457 実稼動データを用いた伝達寄与分析の検討

Investigation of Transfer Path Analysis based on Operational Analysis

○学 福島 佑輔 (首都大学東京大学院)

正 吉村 卓也 (首都大学東京)

Yusuke Fukushima, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minamiosawa, Hachioji-city, Tokyo

Takuya Yoshimura, Tokyo Metropolitan University

Transfer Path Analysis (TPA) is frequently used for Noise and Vibration problems especially in vehicle development stage. TPA finds the input and transfer path having the major contribution to the evaluation output. The precision and the easiness of TPA analysis is strongly demanded in order to attain the noise reduction and to shorten the time length of design cycle. Recently, a new TPA technique based on operational analysis and the principal component analysis has been proposed. This paper focuses on the new TPA technique, and the investigation is carried out by comparing the new TPA with the conventional TPA.

Key Words: Transfer Path Analysis, Noise and Vibration, Operational Analysis, Principal Component Analysis, Transfer Function

A1. 緒言

近年、機械の製品開発においては、振動・騒音問題に対して、伝達経路解析 (Transfer Path Analysis 以降 TPA) を用いた振動・騒音解析が盛んに行われている。これは、複数の振動源と振動伝達経路の中から寄与の高いものを見出す方法であり、機械の低振動・低騒音化を実現し、かつ製品開発期間を短縮させるために、高い精度が求められている。本研究では、近年注目されている主成分分析を用いた実稼動データによる TPA (以下実稼動 TPA) を取り上げ、従来の入力同定に基づく逆行列法による TPA (以下従来 TPA) との違いについて検討、考察する。

Fig.A1 Concept of Operational TPA and Conventional TPA

A2. 理論説明

従来 TPA と実稼動 TPA を比較した概念図を図 A1 に示す。従来 TPA では、次式のように応答を入力と伝達関数 (FRF) の積の和で表し、入力寄与の和として応答を表し評価する。

$$X_p = G_1 F_1 + G_2 F_2 + \dots + G_n F_n \quad (A1)$$

従来の TPA では、FRF 行列 $[G_{mn}]$ は振動試験で求め、実稼動応答ベクトルにこの逆行列を乗ずることにより、入力 $\{F\}$ を推定する。これに振動評価点への FRF を乗ずることで入力寄与分析を行う。

次に、実稼動 TPA の基本関係式を以下に示す。

$$X_p = H_1 X_1 + H_2 X_2 + \dots + H_n X_n \quad (A2)$$

実稼動 TPA の特徴は、評価量 X_p を他の点の振動応答 (本研究では加速度とする) $\{X\}$ の重ね合わせで表すことであり、実稼働中の加速度応答データに対して主成分分析を利用して伝達関数 $[H]$ を算出する。この伝達関数を用いて寄与分析を行うため、実稼動 TPA では加振実験の必要がなく工数削減が実現できる。一方、式 (A2) を見てわかるように、従来 TPA が入力寄与分析であるのに対し、実稼動 TPA は '応答' 寄与分析であるといえる。

A3. 解析的考察

まず、実稼動 TPA における伝達関数 $[H]$ について考察する。これは以下のように、従来 TPA の FRF を用いて表すことができる。

$$[H_{pn}] = [G_{pn}] [G_{mn}]^{-1} \quad (A3)$$

この伝達関数は加速度センサーの貼り付け位置や個数によって変化はするが、系固有の特性であることが分かる。実稼動 TPA においてこれが得られるための条件は、各入力が無相関であること、次式が成り立つことであることが分かった。

$$(\text{独立な加振力数}) = (\text{加速度参照点数}) \quad (A4)$$

また、実稼動 TPA によって得られる寄与は、従来 TPA とは本質的に異なるものであるが、参照点間の FRF が以下の条件の時には、両者が等しい寄与となることを示した。

$$G_{ij} = 0 \quad (i \neq j) \quad (A5)$$

この条件は、加速度参照点を入力点近傍に取った場合で、しかもその点の入力が他の入力点からの影響を受けないような限られた場合であると言える。

A4. シミュレーション

簡易構造物を対象として、従来 TPA と実稼動 TPA により寄与分析を行い結果を比較した。ここでは等しい大きさを持つ無相関なランダム入力を構造物上 4 点に与えた場合の寄与を評価し、その結果 Fig.A2 に示す。横軸は周波数、縦軸は寄与率であり、各周波数における寄与の和が 1 になるように正規化して示している。またまた図中では各点からの寄与を異なる色で示している。これを見ると、実稼動 TPA は従来 TPA とは全般的に異なる結果を示していることが確認できる。

