554 逐次検索法による6自由度マニピュレータの逆運動学

Inverse Kinematics for 6-DOF Manipulator by the Method of Sequential Retrieval

○学 榎本 良太 (東工大院) 正 黄 慶九 (東工大) 正 山浦 弘 (東工大)

Ryota ENOMOTO, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1, Ookayama, Meguroku, Tokyo

Qingjiu HUANG, Tokyo Institute of Technology

Hiroshi YAMAURA, Tokyo Institute of Technology

Analytical solution of the inverse kinematics has been found only for some particular structures of 6-DOF serial manipulator. We propose the Method of Sequential Retrieval by modifying the Effective Solution for Inverse Kinematics to solve the inverse kinematics for a 6-DOF robot arm which has not been analytically solved yet. We confirmed that our method can find some solutions which can not be solved by the Effective Solution for Inverse Kinematics. Moreover, we presented the effectiveness of our method by comparing its convergence speed with that of the Newton-Raphson Method.

Key Words: Inverse Kinematics, 6-DOF Manipulator, Numerical Solution, Modification Weight

A1 はじめに

本研究では、未だ逆運動学の解析解が見つかっていない RPY 型ロボットアーム (Fig.A1) を研究対象とし、その逆運動学の解を求めることを目的とする。その方法として、新たに『逐次検索法』と名づけた数値解法を提案し、その有効性を検証する。

Fig.A1 RPY-type 6-DOF robot arm

A2 逐次検索法

逐次検索法は、手先目標位置・姿勢と各関節角の初期値を与えた後、

Process 1 位置が目標値に合うように $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ を修正

Process 2 姿勢が目標値に合うように $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ を修正

という2つの処理を繰り返すことによって、目標値に合うように $\theta_1, \dots, \theta_6$ の値を収束させる手法である。このような手法は逆運動学の効率的解法⁽¹⁾として既に存在するが、目標値によっては収束せず、解が求められない場合があった。そこで本研究では、そのような場合でも解が求められるように Process 1, Process 2 において修正重み W_p, W_o を用いて修正量を設定する仕組みに改良した。

A3 修正重み W_p と収束性の関係

W_p の値によって解に収束する場合と収束しない場合がある。本節では、その例として $W_p = 1$, $W_p = 0.7$, $W_p = 0.4$ とした場合を挙げて、3種類の目標値について比較する。

リンクの長さを根元から 0, 0.09, 0.28, 0.2, 0.085, 0.1, 0.08[m], 位置の修正重み $W_o = 1$, 許容誤差 $e_p = 0.001$, $e_o = 0.01$, 初期関節角 $\theta_1[1], \dots, \theta_6[1] = [0, 0.3183, 0.3183, 0, 0.3183, 0]$, 目標位置・姿勢を Table A1 の ${}^0p_{S7ref}$, ${}^0Q_{S7ZYZref}$ (ZYZ オイラー角) 列に示す3つの値にしたとき、それぞれの位置の誤差の遷移は Fig.A2, A3, A4 に示す結果となった。太実線は $W_p = 1$, 細実線は $W_p = 0.7$, 細破線は $W_p = 0.4$, としたときの位置の誤差の遷移である。グラフが途中で切れいているものは、そこで収束が完了して解が求められたことを示しており、各グラフから W_p の値によって解に収束する場合と収束しない場合があることがわかる。

そこで本研究では、 W_p の値を各グループ毎にランダムに変化させることで、より多くの目標値に対して解が求められると考えた。 W_p を 0.1 から 1 の範囲で変動させたときの数値例を、Fig.A2, A3, A4 の太破線で示す。

これらのグラフから、解に収束したものは『○』, そうで

ないものは『×』として Table A1 の右4列にまとめた。この結果より、 W_p の値をランダムにしたほうが、 W_p を一定の値にした場合より多くの目標値に対して有効であると考えられる。

Table A1 Target values and results.

