657 材料の弾塑性特性に応じた衝撃のゲインスケジュールド制御

Gain-Scheduled Control of Shock in Accordance with Elast-Plastic Characteristic of Material

○正 王 徳彰 (千葉大) 正 西村 秀和 (千葉大) 正 下郷 太郎 (慶應大)

Dezhang WANG, Graduate School of Science and Technology, Chiba University, Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba, 263-8522
 Hidekazu NISHIMURA, Chiba University, ibid
 Taro SHIMOGO, Keio University

In this paper we deal with the active control of shock caused by the collision between two objects so as to make the deformation of shock-receiving object large and deformation of shock-giving object small. Because the shock-receiving object deforms elast-plastically, we apply gain-scheduled (GS) control to overcome the discontinuous input when the deformation of shock-receiving object change from the elastic range to plastic range. Moreover we utilize varying gain of a frequency weighting function in order to improve performance of shock control. Evaluation index of effectiveness of control is the plastic deformation ratio between the two objects. By carrying out experiment, it is verified that the GS controller designed is effective for active control of shock.

Key Words : Active Control, GS Control, plastic deformation ratio

A1. はじめに

二つの物体が衝突する際、衝突面にアクチュエータを挿入してシステムの状態を制御することにより、各物体に生じる変形に融通性をもたせる衝撃制御が考えられる。このような衝撃制御は、塑性加工やスポーツ工学、乗り物などへの応用が考えられる。

下郷らは、力の伝達の割合を二物体の変形比ととらえ、最適レギュレータによりその最大化が可能となることをシミュレーションにより示した。著者らは同モデルに基づきアクティブ衝撃制御の実証試験を行った。そこではカルマンフィルタによる状態推定に基づく LQI (Linear Quadratic Integral) 制御と H_∞ 制御をそれぞれ用い、衝撃のアクティブ制御が実現可能であることを実証している。

上に述べた H_∞ 制御では、弾性変形領域から塑性変形領域に移ると同時に制御器を切り換えていたため、不連続の制御入力を生じていた。本論文では、滑らかな制御入力を求めるために、ゲインスケジュールド制御を適用する。そして衝撃を受ける物体の変形を大きくし、衝撃を与える物体の変形量を小さく抑えるための衝撃制御系設計について検討する。

A2. 制御対象と GS 制御

衝撃制御モデルを Fig.A1 に示す。衝撃を与えられる物体 B は質量 m_1 と弾塑性変形を生じるステンレスリングからなる。これに水平方向にアクチュエータ m_2 と質量 m_3 および線形ばね k_3 からなる物体 A を衝突させ、その衝撃力で物体 B に変形を与える。アクチュエータには速度サーボ型リニアモータを用いる。本論文では、ゲインスケジュールド制御を適用し、衝撃を受けるステンレスリングの弾塑性変形特性に応じて、変動する重みを用いることによって、衝撃アクティブ制御の効果を検討する。

A3. 塑性変形率と実験結果

制御効果を検討するために、塑性変形率（物体 B のステンレスリングの最大塑性変形量 $x_{1\max} - x_a$ と物体 A のばね k_3 変形量の絶対最大値 $|y_{2\max}|$ の比）を定義した。そして、制御系を設計するとき、弾塑性変形特性に応じて、変動する重みを用い、また衝撃を受けるステンレスリングの特性変化を設計パラメータとして検討した結果、以前に行った H_∞ 制御より大きな塑性変形率を得た。このときのシミュレーションと実験結果を Fig.2 に示し、(a) はステンレスリングの変形、(b) は物体 AB 間の

Fig.A1 Dynamical model

Fig.A2 Experimental results of time history response

変位 y_1 , (c) は物体 A のばね k_3 の変形、(d) は制御入力である。(d) に示すように制御器が切り替わっても、制御入力は滑らかに変化することが確認できる。

A4. おわりに

制御系設計の重みに変動パラメータを与え、GS 制御を適用することにより、滑らかに制御入力を切り替える制御器を求め、 H_∞ 制御より大きな塑性変形率を得た。

1. はじめに

二つの物体が衝突する際、各物体に生じる変形や内部応力を小さくするためには、通常その衝突面に緩衝材を挿入する。しかし、緩衝材の代わりに、アクチュエータを挿入してシステムの状態を制御することにより、各物体に生じる変形に融通性をもたせる衝撃制御が考えられる。このような衝撃制御は、塑性加工やスポーツ工学、乗り物などへの応用が考えられる。

