505 不連続ばね特性を用いた非線形回転軸系の制振

Vibration Suppression of Nonlinear Rotor Utilizing Discontinuous Spring Characteristics

正 劉 軍 (名 大), 正 石田 幸男 (名 大), ○ 松浦 友紀 (名大院)

Jun LIU, Nagoya University, 1 Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-8603

Yukio ISHIDA, Nagoya University

Yuki MASTUURA, Nagoya University, Graduate Student

In practical rotating machinery, the nonlinear spring characteristics appear due to various causes. As the results, the resonances occur in various rotational speeds in addition to the vicinity of the major critical speed. In the passive vibration control method, it is difficult to adjust system parameters which satisfy the optimal vibration suppression condition in the whole rotational speed. In the active vibration method, using control devices are usually complicated and costly. This paper shows the method utilizing discontinuous spring characteristics, which was proposed to suppress the harmonic resonance at the major critical speed in a linear rotor system, is also effective to suppress nonlinear resonances. The vibration suppression of the harmonic resonance and the subharmonic resonance of order 1/2 are studied. However, some problems exist when this method is applied in a nonlinear rotor system. The validity of the proposed method is also verified by experiments.

Key Words: Jeffcott Rotor, Discontinuous Springs Characteristics, Vibration Suppression, Nonlinear Vibration, Subharmonic Oscillation

A1. まえがき

実際の回転軸系では、様々な原因により非線形ばね特性をもつことが多く、その結果、主危険速度付近の共振に加え、いろいろな回転速度で非線形共振も現れる。本研究では、不連続ばね特性を利用して非線形共振を抑える際の問題点を振動をとを明らかにする。

A2. 理論モデルと運動方程式

理論モデルを図 A1 に示す。両端を支持された質量の無い弾性軸の中央に円板が取り付けられているたわみ振動系を考える。軸系のクリアランスに起因して非線形特性が現れるとすると、無次元表示の運動方程式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + c_1 \dot{x} + x + N_x &= e\omega^2 \cos \omega t + F_{2x} + D_{2x} \\ \ddot{y} + c_1 \dot{y} + y + N_y &= e\omega^2 \sin \omega t + F_{2y} + D_{2y} \\ F_{2x} &= -k_{2x}x, D_{2x} = -c_2 \dot{x}, \\ F_{2y} &= -k_{2y}y, D_{2y} = -c_2 \dot{y}, & (r > \delta) \\ F_{2x} = F_{2y} = D_{2x} = D_{2y} &= 0, & (r < \delta) \end{aligned} \right\} \quad (A1)$$

ここに、 N_x , N_y は軸系による非線形特性、 F_{2x} , F_{2y} と D_{2x} , D_{2y} は、それぞれ補助ばねの復元力と減衰力を表す。

A3. 理論解析と数値シミュレーション

図 A2 に、不連続ばね特性を利用したときの数値シミュレーション結果を示す。主共振だけではなく、1/2 分数調波共振も抑えられていることが分かる。

Fig.A1 Rotor model

Fig.A2 Case with the clearance $\delta=0.15$

1. まえがき

実際の回転軸系では、様々な原因により非線形ばね特性をもつことが多く、たとえば、機械の組み立て誤差、軸受のたがおよび油膜などの原因により非線形ばね特性を持つ。その結果、主危険速度付近の共振に加え、いろいろな回転速度で非線形共振が現れる。山本ら⁽¹⁾⁻⁽³⁾と石田ら⁽⁴⁾は、回転機械で単列深溝玉軸受に起因する非線形現象を解析し⁽¹⁾、1/2 次分数調波振動⁽²⁾、和差調波振動⁽³⁾と超次分数調波振動⁽⁴⁾などの非線形現象を報告した。Tondl⁽⁵⁾はジャーナル軸受の油膜に起因する非線形振動について調べている。一方、Ehrich は、ジェットエンジンのスクイズフィルムダンパ軸受による非線形性によって発生した分数調波振動⁽⁶⁾、カオス振動⁽⁷⁾に関する研究をした。