No.	${}^0p_{S7ref}[m]$			${}^0Q_{S7ZYZref}[deg]$			Fig.	W_p			
	x	y	z	Z	Y	Z		1	0.7	0.4	Rand
1	0.11	0.10	0.31	180	288	67	2	×	○	○	○
2	-0.09	0.40	0.10	330	67	197	3	×	×	○	○
3	-0.02	0.03	0.32	332	287	47	4	○	×	×	○

Fig.A2 Result of No.1

Fig.A3 Result of No.2

Fig.A4 Result of No.3

Fig.A5 Convergence speed

A4 Newton-Raphson 法との収束速度の比較

従来の代表的な逆運動学解法である Newton-Raphson 法と逐次検索法で、収束速度を比較した。パラメータは A3 節と同じで、目標値を

$${}^0p_{S7ref} = [-0.19, 0.01, -0.19]^T$$

$${}^0Q_{S7ZYZref} = (24, 266, 126)[deg]$$

としたときの結果を Fig.A5 に示す。太一点鎖線が Newton-Raphson 法である。この例やこれ以外の目標値に対しても、多くの場合逐次検索法の方が収束速度において優れていることを確認した。

文 献

(1) 高野政晴, 詳説 ロボットの運動学, オーム社, 2004

1 はじめに

現在ロボットはさまざまな場面で活躍している。主な応用分野は、産業用、極限作業用、人間社会協調ロボットの三つが挙げられる。産業用については、工場でロボットが自動的に搬送・加工・組み立てなどの作業を行い、生産の効率化に貢献している。極限作業用ロボットは災害時の救助活動や、深海探査・宇宙・原子炉での作業など、生身の人間には危険な環境での作業を代行している。人間社会協調型のロボットは、マスコットやエンターテインメントの分野で活躍している。

特に産業用と極限作業用は、何らかの作業をする目的で作られており、そのためにはロボットマニピュレータが必要不可欠である。その中でもアーム型のマニピュレータは、可動範囲が広く汎用性が高いことから、ロボットシステムにおいて特に重要な要素であると考えられる。

また、ロボットマニピュレータには、汎用のものと専用作業用のものがある。汎用のものは、あらゆる作業に対応するため、手先（エンドエフェクター）の位置と姿勢を任意に取れるように、6自由度以上必要である。7自由度以上のものはより複雑な作業にも対応できるが、構造が複雑になるため、汎用マニピュレータの多くは6自由度である。5自由度以下のものは、姿勢や作業領域が限られていても差し支えない作業に対して、その作業に特化した構造に設計された専用作業用マニピュレータである。

Fig.1 Types of 6-DOF robot arm

本研究では特に6自由度の汎用ロボットアームに着目し、研究対象とする。6自由度アームの一般的構造は、Fig.1(a)に示すように、各リンクの長さや関節の向きが任意にとれるものとする。このようなロボットアームに何か作業をやるためには、手先の目標値から、それに対応した各関節角の角度を求める問題、いわゆる逆運動学問題を解く必要がある。しかし、任意の構造に適用できる逆運動学の解析解は現状では存在しない。そのため、現在産業用などに応用されているものは、逆運動学の解析解が見つかったものがほとんどである。逆運動学は、『すべての隣り合う関節軸が平行か直交する』ならば解析的に解けることがわかっている。その中でも、Fig.1(b)に示す『PUMA型』と呼ばれる構造は古くから用いられており、現在最も広く使われている。

このように、逆運動学を解けることが実際に応用するための条件であり、そのため選択できる構造が限られている。そ

こで本研究では、未だ逆運動学が解かれていない構造のひとつであるRPY型アーム (Fig.1(c)) に対して、逆運動学の効率的解法⁽¹⁾に修正重みを加えた『逐次探索法』を提案し⁽²⁾、解を求める。

2 記号の定義

本節では、問題の記述を正確にするために、まず本論文で用いる記号の定義を行う。そして、その記号を使って問題を記述する。

2・1 座標系の設定⁽¹⁾

Fig.2 Definition of coordinate systems

Fig.2(a)は全ての関節角が0[rad]の時のRPY型アームの模式図である。同図に示すようにアームの根元を0、各関節を1から6、手先をS7、という順番で番号を付け、それぞれの座標系を Σ_i ($i=0, \dots, S7$)とし、 Σ_0 をワールド座標系とする。第*i*関節の位置を p_i として、 Σ_i の原点の位置が p_i と一致するように設定する。また、 Σ_i の基底ベクトルをそれぞれ e_{ix}, e_{iy}, e_{iz} とし、基底ベクトルをまとめた集合を E_i とする。すべての座標系は右手直交座標系で、基底ベクトルの*z*方向 e_{iz} と回転軸が一致するように設定する。さらに、各リンクの長さ ($p_i - p_{i-1}$ のノルム) を L_i とする。