下郷らは、力の伝達の割合を二物体の変形比ととらえ、最適レギュレータによりその最大化が可能となることをシミュレーションにより示した⁽¹⁾。著者らは同モデルに基づきアクティブ衝撃制御の実証試験を行った⁽²⁾。そこではカルマンフィルタによる状態推定に基づくLQI(Linear Quadratic Integral)制御と H_∞ 制御をそれぞれ用い、数値シミュレーションと制御実験による応答結果に整合性があることから、衝撃のアクティブ制御が実現可能であることを実証している。

また、著者らは終端状態制御を用い、衝撃を与える物体の変形を抑えながら、衝撃を受ける物体の弾塑性変形量ある目標値に到達させるための入力を求めた。そして、得られたフィードフォワード入力を用いて数値シミュレーションと実験を行い、エネルギー収支の考察、接触剛性と終端時間、目標変形量、制御入力の振幅の制約などの関係を明らかにした⁽³⁾。さらに、著者らは衝撃を与える物体から衝撃を受ける物体にエネルギーを一方向的に伝達するための入力を求め、いわゆる力学的半導体を実現する条件を検討した⁽⁴⁾。

文献[2]で設計した H_∞ 制御では、弾性変形領域から塑性変形領域に移ると同時に制御器を切り換えていたため、制御入力が不連続になっていた。本論文では、滑らかな制御入力を求めるために、ゲインスケジュード制御を適用する。そして衝撃を受ける物体の変形を大きくし、衝撃を与える物体の変形量を小さく抑えるための衝撃制御系設計について検討する。

2. 衝撃制御モデルと実験装置

2.1 モデリング 制御対象の模式図をFig.1に示す。このモデルには、次のような仮定をおいている。

- (1) 物体A, Bは共に1自由度系とする。
- (2) 物体の変形に伴う粘性減衰は省略する。
- (3) 物体Bの弾塑性変形特性は双線形とする。
- (4) 衝突面の変形特性は線形とする。

衝撃を与えられる物体B (Fig.1) では、質点 m_1 と固定壁との間に、弾塑性変形特性を有する要素を挿入している。 $x_1 = x_a$ で弾性変形領域から塑性変形領域へ遷移するものとして、ばね定数 k_0 , k_1 およびクーロンドンパ f_r の関係を応力-たわみ線図 (Fig.2) に示す。これに水平方向から物体Aを衝突させ、その衝撃力で物体Bに変形を与える。物体Aはアクチュエータ m_2 とこれにばね k_3 で弾性結合された質点 m_3 とから構成され、衝突面のばね定数は k_2 とする。

Fig.1の運動方程式を導くと式(1)となる。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 - P + k_2(z - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_2(z - x_1) + k_3(x_3 - x_2) \\ m_3 \ddot{x}_3 &= -k_3(x_3 - x_2) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 x_1 , x_2 , x_3 は各質点の絶対変位、 z はアクチュエータ先端の絶対変位を表す。双線形特性を表す式(1)の P は、弾性変形領域と塑性変形領域で次のとおりとなる。

$$\begin{aligned} x_1 \leq x_a : P &= k_0 x_1 \\ x_1 > x_a : P &= k_0 x_a = f_r \end{aligned}$$

Fig.1 Dynamical model

Fig.2 Load-deflection characteristic of object B

速度サーボ型アクチュエータを用いる場合、そのストロークを $y_a = z - x_2$ 、アクチュエータへの入力電圧を u 、速度ゲイン定数を a とすると、特性式は式(2)となる。

$$\dot{y}_a = au \quad (2)$$

状態変数ベクトル

$$x = [x_1, y_1, y_2, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{y}_2, z]^T \quad (3)$$

ただし、 $y_1 = x_1 - x_2$, $y_2 = x_2 - x_3$, $y_a = y_1 + z - x_1$ を用いると、以下のように、弾性変形領域と塑性変形領域で異なる状態方程式と出力方程式が得られる。

$x_1 \leq x_a$:

$$\dot{x} = A_l x + Bu + E_l, \quad y = Cx = [y_1 \quad y_a \quad y_2]^T \quad (4)$$

$x_1 > x_a$:

$$\dot{x} = A_n x + Bu + E_n, \quad y = Cx = [y_1 \quad y_a \quad y_2]^T \quad (5)$$