非線形共振を抑えるためには、まず、バランシングにより振動の原因である不つりあいを取り除く必要がある。それでも振動が発生する場合には何らかの制振法が必要となる。線形系に対しては各種のパッシブ制振法とアクティブ制振法が提案されているが、非線形共振に適用できる方法は少ない。非線形共振を抑えるためもっとも広く使われている制振法は、スクイズフィルムダンパ軸受⁽⁸⁾による制振である。しかし、この方法は軸受が複雑になり、また給油装置が必要となる。井上ら⁽⁹⁾は、外乱オブザーバ理論⁽¹⁰⁾を利用して非線形回転軸の制振を行ったが、このようなアクティブ制振法は、モデリングの段階で実際の系と数学モデルの間のパラメータ誤差、無視された電磁力の非線形性があり、また、装置を複雑化し、費用もかかる。

本研究では、著者らが提案した不連続ばね特性⁽¹¹⁾⁻⁽¹⁴⁾を用いた簡便なパッシブ制振法は非線形振動（主共振と1/2 次分数調波振動）にも有効であるが、線形系ではない問題点を含むことを明らかにする。さらに、その制振効果を数値シミュレーションおよび実験によって確認した。

2. 理論モデルと運動方程式

2.1 理論モデル 理論モデルを図1に示す。両端で支持された質量の無い弾性軸の中央に円板が取り付けられている2自由度たわみ振動系を考える。軸は鉛直に支持されているので重力は考慮しない。上下軸受の中心を結んだ線に z 軸、円板がふれまわる平面内に x, y 軸をとった直交座標系 $O-xyz$ を設定する。円板の形心を $M(x, y)$ 、重心を $G(x_G, y_G)$ とする。円板の静不つりあいは e 、軸の回転速度 ω とする。軸上に制振用の玉軸受を設置する。 m を円板とこの玉軸受の質量、 c_1 を系の減衰係数、 k_1 を弾性軸のばね定数とする。この玉軸受の外輪の外側からクリアランス δ だけ離れて補助リングを設け、その外側の x, y 方向でばね定数 k_2 の補助ばねと減衰係数 c_2 の補助ダンパによって支える（以下では、簡単のため、これは二

Fig.1 Theoretical model

Fig.2 Schematic part A

つの要素を設置した状態でも文中では補助ばねを設置と記す）。図1のA領域の詳細を図2に示す。

2.2 非線形ばね特性 本研究では、図1の上端を複列自動調心玉軸受、下端を単列深溝玉軸受で支持する。そして単列深溝玉軸受による支持のたがにより、弱い非線形性を生じるものとする。円板の形心を極座標 $M(r, \theta)$ 、ただし、 $x = r \cos \theta$ と $y = r \sin \theta$ とする。非線形では、ばねによるポテンシャルエネルギーは $V = 1/2 r^2$ となる。いま、回転軸系の非線形ばね特性は、2 次元的分布をしているとして考える。ここでは、実際の系で表れ易い等方性の対称非線形特性と半径 r は一定で平衡点周りを1周したときに一回変化する非対称非線形特性を考える。このとき非線形項によるポテンシャルエネルギー V_n を次のように表す⁽¹⁵⁾。

$$V_n = \beta^{(0)} r^4 + \epsilon^{(1)} \cos(\theta) r^3 \quad (1)$$

この式(1)を x, y で偏微分すると、非線形項 N_x, N_y は次のように求まる。ただし、 N_x, N_y は無次元量である。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= 3\epsilon_c^{(1)} x^2 + 2\epsilon_s^{(1)} xy + \epsilon_c^{(1)} y^2 + 4\beta^{(0)} x^3 + 4\beta^{(0)} xy^2 \\ N_y &= \epsilon_s^{(1)} x^2 + 2\epsilon_c^{(1)} xy + 3\epsilon_s^{(1)} y^2 + 4\beta^{(0)} x^2 y + 4\beta^{(0)} y^3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.3 不連続ばね特性 補助ばね⁽¹¹⁾には、自然長から δ だけ縮んだ状態でストッパに接している。このとき与圧 $k_2\delta$ がばねに与えられる。また、補助ばねは、縮むことができるが、伸びることはできないものとする。この状態でリングと接している。その結果、たとえば、 x 方向のばね特性を示すと、図3のような不連続な特性をもつ。このモデルでは、回転体(円板)の変位 $r(=\sqrt{x^2+y^2})$ に依存して、 $r > \delta$ の状態と、 $0 < r < \delta$ の状態での特性が変わる。