また、各関節点に Σ_i とは別にもうひとつの座標系 Σ_{Si} を設定する。 Σ_i と Σ_{Si} の違いは、軸*i*の回転を考慮に入れているかそうでないかだけである。したがって、 Σ_i と Σ_{Si} の原点位置と*z*軸方向基底ベクトルは等しい。すなわち、

$$p_i = p_{Si} \quad (1)$$

$$e_{iz} = e_{Siz} \quad (2)$$

が成り立つ。 $\theta_i = 0$ のとき $E_i = E_{Si}$ となる。手先と根元には回転軸が無いので、手先には Σ_{S7} 、根元には Σ_0 だけしか設定していない。Fig.2(b)は、各関節角がある角度を持っているとき、第4関節から手先の Σ_i と Σ_{Si} を図示したものである。

2・2 基準とする座標系の表記方法 本論文では、基準となる座標系を指定する場合、 Σ_I を基準とするなら

$${}^I X \quad (3)$$

というように座標系の番号を各記号の左上に書く。例えば 0p_5 は、 Σ_0 を基準とした第5関節の位置座標を意味する。また、座標系の番号を小文字 i で書いた場合、特に指定が無ければ $i \in \{0, 1, \dots, 6, S7\}$ 、大文字 I の場合は $I \in \{0, 1, \dots, 6, S1, \dots, S7\}$ を意味する。

また、基準座標系が指定されているとき以下とする。

$${}^I E_J = [{}^I e_{Jx} \ {}^I e_{Jy} \ {}^I e_{Jz}] = \begin{bmatrix} {}^I e_{Jxx} & {}^I e_{Jyx} & {}^I e_{Jzx} \\ {}^I e_{Jxy} & {}^I e_{Jyy} & {}^I e_{Jzy} \\ {}^I e_{Jxz} & {}^I e_{Jyz} & {}^I e_{Jzz} \end{bmatrix} \quad (4)$$

2・3 座標変換行列 Σ_J を基準としたときの、 Σ_I への回転行列、平行移動ベクトルを ${}^I R_J$ 、 ${}^I p_J$ とすると、 Σ_J から Σ_I への同次変換行列 ${}^I A_J$ は式(5)で表される。

$${}^I A_J = \begin{bmatrix} {}^I R_J & {}^I p_J \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

隣り合う座標系 Σ_i から Σ_{i-1} への同次変換行列を ${}^{i-1}A_i$ とすると、定数の変換行列 ${}^{i-1}A_{Si}$ と、 ${}^{i-1}A_{Si}$ は第 i 関節軸の回転角度を θ_i を含む e_{iz} 回りの回転変換 ${}^{Si}A_i$ に分けて、次のように表すことができる(本論文では各記号の表記法を統一するため文献⁽¹⁾とは違う記号を用いた)。

$${}^{i-1}A_i = {}^{i-1}A_{Si} {}^{Si}A_i \quad (6)$$

$${}^{Si}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

本論文で用いるRPY型の場合、定数行列 ${}^{i-1}A_{Si}$ は次のように定義される。

$$\begin{aligned} {}^0A_{S1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^1A_{S2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2A_{S3} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^3A_{S4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^4A_{S5} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^5A_{S6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & L_6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^6A_{S7} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & L_7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2・4 姿勢の表現方法 姿勢の直接的な表現方法は、 0E_i などのような 3×3 の基底行列による表現で、これは3次元の回転行列と等価である。しかし、 3×3 の行列は9つの要素があるため、3自由度の姿勢に対して冗長である。3変数の姿勢の表現方法として代表的なものとしては、ZYZオイラー角やロール・ピッチ・ヨーなど、3段階の基底ベクトル回りの回転に分けた表現が知られている。本論文では、オイラーパラメータ⁽³⁾を参考にして、 ${}^I O_J$ 回りに $|{}^I O_J|$ [rad]回転する、という意味の1つのベクトル ${}^I O_J$ による姿勢表現を採用した。 ${}^I O_J$ から回転行列 ${}^I R_J$ への変換は式(8)によって計算できる。逆に回転行列 ${}^I R_J$ から ${}^I O_J$ への変換は式(9)を用いる(trはtraceを表す)。

$${}^I R_J = \begin{bmatrix} u_x^2 d + c & u_x u_y d - u_z s & u_x u_z d + u_y s \\ u_x u_y d + u_z s & u_y^2 d + c & u_y u_z d - u_x s \\ u_x u_z d - u_y s & u_y u_z d + u_x s & u_z^2 d + c \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \frac{{}^I O_J}{|{}^I O_J|}$$