ここで、

$$A_* = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ A_{1*} & A_2 & A_3 \end{bmatrix}, \quad * = l, n,$$

$$A_{1*} = \begin{bmatrix} A_{11*} & 0 & 0 \\ A_{21*} & 0 & \frac{k_3}{m_2} \\ \frac{k_2}{m_2} & 0 & -\frac{k_3}{m_2} - \frac{k_3}{m_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \frac{k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\begin{cases} A_{11l} = -\frac{k_0 + k_1 + k_2}{m_1} \\ A_{21l} = -\left(\frac{k_0 + k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{11n} = -\frac{k_1+k_2}{m_1} \\ A_{21n} = -\left(\frac{k_1+k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) \end{cases}$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ a]^T,$$

$$E_l = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$E_n = [0 \ 0 \ 0 \ -f_r/m_1 \ -f_r/m_1 \ 0 \ 0]^T$$

2.2 実験装置 Fig.1に対応させて設計・製作した実験装置の写真を Fig.3に、その概要を Fig.4に、諸元を Table 1 に示す。衝撃制御を行うアクチュエータには速度サーボ型を用いる。アクチュエータの性能は定格推力 300 N (瞬時 700 N)、ストローク長 35 mm、最高速度 2 m/s である。アクチュエータストローク y_a は内蔵するエンコーダで検出することができる。Fig.3 では隠れて見ることができないが、物体 A に速度 $S_0 = 0.2$ m/s を与えるための駆動モータが物体 A を支持するリニアベアリング下に設置されている。この駆動モータの最大推力は 200 N、定格速度は 0.5 m/s である。物体の変位を検出するためのレーザー変位計は基準距離 40 mm、測定レンジ ± 10 mm、分解能 $2 \mu\text{m}$ である。衝撃による伝達力 f を検出するためのひずみゲージ式ロードセンサの容量は 500 N である。また、衝突面の接触剛性 k_2 には線径 3 mm、自然長 50 mm、内径 15 mm、巻数 10 のコイルばねを用い、物体 A のばね k_3 には線径 10 mm、自然長 100 mm、内径 33 mm、巻数 7 のコイルばねを用いている。

物体 B の弾塑性変形特性に双線形特性をもたせるため、ステンレスリングを用いた。リング形状は外径 50 mm、内径 47

Fig.3 Photograph of experimental setup

Fig.4 Schematic diagram of experimental setup

Table 1 Parameters of experimental setup

m_1	4.7 kg	k_2	2.6×10^4 N/m
m_2	14.1 kg	k_3	7×10^4 N/m
m_3	4.6 kg	S_0	0.2 m/s

Fig.5 Load-deflection curve of stainless ring

Table 2 Parameters of stainless ring for controller design

k_0	2.8×10^4 N/m	f_r	140 N
k_1	1.8×10^3 N/m	x_a	5 mm

mm、幅 3 mm とした。この特性を正確に把握するため、試験機を用いてステンレスリングの圧縮実験を行った。変形速度を 500, 1000 mm/min とした時の材料荷重-たわみ曲線を Fig.5 の一点鎖線と破線に示す。衝突速度 0.2 m/s の場合について、実験結果より推定した曲線を実線で示す。たわみ 5 mm で塑性変形に入るもの推定し、ばね定数 k_0 , k_1 およびクーロンダンパ f_r の値を Table 2 に示すとおり定めた。

3. ゲインスケジュールド制御の適用

3.1 変動パラメータ依存モデルの導出 式 (4), (5) の A_l , A_n の変化する部分は次のように一列目となる。

$$A_l = \begin{bmatrix} 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ -\left(\frac{k_0}{m_1} + \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1}\right) & \cdots \\ -\left(\frac{k_0}{m_1} + \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) & \cdots \\ \frac{k_2}{m_2} & \cdots \\ 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ -\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1}\right) & \cdots \\ -\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) & \cdots \\ \frac{k_2}{m_2} & \cdots \\ 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

また、 E_l , E_n は次のように 4, 5 要素が変化する。

$$E_l = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$E_n = \left[0 \ 0 \ 0 \ -\frac{k_0}{m_1}x_a \ -\frac{k_0}{m_1}x_a \ 0 \ 0\right]^T$$

ここで、ばね係数 $k_0 = 2.8 \times 10^4$ N/m を変動パラメータ p とおくと、制御対象を変動パラメータ依存システムとして以下のような状態方程式で表現することができる。

$$\dot{x} = A(p)x + E(p) + Bu \quad (6)$$

$$p \in [0 \quad 2.8 \times 10^4 \text{ N/m}]$$

$$A(p) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ 0 & \cdots \\ -(\frac{p}{m_1} + \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1}) & \cdots \\ -(\frac{p}{m_1} + \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}) & \cdots \\ \frac{k_2}{m_2} & \cdots \\ 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

$$E(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\frac{p}{m_1} - \frac{k_0}{m_1})x_a & (\frac{p}{m_1} - \frac{k_0}{m_1})x_a & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