補助ばねによるばね力(F_{2x} , F_{2y})と減衰力(D_{2x} , D_{2y})はつぎのように表される。

$$\left. \begin{aligned} F_{2x} &= -k_2x, & D_{2x} &= -c_2\dot{x}, \\ F_{2y} &= -k_2y, & D_{2y} &= -c_2\dot{y}, & (r > \delta) \\ F_{2x} &= F_{2y} = D_{2x} = D_{2y} = 0, & & (r < \delta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2.4 運動方程式 無次元化するために、仮に回転体を水平に支持したときに生じる静たわみ $e_{st} = mg/k_1$ と系の固有振動数 $\omega_n = \sqrt{k_1/m}$ を用いて無次元量をつぎのように定義する。

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x}{e_{st}}, & y' &= \frac{y}{e_{st}}, & t' &= \omega_n t, & \omega' &= \frac{\omega}{\omega_n} \\ c'_{est} &= \frac{c_1}{m\omega_n}, & c'_2 &= \frac{c_2}{m\omega_n}, & e' &= \frac{e}{e_{st}}, & k'_2 &= \frac{k_2}{k_1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

これらを用いると、無次元した運動方程式は以下のようになる。なお、以下では無次元量の'を省略する。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + c_1\dot{x} + x + N_x &= e\omega^2 \cos \omega t + F_{2x} + D_{2x} \\ \ddot{y} + c_1\dot{y} + y + N_y &= e\omega^2 \sin \omega t + F_{2y} + D_{2y} \\ F_{2x} &= -k_2x, & D_{2x} &= -c_2\dot{x}, \\ F_{2y} &= -k_2y, & D_{2y} &= -c_2\dot{y}, & (r > \delta) \\ F_{2x} &= F_{2y} = D_{2x} = D_{2y} = 0, & & (r < \delta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3. 数値シミュレーション

3.1 補助ばねが無い場合 式(5)から不連続ばね特性に関する項を除いた式を用いて数値積分による数値シ

Fig.3 Discontinuous spring characteristic

ミュレーションを行う。計算結果の一例を図4に示す。定常振動を○の記号で示す。

この対称非線形項 $\beta^{(0)} > 0$ があるため、図4中の主危険速度($\omega = 1$)付近の大きな共振は漸硬形になる。また、非線形成分 $\varepsilon^{(1)}$ の存在により、 $2p_f = \omega$ または $-2p_b = \omega$ となる主危険速度の2倍の回転速度($\omega = 2$)付近で1/2次分数調波振動が大きく発生する。 p_f は前向きふれまわり振動数、 p_b は後向きふれまわり振動数である。1/2次分数調波振動の時刻歴、FFTと軌道図を図5に示す。図5のFFTにより、 $1/2\omega$ 、 $-1/2\omega$ と ω 成分が同時に発生し、 $1/2\omega$ の前向きふれまわり振動成分が大きくなっていることがわかる。このため、図5の軌道図は円軌道から外れる。したがって、線形で円軌道の調和振動に対して制振効果があった不連続ばね特性による制振法⁽¹¹⁾がこの振動の場合にも効果があるかを以下で調べる。

3.2 補助ばねがある場合 不連続ばねを用いた数値シミュレーションの結果を図6に示す。記号●と縦線で示した部分は概周期運動が発生したときの振幅の変動範囲を表す。比較のため、補助ばねがない場合の共振曲線を破線で示す。