$$c = \cos |{}^I O_J|, s = \sin |{}^I O_J|, d = 1 - c$$

$${}^I O_J = \frac{\cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{\text{tr}({}^I R_J + 1)}}{2} \right)}{\sqrt{(\text{tr}({}^I R_J + 1)(3 - \text{tr}({}^I R_J))}} \begin{bmatrix} {}^I R_{J32} - {}^I R_{J23} \\ {}^I R_{J13} - {}^I R_{J31} \\ {}^I R_{J21} - {}^I R_{J12} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし、この姿勢表現方法は、繰り返し処理の中で用いるものであり、目標姿勢を与えるときはZYZオイラー角を用いた。これらを区別するため、ZYZオイラー角で表現する場合は記号 O_{ZYZ} を用いる。

2・5 記号のまとめ Table 1にこれまで定義した記号をまとめておく。

Table 1 Nomenclature⁽¹⁾

	Size	Description
Σ_i		Link coordinate system of i -th link
Σ_{Si}		Attitude coordinate system of i -th link
E_I	3 vectors	Set of basis vectors of Σ_I
${}^I E_J$	3×3	Basis matrix of Σ_J observed from Σ_I
p_i	3×1	Position of i -th joint, equal to origin of Σ_i . $p_i = p_{Si}$
e_{Ix}	3×1	x -direction basis vector of Σ_I
L_i	scalar	i -th link length
θ_i	scalar	Rotation angle of i -th joint
${}^I A_J$	4×4	Homogeneous transformation matrix from Σ_J to Σ_I ; ${}^{i-1}A_{Si}$ is called Dynamic transformation matrix and ${}^{Si}A_i$ is called Static transformation matrix
${}^I R_J$	3×3	Rotation matrix from Σ_J to Σ_I
O	3×1	Vector representing orientation
O_{ZYZ}	3 scalars	Orientation representation by ZYZ Euler angle

2・6 問題の記述 上で定義した記号を用いて、本論文の目的となる逆運動学問題を記述すると

Given: ${}^0p_{S7}, {}^0E_{S7}, {}^{i-1}E_{Si}, L_i (i = 1, \dots, 7)$

Find: $\theta_i (i = 1, \dots, 6)$ となる。

3 逐次探索法

RPY型アームの逆運動学は解析的に解くのが困難である。このような構造に対しては、これまでNewton-Raphson法や逆運動学の効率的解法⁽¹⁾(以下『効率的解法』と呼ぶ)と呼ばれる数値解法が提案されている。効率的解法は、収束が速い、最大8通りの解が得られる、といった特徴がある。それだけでなく、効率的解法は特定のパターンの解を選択することができるという性質も持っていると考えられる。この性質は、手先目標位置・姿勢軌道を関節角軌道に変換する場合には重要な性質である。しかしながら、この効率的解法は目標値によっては収束しないという問題点がある。本研究では、逐次探索法と名づけて、効率的解法を改良した方法を提案する。

3・1 逐次探索法の概要 逐次探索法は、各関節角の初期値を与えた後、

Process 1 位置が合うように $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ を修正

Process 2 姿勢が合うように $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ を修正

という2つの処理を繰り返すことによって、目標値に合うように $\theta_1, \dots, \theta_6$ の値を収束させる手法である。効率的解法では、Process 1, Process 2 で位置、姿勢を目標値に一致させるようにしているが、本研究では、Process 1, Process 2 において修正重み W_p, W_o を用いて修正量を設定する仕組みになっている。 $W_p = 1, W_o = 1$ のとき効率的解法と同じ処理になるが、適切な修正重みを設定することによって、効率的解法では収束できなかった場合についても収束できるようになる。これをフローチャートで表すと Fig.3 となる。

次節から、Process 1, Process 2 の詳細を述べる。

Fig.3 Flow chart of the Method of Sequential Retrieval

3・2 Process 1 Process 1 は $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ を修正して手先位置を目標値に合わせる処理で、Fig.3 のように Process 1.1 と Process 1.2 の2つに分けられる。フローチャートではその間に収束判定が入っているが、ここでは収束判定の部分は省いて説明する。

