applied Mech.* , Vol.50(1983),657-662
- (3) Ikeda,T., and Murakami,S., Autoparametric Resonance in a structure/fluid interaction system carrying a cylindrical liquid tank, *J. of Sound and Vib.*, Vol.285(2005), 517-546
- (4) Haxton,R.S., and Bar,A.D.S., The Autoparametric Vibration Absorber, *ASME J. of Eng. for Industry*, Vol.94,(1972), 119-125
- (5) Yabuno,H., et al., Stabilization of 1/3-Order Subharmonic Resonance Using an Autoparametric Vibration Absorber, *Trans. of ASME, J. of Vib. and Acoust.*, Vol.121(1999), 309-315
- (6) Vyas,A., and Bajaj,A.,K., Dynamics of Autoparametric Vibration Absorbers Using Multiple Pendulums, *J. of Sound and Vib.*, Vol.246-1(2001), 115-135
- (7) Cuvalci,O., et al., Non-linear Vibration Absorber for a System Under Sinusoidal and Random Excitation: Experiments, *J. of Sound and Vib.*, Vol.249-4(2002), 701-718
- (8) Queini,S., et al., Analysis and Application of a Non-linear Vibration Absorber, *J. of Vib. and Cont.*, Vol.6(2000), 999-1016