A5. 結言

本研究では、実稼動 TPA に着目し、従来 TPA と比較を通じて両者の違いを考察した。

Fig.A2 Comparison of contribution results

1. 緒言

近年、機械の製品開発においては、振動・騒音問題に対して、伝達経路解析 (Transfer Path Analysis 以降 TPA) を用いた検討が行われており、特に自動車の製品開発において広く使われている。これは、複数の振動源と振動伝達経路の中から寄与の高いものを見出す方法であり、低振動・低騒音化を実現し、かつ製品開発期間を短縮させるために、高い精度が求められている。この TPA としては、逆行列法、マウントステイフネス法などがあるが、伝達関数の事前計画が必要で労力と時間を要する、入力同定の精度が十分確保されない、などの問題点があった。一方最近では、実稼動データを用いた主成分分析に基づく方法 (以下、実稼動 TPA) が提案されている。そこで本研究では、実稼動 TPA を取り上げ、従来の入力同定に基づく逆行列法による TPA (以下、従来 TPA) と比較することにより、両者の違いを考察する。両手法の概念図を図 1 に示す。

Fig.1 Concept of Operational TPA and Conventional TPA

2. 理論説明

2. 1 従来 TPA について

構造物上の n 個の点における入出力関係を考えると、

$$\{X_n\} = [G_{nn}]\{F_n\} \quad (1)$$

ただし、添え字の n はベクトルまたは行列の大きさが n 次元であることを表し、

$$\{X_n\} = \{X_1, \dots, X_n\}^T, \{F_n\} = \{F_1, \dots, F_n\}^T \quad (2)$$

また、これとは別に出力評価点を p とすると、

$$X_p = [G_{pn}]\{F_n\} \quad (3)$$

ここに、

$$[G_{pn}] = [G_{p1}, \dots, G_{pn}] \quad (4)$$

従来の TPA である逆行列法においては、式 (1) より、

$$\{F_n\} = [G_{nn}]^{-1}\{X_n\} \quad (5)$$

として入力を推定し、これにより、

$$X_p = [G_{p1}, \dots, G_{pn}]\{F_n\} = G_{p1}F_1 + \dots + G_{pn}F_n \quad (6)$$

のように、評価点 p における応答を n 個の入力の重ね合わせで表す。ここで、式 (6) の右辺各項が各入力点からの寄与を表す。ここで、従来 TPA においては、FRF 行列 $[G_{nn}]$ は事前の振動試験により計測しておく必要がある。また、式 (5) のように FRF 行列の逆行列を用いて入力を推定するが、入力推定の十分な精度確保が困難であることなどが知られている。(※参考文献 (2))

2. 2 実稼動 TPA について

実稼動 TPA では、以下のような関係を考える。

$$X_p = H_{p1}X_1 + \dots + H_{pn}X_n = [H_{pn}]\{X_n\} \quad (7)$$

ここで、右辺に含まれる伝達関数 $[H_{pn}]$ を定めることができれば、評価点 p における応答を振動応答 (本研究では加速度とする) X_i ($i=1, \dots, n$) の重ね合わせによって表すことができる。この右辺の各項を各参照点からの寄与とする。伝達関数 $[H_{pn}]$ の決定については、式 (7) を以下のように表し、

$$X_p = [X_n]\{H_{np}\} \quad (8)$$

計測を m 回繰り返したとすると、

$$\{P\} = [X]\{H_{np}\} \quad (9)$$

ここで、

$$\{P\} = \{X_p^{(1)}, \dots, X_p^{(m)}\}^T, \{H_{np}\} = \{H_{1p}, \dots, H_{np}\}^T$$

$$[X] = \begin{bmatrix} X_1^{(1)} & \dots & X_n^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{(m)} & \dots & X_n^{(m)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