前半の Process 1.1 では、まず順運動学 Λ_{6p} を用いて $\theta_1, \dots, \theta_6 = \theta_1[k], \dots, \theta_6[k]$ のときの位置座標を計算する。ワールド座標系 Σ_0 を基準とした手先座標系 Σ_{S7} の同次変換行列 ${}^0A_{S7}$ は、隣り合う座標系の変換行列の積で表すことができるので、順運動学は式 (11) で計算できる。このうち位置座標は式 (5) に示すように、 ${}^0A_{S7}$ の内の ${}^0p_{S7}$ をとれば良い。

$$\begin{aligned} {}^0A_{S7} &= {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 {}^6A_{S7} \\ &= {}^0A_{S1} {}^1A_1 {}^1A_{S2} {}^2A_2 {}^2A_{S3} {}^3A_3 {}^3A_{S4} \\ &\quad {}^4A_4 {}^4A_{S5} {}^5A_5 {}^5A_{S6} {}^6A_6 {}^6A_{S7} \end{aligned} \quad (10)$$

次に、目標位置との差 Δp_{S7} を計算する。これに重み W_p を

かけて、現行の位置 ${}^0p_{S7}[k]$ に加えることで、新たに修正された点 ${}^0p_{S7}[k+1]$ を作る。そして手先位置を ${}^0p_{S7}[k+1]$ に合わせるように、3自由度の位置の逆運動学 Λ_{3p}^{-1} を用いて $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の値を計算する。Process 1 では $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ は固定値なので、 ${}^3p_{S7}$ をひとつのリンクとみなして3自由度の逆運動学を計算する。

以下にその詳細を示す。

$$\begin{bmatrix} {}^3x_7 \\ {}^3y_7 \\ {}^3z_7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3p_{S7} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 {}^6A_{S7} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = {}^0p_{S7ref} \quad (12)$$

とすると、以下の計算によって Table 2 に示す4つの解を得る。式 (19) を計算するとき θ_1 を先に計算しておく必要があるが、Table 2 の θ_1 のどれを使っても y_{r2} は同じ値になるので、どれか一つを選んで代入すればよい。

$$L_{x_r y_r} = \sqrt{x_r^2 + y_r^2} \quad (13)$$

$$\theta_{y_r/x_r} = \arctan2(y_r, x_r) \quad (14)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{{}^3x_7}{L_{x_r y_r}} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

$$L_{z_7 y_7} = \sqrt{{}^3z_7^2 + {}^3y_7^2} \quad (16)$$

$$\theta_{y_7/z_7} = \arctan2({}^3y_7, {}^3z_7) \quad (17)$$

$$z_{r2} = z_r - L_1 \quad (18)$$

$$y_{r2}^2 = (-x_r \sin \theta_1 + y_r \cos \theta_1)^2 \quad (19)$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{y_{r2}^2 + z_{r2}^2 - L_{z_7 y_7}^2 - L_2^2}{2L_{z_7 y_7} L_2} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (20)$$

$$L_{fe} = \sqrt{y_{r2}^2 + z_{r2}^2} \quad (21)$$

$$\theta_{e/f} = \arctan2(-L_{z_7 y_7} \sin \beta, L_{z_7 y_7} \cos \beta + L_2) \quad (22)$$

$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{z_{r2}}{L_{fe}} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (23)$$

ただし、

$$\arctan2(y, x) = \begin{cases} \tan^{-1}(y/x) & \text{if } x > 0 \\ \text{sign}(y)\pi/2 & \text{if } x = 0 \\ \tan^{-1}(y/x) + \pi & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (24)$$

Table 2 Four solutions of 3-DOF position inverse kinematics

No.	1	2	3	4
θ_1	$\alpha + \theta_{y_r/x_r}$	$\alpha + \theta_{y_r/x_r}$	$-\alpha + \theta_{y_r/x_r}$	$-\alpha + \theta_{y_r/x_r}$
θ_2	$\gamma + \theta_{e/f}$	$\gamma - \theta_{e/f}$	$-\gamma + \theta_{e/f}$	$-\gamma - \theta_{e/f}$
θ_3	$\beta + \theta_{y_7/z_7}$	$-\beta + \theta_{y_7/z_7}$	$\beta + \theta_{y_7/z_7}$	$-\beta + \theta_{y_7/z_7}$