変動パラメータ p は弾性変形領域で $p_{\max} = 2.8 \times 10^4 \text{ N/m}$ 、塑性変形領域で $p_{\min} = 0$ となる。さらに式 (6) は

$$\dot{x} = (A_0 + pA_1)x + (E_0 + pE_1) + Bu \quad (7)$$

と変形できる。ここで A_0, E_0 は A, E から変動パラメータに対して独立な成分のみを取り出した行列であり、 A_1, E_1 は p に依存する成分を取り出した行列である。以上の手順により変動パラメータ依存モデルができた。得られたモデルの変動パラメータの最大値、最小値に対応した端点モデルの周波数応答のゲインを Fig.6, Fig.7 に示す。

3.2 変動パラメータに依存する重みを用いる GS 制御系設計 前節で作成した変動パラメータ依存モデルに対して、LMI に基づく GS 制御を適用する。Fig.8 に制御系設計に用いた一般化プラントを示す。GS 制御器へのフィードバック信号は質点

Fig.6 Frequency response of controlled object in elastic range ($p = p_{\max}$)

Fig.7 Frequency response of controlled object in plastic range ($p = p_{\min}$)

Fig.8 Generalized plant

m_1 と m_2 の間の相対変位 y_1 のみとする。これに加えて物体 A における相対変位 y_2 とアクチュエータストローク y_a を評価する。Fig.8 の C, C_s は

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_s = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

となる。制御対象の入力端に加わる外乱 w_1, w_2 から出力 z_1 までの整定関数には周波数重み関数 $W_s(p) = \text{diag}[w_{s1}, w_{s2}, w_{s3}]$ を、また、モデル化誤差に対するロバスト安定性については周波数重み関数 W_t を用いて評価する。

質点間の相対変位 y_1, y_2 を抑えるため、これらに対する重み関数 w_{s1}, w_{s3} のゲインを大きくし、アクチュエータストローク y_a については、制約を緩めるため重み関数 w_{s2} のゲインを小さくした。また、以前に行った LQI 制御と H_∞ 制御により、塑性変形領域に入ったあと、制御入力を小さくして物体 A の慣性に任せた方がより塑性変形率が大きくなることから、重み w_{s1} のゲインに変動パラメータを与えて、塑性変形領域の制御器のゲインを下げる工夫を施す。すなわち、重み w_{s1} を次のように与える。

$$w_{s1}(s) = \frac{1.5 \times 10^4 \times \bar{p}/k_0}{s^2 + 1.41s + 1},$$

$\bar{p}$ を弾性変形領域で大きい値に、塑性変形領域で小さい値に設定すれば、塑性変形領域でゲインが低い制御器が求められる。また重み関数 w_{s2}, w_{s3}, W_t を次のように与えた。

$$w_{s2}(s) = 90 \frac{0.001s + 1}{100s + 1},$$

$$w_{s3}(s) = \frac{2.5 \times 10^4}{s^2 + 70.7s + 2.5 \times 10^3},$$

$$W_t(s) = 7.25 \times 10^{-4} \frac{s^2 + 0.141s + 10^{-2}}{s^2 + 1.41 \times 10^4 s + 10^8}$$

Fig.9 に周波数重み関数を示す。物体 A の変形 y_2 を抑えるため、 w_{s3} の帯域を広くとっている。なお、外乱 w_3 は仮想的な観測ノイズで H_∞ 標準問題に必要な仮定を満たすために導入しており、 $W_n = 0.1$ とした⁽⁶⁾。

4. シミュレーション結果

H_∞ 制御では、弾塑性変形領域でそれぞれ制御対象を線形モデルとして制御系を設計し、安定な制御器を求めることができた。しかしながら、GS 制御では、弾塑性変形領域に対して、同

Fig.9 Frequency weighting functions

時に閉ループ系を安定にする制御器を求めることとなるが、結果として、安定な制御器を見出すことはできなかった。また、変動パラメータ p の範囲を $p \in [0 \ 2.8 \times 10^4 \text{ N/m}]$ とした場合、求められた制御器のゲインは低く、アクチュエータの出力が小さいため、ステンスリングの変形が塑性変形領域に入らなかった。これはパラメータの変動幅が広すぎるためと考えられる。以前に行った H_∞ 制御の時の塑性変形率 (2.98) (塑性変形率: 衝撃を受ける物体 B の塑性変形量と衝撃を与える物体 A の弾性変形量の比 $\frac{x_{1\max} - x_a}{y_{2\max}}$) より大きい値を得るために、 $p_{\min}$ の値を設計パラメータとして検討した。まず $p_{\min}$ の値をできるだけ小さくするために、Fig.8に示すように外乱 w_2 と $E(p)$ の間に 1 より小さいゲイン W_e を入れて $E(p)$ の変動を緩やかにする。 W_e の値を 0.8 とした結果、 $p_{\min}=4500 \text{ N/m}$ の時に塑性変形率が 3.11 となった。