伝達関数 $\{H_{np}\}$ を定めるには、

$$\{H_{np}\} = [X]^+ \{P\} \quad (11)$$

のように擬似逆行列 $[X]^+$ を用いる。ここで擬似逆行列を求める際に、行列 $[X]$ の特異値成分は、振動応答の主成分に対応するので、主成分分析を用いた方法として説明されている。(※参考文献 (1))

3. 解析的考察

3. 1 実稼動 TPA の伝達関数について

ここでは、実稼動 TPA について解析的に考察する。実稼動 TPA で定める伝達関数 $\{H_{np}\}$ を解析的に表すことを考える。式 (5) を式 (3) に代入することにより、

$$X_p = [G_{pn}][G_{nn}]^{-1}\{X_n\} \quad (12)$$

これと式 (7) により、

$$[H_{pn}] = [G_{pn}][G_{nn}]^{-1} \quad (13)$$

が得られる。これが伝達関数 $\{H_{np}\}$ の解析解である。この伝達関数は加速度センサーの測定位置や個数によって変化はするが、FRF で表されており系固有の特性であることが分かる。

3. 2 伝達関数の同定条件

実稼動 TPA で同定する伝達関数は式 (13) で表されることが分かるが、事前の振動試験を実施せずに実稼動状態で同定することができるための条件を考察した。この条件は、各入力が無相関であることと、次式が成り立つことである。

$$(\text{独立な加振力数}) = (\text{参照点数 } n)$$

3. 3 実稼動 TPA と従来 TPA の寄与が等しくなる条件

特別な場合として、各入力点における応答が他の入力点からの影響を受けない場合を考え、

$$G_{ij} = 0 \quad (i \neq j) \quad (14)$$

が成り立つと仮定する. すなわち,

$$[G_{nn}] = \begin{bmatrix} G_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & G_{nn} \end{bmatrix} \quad (15)$$

この時,

$$[H_{pn}] = [G_{pn}][G_{nn}]^{-1} = \begin{bmatrix} G_{p1} & G_{pn} \\ G_{n1} & G_{nn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$X_i = G_{ni} F_i \quad (17)$$

が成り立つので,

$$\begin{aligned} X_p &= H_{p1}X_1 + \dots + H_{pn}X_n \\ &= \frac{G_{p1}}{G_{n1}}G_{11}F_1 + \dots + \frac{G_{pn}}{G_{nn}}G_{nn}F_n \\ &= G_{p1}F_1 + \dots + G_{pn}F_n \end{aligned} \quad (18)$$

となる. このことは, 式(14)が成り立つ時は, 実稼動 TPA と従来 TPA の寄与が等しいことを示している. しかしこれは, 加速度参照点を入力点近傍に取った場合で, しかもその点が他の入力点からの影響を受けないような非常に限られた場合であると言える.

4. シミュレーション

本章では, 簡易構造物に対して数値シミュレーションを行うことにより, 実稼動 TPA と従来 TPA を比較する. 自動車の車室を模した簡易モデルの概略を図 2 に示す. また, モデルパラメータを表 1 に示す.

Fig.2 Simulation model

size(m)	X	0.8	
	Y	0.4	
	Z	0.4	
	material	thickness(m)	Young' modulus(GPa)
front panel	Duralumin	0.02	71
side panel	Duralumin	0.005	71
back panel	Steel	0.003	207
upper panel	Steel	0.003	207
floor panel	Steel	0.003	207

Table.1 Model detail

Fig.3 Bottom view of the floor panel

図 1 のモデルは, 底面 4 ヶ所をばね支持されており, ばね取り付け点モデル側の 4 点を加振し, その点を加速度参照点とする. また, 応答評価点は, 底面やや中央よりのフロア振動としている. 4 点の加振点ならびに加速度参照点 (点 1 ~ 点 4) と応答評価点 (点 P) を示している. また, 加振力は正規分布に従うランダム入力とし, 4 点無相関ランダム加振とした.

実稼動 TPA では計測回数を $m=100$ として, 以下のシミュレーションを実行した.

4. 1 同定条件の検証

本シミュレーションの条件は, (独立な加振力数=加速度参照点) を満足している. この時, 実稼動 TPA によって得られた伝達関数が解析的に導かれるもの (式(13)) と等しいことを確認した. 図 4 は加速度参照点 1 と応答評価点 P の間の伝達関数 (H_{p1}) である. ここで, 理論的に導かれた伝達関数が実稼動 TPA で得られた結果と良く一致していることが確認できる. このことから, 系固有の伝達関数が実稼動 TPA によって同定されており, 他の点の伝達関数においても一致していることを確認した.