3・3 Process 2 Process 2 は $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ を修正して姿勢を合わせる処理で、その流れは Process 1 と同様であるので、細かい説明は省く。留意する点としては、第1に、Process 2 で用いる姿勢表現(記号 O で書かれている)は全て2・4節で述べた表現方法であること。第2に、Process 1 で $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の値が修正されているので、再度順運動学を計算する必要があること。第3に、姿勢の逆運動学には2通りの解があること。以上の3つである。以下は姿勢の逆運動学の具体的な計算方法である。

$${}^0e_{4z} = {}^0R_1 {}^1R_2 {}^2R_3 {}^3R_{S4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$${}^0e_{6z} = {}^0E_{S7ref} {}^6R_{S7}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \end{bmatrix} = \frac{{}^0e_{4z} \times {}^0e_{6z}}{|{}^0e_{4z} \times {}^0e_{6z}|} \quad (27)$$

$$\alpha = \arctan2(d_{1y}, d_{1x}) \quad (28)$$

$${}^S4R_4 = R_z(\alpha) \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} d_{2x} \\ d_{2y} \\ d_{2z} \end{bmatrix} = ({}^0R_{S4} {}^S4R_4 {}^4R_{S5})^{-1} {}^0e_{6z} \quad (30)$$

$$\beta = \arctan2(d_{2y}, d_{2x}) \quad (31)$$

$${}^S5R_5 = R_z(\beta) \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} d_{3x} \\ d_{3y} \\ d_{3z} \end{bmatrix} = ({}^0R_{S5} {}^S5R_5 {}^5R_{S6})^{-1} {}^0e_{7z} \quad (33)$$

$$\gamma = \arctan2(d_{3y}, d_{3x}) \quad (34)$$

Table 3 Two solutions of 3-DOF orientation inverse kinematics

No.	1	2
θ_4	α	$\alpha + \pi$
θ_5	β	$\pi - \beta$
θ_6	γ	$\gamma + \pi$

3・4 収束判定 収束判定は、 $|\Delta p_{S7}| < t_p$ かつ $|\Delta O_{S7}| < t_o$ が成り立ったとき収束したと見なし、そのときの $\theta_1[k], \dots, \theta_6[k]$ を解とする。

3・5 解の分類 3自由度の位置の逆運動学は4つ (Table 2), 3自由度の姿勢の逆運動学は2つ (Table 3) の解が存在するが、Fig.3の Λ_{3p}^{-1} や Λ_{3o}^{-1} は、その内1つずつの解だけ使っているため、一回の収束で得られるのは1つの解だけである。

それぞれの解の番号を $N_{3p} (\in \{1, 2, 3, 4\})$, $N_{3o} (\in \{1, 2\})$ とすると、 N_{3p} と N_{3o} の組み合わせが8通りあり、それら全てを収束演算すれば8通りの解が得られる。本論文では、RPY型の逆運動学の解の番号 N_{sol} を、 $N_{sol} = 2(N_{3o} - 1) + N_{3p}$ として、それぞれの解に1から8の番号を付けた。

3・6 数値適用例 (8通りの解を求めた例) 効率的解法では、1つの目標値に対して最大8通りの解が得られると言われているが、修正重みを用いた場合でも8通りの解が得られるかどうかを具体的な数値例で確かめる。

各リンクの長さを Table 4 に示す。

Table 4 Link length

Link No.	1	2	3	4	5	6	7	Total
L_i [m]	0	0.09	0.28	0.2	0.085	0.1	0.08	0.835

手先目標位置 ${}^0p_{S7ref}$, 修正重み W_p, W_o , 許容誤差 e_p, e_o , 初期関節角 $\theta_1[1], \dots, \theta_6[1]$, 目標姿勢 ${}^0O_{S7ZYZref}$ は次のように設定した。

$${}^0p_{S7ref} = \begin{bmatrix} -0.16 \\ -0.42 \\ 0.09 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} W_p = 0.7 \\ W_o = 1 \\ e_p = 0.001[\text{m}] \\ e_o = 0.01 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \theta_1[1] = 0 \\ \theta_2[1] = 0.3183 \\ \theta_3[1] = 0.3183 \\ \theta_4[1] = 0 \\ \theta_5[1] = 0.3183 \\ \theta_6[1] = 0 \end{matrix}$$

$${}^0O_{S7ZYZref} = (257, 178, 262)[\text{deg}]$$

位置の許容誤差はアーム全体の長さ0.835[m]と比べると0.12%である。また、初期関節角をこのような値に設定したのは、全ての角度が0[rad]のとき特異姿勢となり、後述する

Newton-Raphson法でヤコビ行列が計算できなくなってしまうため、Newton-Raphson法に合わせて特異姿勢を避けた初期値とした。

以上の条件で、逐次検索法によって逆運動学解を求めた。その結果、Table 5に示す8通りの解が得られた。

Table 5 Angle values[rad] of obtained solutions.