対応する制御器のボード線図のゲインを Fig.10 に、シミュレーションの結果を Fig.11 に示す。(a) は物体 B のステンスリングの変形、(b) は質点 m_1 と質点 m_2 の相対変形、(c) は物体 A のばね変形、(d) はアクチュエータのストローク、(e) は接触力 f 、(f) は制御入力である。このときのステンスリングの特性は Fig.12 の荷重-たわみ曲線の破線のようにになる。また、比較するために、 H_∞ 制御のシミュレーション結果を Fig.13 に示す。 H_∞ 制御では、弾性変形領域から塑性変形領域に移る際、制御器が切り替えるため、Fig.13(f) に示すように制御入力が不連続になる。これに対して、Fig.11(f) に示すように GS 制御の場合、制御入力は弾性変形領域から塑性変形領域への遷移が滑らかになっていることが確認できる。また、 H_∞ 制御に比べ、GS 制御は応答時間が短く、制御入力の振幅が大きいことを示している。文献 (3) では、応答時間が長い方が塑性変形率を大

Fig.10 Gain diagram of GS controllers

Fig.11 Simulation results of time history response by GS controller (Deformation ratio: 3.11)

Fig.12 Load-deflection curve of stainless ring ($p_{\min}=4500 \text{ N/m}$)

きくすることができるという結論を得ているが、GS 制御の場合、 H_∞ 制御よりも応答時間が短いにもかかわらず、塑性変形率を大きくできる。

5. 制御実験

設計した GS 制御器は不安定であったため、フィードバック信号 y_1 にノイズが含まれると、閉ループ系は不安定になってしまう。このため、Fig.14 に示すように Simulink を用いて閉ループ系シミュレーションのループから制御入力をオンラインで生成するブロックを DSP 内に構築した。塑性変形領域に入ったかどうかはオンラインでレーザー変位計出力 x_1 から判断する。ブロック内の各スイッチは $x_1 < x_a$ のとき、信号は上を、 $x_1 > x_a$ のとき、信号は下を通るように切り換える。Fig.11 のシミュレーション結果に対応する制御実験結果を Fig.15 に示す。シミュレーション結果と良い整合性があることがわかる。

Fig.13 Simulation results of time history responses by H_∞ controllers (Deformation ratio: 2.98)

Fig.15 Experimental results of time history response by GS controller (Deformation ratio: 3.11)

6. まとめ

二物体間にアクチュエータを挿入し、衝撃を与えられる物体に塑性変形を生じさせる制御系を設計した。そしてゲインスケジュールド制御を適用することによって滑らかに制御器を切り換えられることを示した。制御系設計の重みに変動パラメータを与えた上で、衝撃を受ける物体の変形を大きくし、衝撃を与える物体の変形量を小さく抑えるための衝撃制御系設計を検討し、従来の H_∞ 制御の場合より大きな塑性変形率を得た。また設計した GS 制御器は不安定であったため、Simulink を用いて閉ループ系シミュレーションのループから制御入力をオンラインで生成するブロックを DSP 内に構築した。実験を行った結果、シミュレーション結果と良い整合性のある実験結果を得た。

文 献

- (1) 下郷, 川島, 住, 衝撃制御に関する研究 (一方向への衝撃伝達), 日本機械学会 D&D2001 講演論文集, 529.pdf, (2001)
- (2) 王, 西村, 下郷, 衝撃のアクティブ制御 (LQI 制御と H_∞ 制御の適用), 日本機械学会論文集 (C 編), vol.71, No.704, pp.1223-1230, 2005
- (3) 王, 西村, 下郷, 天野, フィードフォワード入力による衝撃のアクティブ制御, 日本機械学会論文集 (C 編), vol.71, No.710, pp.2912-2919, 2005
- (4) Hidekazu Nishimura, Dezhang Wang, Yoichi Amano, and Taro Shimogo, Active Control of Shock, 2005 ASME International Design Engineering Technical Conferences, DETC2005-85623, 2005
- (5) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J., Chilali, M.: LMI Control Toolbox, For Use with MATLAB, The MATHWORKS Inc.1995
- (6) 野波, 西村, 平田, MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局 (1998)

Fig.14 Signal flow of control experiment