3.2.1 主共振の制振 クリアランス δ 以下では定常振動が発生し、振幅が δ に達すると、軸受の外輪とリングと接触し、 δ 程度の振幅変動がある概周期運動が発生する。補助ばねの剛性方向差⁽¹¹⁾があるので、高速側で図4のように複数の安定解を存在することにもかかわらず、概周期運動は $\omega = 1.72$ で低い定常振動に収束する。ここで、この収束する回転速度を線形系と比較した結果を図7に示す。この図の縦軸は補助ばねの剛性の方向差を示しているが、方向差がそれほど大きくないときには、非線形性が強いほど跳躍する位置が高くなっている。すなわち、非線形ばね特性は概周期運動の範囲を広くするため、制振効果を悪くすることが分かる。

3.2.2 1/2次分数調波振動の制振 図6の主共振の2倍 $\omega = 2.0$ 付近では、図4の大きな1/2次分数調波振動の共振が、クリアランス δ 程度の振幅変動がある概周期運動に変わって、また、 $\omega = 2.06$ で低い定常振動に収束

Fig.4 Resonance curve in original system

Fig.5 Time history, spectrum and orbit ($\omega = 2.01$)

Fig.6 Case with the clearance $\delta = 0.15$

Fig.7 Relationship with the nonlinear items

している。調和振動成分と $1/2$ 次分数調波振動成分が共存するため軌道の形は円軌道ではないが、相対的に分数調波振動成分がかなり大きいので、ほぼ円軌道となり制振効果が表れている。

4. 実験装置

本実験装置の概要を図 8 に示す。中央に円板を取り付けた弾性軸の上端を複列自動調心玉軸受 (#1201), 下端を単列深溝玉軸受 (#6200) で支持した。弾性軸は直径 12 mm, 長さ 700 mm である。円板は直径 260 mm, 厚さ 10 mm である。円板から下方約 80 mm のところに玉軸受 (#

6205) をはめてある。なお、この軸受の外輪は、内輪の回転に対して自由な状態にある。この位置で補助ばねの装置を設置する。玉軸受の外輪とリングの間のクリアランスは $\delta = 1$ mm である。補助ばねとしてリングに接して板ばねを設ける。板ばねは複数枚を重ねて用いているので、その間の乾性摩擦により比較的大きな減衰を軸系に与えることができる。また、ストッパとして板にたてたピンを用い、さらに与圧も与えた。計測のため、円板の外側の x, y 方向に変位レーザーセンサも設置する。実験装置の写真を図 9 に示す。

非線形性については以下の調整を行う。軸の下端で単列深溝玉軸受を使用すると、軸受のがたにより非線形性が表れる。また、この単列深溝玉軸受の中心線が上下の支持台の中心を結んだ線と一致するように組み立てれば対称非線形性が強く表れ、支持台の高さの差により両者が一致しなければ非対称非線形項が現れる。以下の実験では、 $1/2$ 次分数調波振動を発生させるため、非対称非線形性が比較的大きく現れる組み立て状態で実験を行った。

5. 実験結果

5.1 補助ばねがない場合 まず、補助ばねを設置しないで計測した共振曲線を図 10 に示す。主危険速度付近で $\omega \approx 840$ rpm と $\omega \approx 915$ rpm の 2 箇所に共振が発生し、このうち、回転速度 $\omega \approx 915$ rpm の振幅が大きく現れる。また、 $\omega \approx 1835$ rpm で $1/2$ 次分数調波振動が大きく発生する。主共振付近で 2 つのピークが現れたのは、内部共振の影響と思われる⁽¹⁶⁾。また、 $1/2$ 次分数調波振動が発生していることからこの実験装置は非対称非線形性が強く現れていると考えられる。

5.2 補助ばねがある場合 制振のため、補助ばね装置をつけて実験を行う。得た結果を図 11 に示す。

5.2.1 主共振の制振 まず、主危険速度付近で大きく発生した共振は発生せず、クリアランス $\delta = 1$ mm の程度の概周期運動に変わって共振振動が抑えられている。また、回転速度 $\omega = 1000$ rpm 付近で概周期運動は低い定常振動に跳躍する。この結果は数値シミュレーションの