No.	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	2.7335	5.1566	4.9733	1.1615	2.9943	4.2970
2	2.7883	4.1525	1.3347	1.7191	2.7877	2.5952
3	5.9293	2.1287	4.9450	4.8632	2.7881	2.5894
4	5.8757	1.1270	1.3064	4.3039	2.9934	4.2941
5	2.6429	5.8709	4.3503	4.2479	0.2419	1.0979
6	2.5690	3.4925	1.9039	4.9814	0.5326	5.7971
7	5.7109	2.7906	4.3789	1.8398	0.5322	5.7968
8	5.7835	0.4098	1.9328	1.1061	0.2437	1.0959

3・7 数値適用例 (修正重みの値による解への収束可能性)

W_p の値によって解に収束する場合と収束しない場合がある。本節では、その例として $W_p = 1$, $W_p = 0.7$, $W_p = 0.4$ とした場合を挙げ、比較する。

リンクの長さは前節と同様 (Table 4) で、そのほかのパラメータを以下のように設定した。

$$W_p = 1, 0.7, 0.4 \quad W_o = 1 \quad e_p = 0.001[\text{m}] \quad e_o = 0.01 \quad (35)$$

今回姿勢の修正重みを $W_o = 1$ と設定したため、ここでは姿勢の誤差や収束については議論しない。なぜなら、Fig.3からわかるように、 $W_o = 1$ とすると、姿勢を目標値に一致させてからそのまま収束判定をするので、姿勢の誤差 e_o は常に0になるからである。

以上の条件で、Table 6の ${}^0p_{S7ref}$ と ${}^0O_{S7ZYZref}$ の列に示す4つの目標値について比較した。それぞれの結果をFig.4, Fig.5, Fig.6に示す。太実線は $W_p = 1$, 細実線は $W_p = 0.7$, 細破線は $W_p = 0.4$, としたときの位置の誤差の遷移である。太破線については3・8節で述べるため、ここでは説明を省く。今回は比較しやすくするために8通りの解のうち $N_{sol} = 1$ だけを選んで比較した。また、途中でグラフが切れているのは、そこで収束が完了し解が求められたことを示しており、収束したものは『○』, そうでないものは『×』でそれぞれの結果をTable 6にまとめた。

Table 6 Target values and results.

No.	${}^0p_{S7ref}$ [m]			${}^0O_{S7ZYZref}$ [deg]			Fig.	W_p			
	x	y	z	Z	Y	Z		1	0.7	0.4	Rand
1	0.11	0.10	0.31	180	288	67	4	×	○	○	○
2	-0.09	0.40	0.10	330	67	197	5	×	×	○	○
3	-0.02	0.03	0.32	332	287	47	6	○	×	×	○
4	-0.07	-0.06	0.30	47	258	74	7	×	×	×	×

まずNo.1(Fig.4)の例に注目すると、グラフからわかるように、 $W_p = 1$ の場合は途中から位置の誤差が減少せず、この後500回まで繰り返したが、これ以上誤差が減ることはなかった。それに対して $W_p = 0.7$ にした場合と $W_p = 0.4$ とした場合は、誤差はほぼ単調に減少し、それぞれ12回、19回で収束した。

No.2(Fig.5)の場合、 $W_p = 1$ と $W_p = 0.7$ の場合は解に収束しなかったのに対して、 $W_p = 0.4$ のときは収束した。No.3(Fig.6)では、 $W_p = 1$ のときだけが収束に到った。

このように修正重み W_p の値によって、ある値では収束しな

Fig.4 Result of No.1

Fig.5 Result of No.2

Fig.6 Result of No.3

Fig.7 Result of No.4

いが別の値であれば収束する場合が存在することがわかる。

3・8 修正重みの値をランダムに変化させた場合 目標値や初期値に対して最適な修正重みを選択できれば、一定の修正重みでは解に収束できない目標値に対しても収束可能になるはずである。しかし、現段階では最適な修正重みを見つけ出すことが困難であるため、本論文では、各ループ毎に W_p の値を一定範囲内でランダムに変化させる方法を検討する。