Fig.4 Transfer function H_{p1}

4. 2 実稼動 TPA と従来 TPA の結果比較

ここでは, 両方法による寄与分析の結果を比較する. いずれの方法においても, 伝達関数と参照データの積の和で表される. 実稼動 TPA においては, 伝達関数 $[H]$ を決定した後に, 評価点応答の寄与を求め, そのパワースペクトルを計測回数分だけ平均化することにより, 応答の寄与を算出した. すなわち,

$$S_{pi} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m |H_{pi} X_i^{(k)}|^2 \quad (19)$$

ここで、 S_{pi} は評価点 p における i 点入力による応答平均パワースペクトル $[m^2/s^5]$ である。シミュレーションは以下の3条件で実施した。

条件1 = 4点のランダム入力の大きさが等しい。

$$(\sigma_1 = \dots = \sigma_4 = 1)$$

条件2 = 点3の加振力のみ10倍の大きさを持つ。

$$(\sigma_1 = 10, \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 1)$$

条件3 = 入力条件1と同じ。4箇所に加振点近傍の板厚を10分の1に変更。

また、得られた寄与については、各周波数における寄与の和が1になるように正規化して示すこととする。

4. 2. 1 「条件1」の結果

条件1での寄与分析の結果を図5に示す。グラフは、下から順に、点1、点2、点3、点4、の寄与を割合で表している。対象周波数は、0~500Hzである。結果を見ると、周波数全体にわたる寄与の傾向としては、類似はあるものの定量的には異なったものであることが確認できる。

Fig.5 Contribution ratio

4. 2. 2 「条件2」の結果

条件2での寄与分析の結果を図6に示す。従来 TPA では入力点3の寄与が最も大きくなっていることが確認できる。実稼動 TPA においては点3の寄与がやや大きくなっているものの、従来 TPA とはことなる傾向を示していることがわかる。

Fig.6 Contribution ratio

4. 2. 3 「条件3」の結果

最後に、4箇所に加振点の周りの板厚を3mmから10分の1の0.3mmに変更した。モデル底面を図7に示す。この図で4箇所の緑色の部分が板厚を変更した領域である。また寄与分析の結果を図8に示す。

Fig.7 Bottom view of the partial thin floor panel

Fig.8 Contribution ratio

図7を見ると、これまでの比較において最も傾向の近い結果を示していることがわかる。この例では取り付け点の剛性を低下させることで、両者の結果が一致する条件である、式(14) ($G_{ij} = 0 (i \neq j)$) に近い条件が成立するものと推測される。この結果から、加速度参照点の動きがある一つの入力に支配される時に、従来 TPA と同等の寄与分析結果を示す可能性を示唆しているものと考えられる。

5. 結 言

本研究では、以下の項目について検討、考察した。

- 1] 実稼動 TPA と従来 TPA (逆行列法による TPA) の寄与分析の相違点
- 2] 実稼動 TPA で求められる伝達関数 $[H]$ の解析解とその同定条件
- 3] 実稼動 TPA が従来 TPA と同等の寄与分析結果を示す条件

また、シミュレーションによる検討を行うことにより、上記の項目内容について確認した。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、日産自動車株式会社の丸山新一氏からは、有意義なディスカッションと示唆に富んだアドバイスをいただいた。ここに厚く御礼申し上げる。

参考文献

- (1) Kousuke Noumura, Junji Yoshida, Method of Transfer Path Analysis for Interior Vehicle Sound by Actual Measurement Date, 2006 JSAE Annual Congress(Spring), Proceedings 2006-55-06, p.5-12
- (2) P.J.G. van der Linden, Comparing inverse force identification and the mount-stiffness force identification methods for noise contribution analysis, ISMA 2004 Conference Proceedings, pp.2971-2986

- (3) H. Van der Auweraer, P. Mas, S. Dom, A. Vecchio, K. Janssens, P. Van de Ponsseele, Transfer Path Analysis in the Critical Path of Vehicle Refinement: The Role of Fast, Hybrid and Operational Path Analysis, *SAE Noise and Vibration Conference 2007 Conference Proceedings*, 2007-01-2352