Fig.8 Experimental setup

Fig.9 The photographs of experimental setup

Fig.10 Case without additional spring (second time)

Fig.11 Case with an additional spring (second time)

図 6 の主共振の状況と定性的によく一致している。

5.2.2 1/2 次分数調波振動の制振 主危険速度の 2 倍の回転速度付近のところで、1/2 次分数調波振動の大きな共振振幅をクリアランス $\delta = 1$ mm の程度に制振ができている。また、発生した概周期運動は回転速度 $\omega = 1915$ rpm で低い定常振動に収束する。この実験結果は数値シミュレーションの図 6 の 2 倍の回転速度付近の状況と定性的によく一致している。

6. 結論

本研究では、非線形の回転軸系に関して主共振と 1/2 次分数調波振動を抑制するために、先に線形系の主共振の制振で提案した不連続ばね特性をもつ補助ばねを利用し、よい制振の効果を持つことを数値シミュレーションと実験で確かめた。また、非線形ばね特性は概周期運動の範囲を広くするため、制振効果を悪くするなど、非線形性の効果も明らかにした。

文 献

- (1) 山本, 石田, 1975, “非線形ばね特性をもつ回転軸の振動”, 機論 C 編, 41(341), pp.1374-1384
- (2) Yamamoto, T., Ishida, Y., Ikeda, T., and Yamada, M., 1981, “Sub-Harmonic and Summed-and-Differential Harmonic Oscillations of an Unsymmetrical Rotor”, Bulletin of the JSME, 24(187), pp.192-199
- (3) Yamamoto, T., Ishida, Y., and Ikeda, T., 1981, “Summed-and-Differential Harmonic Oscillations of an Asymmetrical Shaft”, Bulletin of the JSME, 24(187), pp.183-191
- (4) 石田, 池田, 山本, 1986, “玉軸受に起因する 4 次の非線形復元力をもつ回転軸の分数調波・超分数調波振動”, 機論 C 編, 52(476), pp.1280-1288
- (5) Tondl, A., 1965, “Some Problems of Rotor Dynamics”, Czechoslovak Academy of Sciences
- (6) Ehrich, F.F., 1966, “Subharmonic Vibration of Rotors in Bearing Clearance”, ASME paper 66-MD1
- (7) Ehrich, F.F., 1991, “Some Observations of Chaotic Vibration Phenomena in High-Speed Rotordynamics”, Trans. ASME, J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des., 113(1), pp.50-56
- (8) Ehrich, F.F., 1992, “Handbook of Rotordynamics”, McGraw Hill, Inc.
- (9) 井上, 劉, 吉村, 石田, 2005, “Vibration Control and Unbalance Estimation of a Nonlinear Rotor System Using Disturbance Observer”, 機論 C 編, 71(701), pp.13-20
- (10) Reinig, K.D. and Desrochers, A.A., 1986, “Disturbance Accommodating Controllers for Rotating Mechanical System”, Trans. ASME J. Dyna. Sys. Meas. and Cont. 108(3), pp.24-31
- (11) 石田, 劉, 2004, “不連続ばね特性を利用した回転機械の制振”, 機論 C 編, 70(696), pp.2188-2194
- (12) 石田, 劉, 2006, “不連続ばね特性を利用した回転機械の不安定領域の除去”, 機論 C 編, 72(715), pp.683-689
- (13) 石田, 劉, 2006, “不連続ばね特性を利用した洗濯機・脱水機の制振法”, JSME 年次大会, 熊本, pp.155-156
- (14) 劉, 石田, 2006, “自動ボールバランスと不連続ばね特性を併用した回転機械の制振”, JSME D&D2006, CD-120
- (15) 山本, 石田, 2001, “回転機械の力学”, コロナ社
- (16) 石田, 井上, 竹内, 1997, “ジェフコットロータの内部共振現象”, 機論 C 編, 63(614), pp.3335-3342