乱数の値の範囲については、Table 6 の No.2 のように W_p を低い値にした方が良く考えられる場合もあるため、範囲を広めにして 0.1 から 1 の間で変動させることにした。その結果を Fig.4,5,6 の太破線と、Table 6 の『Rand』の列に示す。この結果からわかるように、 W_p をランダムにしたとき、一定の重みでは解に収束しなかった場合についても、ランダムの重みを用いた場合は収束していることがわかる。

しかし、この手法を使っても No.4 の場合 (Fig.7) は収束しなかった。ただし、乱数を使っているため毎回全く同じ結果にはならならず、何度も同じ目標値に対して適用すると稀に収束する場合もあった。

4 逐次探索法と Newton-Raphson 法の比較

既存の代表的な手法である Newton-Raphson 法と逐次探索法の収束速度を比較し、逐次探索法の収束速度について議論する。

4・1 Newton-Raphson 法の概要⁽⁴⁾ まず、Newton-Raphson 法の概要を述べる。今回は変数として、手先位置座標 ${}^0p_{S7}$ と手先姿勢 ${}^0O_{S7}$ の合計 6 変数を選んだ。手先姿勢の表現は 2・4 節で述べた表現方法である。これらの変数をまとめて

$$\Omega = \begin{bmatrix} {}^0p_{S7} \\ {}^0O_{S7} \end{bmatrix} \quad (36)$$

とすると、Newton-Raphson 法による関節角度の修正は、逆ヤコビ行列 J^{-1} (6×6) と重み W_{NR} を用いて式 (37) で表される。

$$\theta[k+1] = \theta[k] + W_{NR} J^{-1} (\Omega_{ref} - \Omega[k]) \quad (37)$$

ヤコビ行列は $\theta_1, \dots, \theta_6$ の関数である。その具体的な数式は紙面の都合により、ここでは省略する。

4・2 収束速度の比較 リンクの長さ、初期関節角、修正重みや許容誤差は 3・6 節と同様である。

手先目標位置 ${}^0p_{S7ref}$ 、目標姿勢 ${}^0O_{S7ZYZref}$ は次のように設定した。

$${}^0p_{S7ref} = [-0.19, 0.01, -0.19]^T$$

$${}^0O_{S7ZYZref} = (24, 266, 126)[deg]$$

Newton-Raphson 法は、数通りの修正重み W_{NR} に対して計算を行った。その中で最も収束の速かった、 $W_{NR} = 0.9$ としたときの位置の誤差の遷移を比較した。その結果を Fig.8 に示す。太一点鎖線が Newton-Raphson 法である。この結果より、逐次探索法は逆運動学の効率的解法よりは遅いものの、Newton-Raphson 法と比べると収束が速いことがわかる。Newton-Raphson 法は途中から収束に向かうが、スタート直後はほとんど誤差が減少していない。一方逐次探索法は、スタート直後から誤差が減少し、収束に向かっている。

この例以外の目標値に対しても、多くの場合逐次探索法の方が収束速度において優れていることを確認した。

Fig.8 Position error

5 まとめ

本論文は、RPY 型ロボットアームの逆運動学の解を求めることを目的とし、その解決法として逐次探索法を提案し、以下の成果を挙げた。

- 逐次探索法で最大 8 通りの解を得られることを確認した。
- W_p がある値のときは解が求められなかった場合、別の値を用いることによって解が求められる例を示した。
- W_p の値を繰り返し毎にランダムに変動させることによって、より多くの目標値に対して解が求められるようになった。
- Newton-Raphson 法と収束速度を比較することによって、逐次探索法の収束の速さを示した。

今後の課題として以下に挙げる項目がある。

- 目標値や計算過程に対応した適切な修正重みを見つける。
- 解の有無を事前に予測する。

文 献

- (1) 高野政晴, 詳説 ロボットの運動学, オーム社, 2004
- (2) 黄慶九, 斉藤邦彦, 野波健蔵, 6 自由度マニピュレータ手先の位置・姿勢・力・モーメントのハイブリッド制御, 第 9 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, pp481-486, 2005
- (3) 遠山茂樹, 機械のダイナミクス—マルチボディ・ダイナミクス—, コロナ社, 1993
- (4) 小野京右, メカトロニクス時代の機械力学, 培風館, 1999