616 平板の振動インテンシティと分布伝達パワーの関連性

Relation between the structural intensity and distribution transfer power in a plain plate

○ 鳥居 泰宏 (茨城大院)

正 塩幡 宏規 (茨城大学)

Yasuhiro TORII, Ibaraki University, 4-12-1, Nakanarusawa, Hitachi, Ibaraki

Koki SHIOHATA, Ibaraki University

In this report, the influence that the mode shape of the vibration energy flow gave to the distribution of the transfer power is discussed by the numerical simulation. The transfer power is calculated by using the structural intensity in a plain plate, and the transfer power is compared with the vibration energy flow and the natural mode. As the results, the direction and value of the transfer power is decided at the composition rate of the weight coefficient of the natural mode.

Key Words : Structural intensity , Transfer power , Energy flow

A1. はじめに

機械構造物の振動対策では、振動源や振動伝播経路の対策が有効と考えられる。そこで本研究では、機械構造物で発生する振動を波動論の立場から捉え、振動エネルギー流れに着目した。具体的には、振動インテンシティ法を用いて構造物内の振動エネルギー流れと振動伝達パワーの検討を行う。

本報告では、多くの機械構造物の基本となる薄い矩形平板を対象に、振動エネルギー流れのモード形状が伝達パワーの分布に与える影響を数値シミュレーションで検討した結果を報告する。

A2. 振動インテンシティと伝達パワー

はじめに、平板の振動インテンシティの定義式、モード重ね合わせ法による変位式を示す。次に、振動インテンシティを用いた振動伝達パワーの式について示す。

A3. 平板モデルによる検証

平板の外部減衰のみを考慮した場合について、固有モードが(1,2)モード、(2,1)モードにおける振動エネルギー流れと伝達パワーの関連性の検討を行う。

まず、加振点から減衰点まで y 軸正方向に向かう振動伝達パワーは、振動エネルギー流れの形状によらず、ほぼ一定の大きさを伝達されることを確認した。

また、加振点位置により、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合は変わるため、振動エネルギー流れは変わるが、平板 4 辺を通過する伝達パワーの向きは、

(2,1)モードにおいて加振点位置に関係なく同じになった。

これより、平板 4 辺を通過する伝達パワーは、加振振動数のモード形状と各固有モードの重み係数の構成割合に関係すると考えられる。また、伝達パワーの大きさは、固有モードと振動変位を構成する各固有モード成分の振動エネルギー流れの形状に関係していることがわかった。

A4. コの字型モデルによる検証

平板の 2 辺に要素を結合させたコの字型モデルより、振動エネルギー流れと伝達パワーの検討を行う。

加振振動数の固有モードが同じであれば、加振する要素の振動エネルギー流れの形状は、平板、コの字型モデルともにほぼ等しくなる。また、加振要素から結合要素を通過する伝達パワーの値は、加振点から減衰点に向かう振動エネルギー流れに大きく関係していることを確認した。

A5. おわりに

本研究で得られたことは以下に要約される。

- (1) 加振点から減衰点に向かう y 軸正方向の振動伝達パワーは、振動エネルギー流れの形状によらず、ほぼ一定に伝達される。
- (2) 伝達パワーの向きと大きさは、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合に関係していることがわかった。
- (3) 要素間を通過する伝達パワーの大きさは、振動エネルギー流れの形状が関係していることを、コの字型モデルより確認した。

1. はじめに

機械構造物における振動・騒音の低減化が重要な問題となっている。振動は構造物を伝播する固体伝播音の影響が大きいため、振動対策として、構造物の振動源や振動伝播経路の対策が有効と考えられる。そこで本研究では、機械構造物で発生する振動をエネルギー伝播の観点から捉え、振動エネルギー流れに着目した。

具体的には、構造物内部を伝播する振動エネルギー流れを表す手法として、振動インテンシティ法を用いる。振動インテンシティを解析し、振動エネルギー流れを可視化することにより、振動源や振動伝播経路の探索を行う。振動インテンシティが算出することができれば、構造物内部、および構造物間の振動伝播経路や振動伝達パワーを把握することができる。

振動インテンシティに注目した研究としては、制振材や補強材の付加による振動インテンシティの変化を調べた山崎らの研究⁽¹⁾や、振動エネルギー流れを固有モード毎の振動インテンシティ成分に分離する方法や振動インテンシティのモード重ね合わせ法を示した研究⁽²⁾⁽³⁾などが挙げられる。しかし、振動エネルギー流れと伝達パワーとの関連性についての研究報告はあまり見られない。

本報告では、多くの機械構造物の基本となる薄い矩形平板を対象に、振動エネルギー流れのモード形状が伝達パワーの分布に与える影響を数値シミュレーションで検討した結果を報告する。

2. 振動インテンシティと伝達パワー

2・1 振動インテンシティ

振動インテンシティ I は「単位時間に単位幅当たりを伝わる振動エネルギー」として定義され、ベクトル量で与えられる。図1に示すように、 xy 平面を板面とすると、振動インテンシティ I は式(1)で表されるように、 x 方向、 y 方向の振動インテンシティ I_x 、 I_y の合成によって求められる。ここで、 x 方向の振動インテンシティ I_x は、せん断力 Q_x 、曲げモーメント M_x 、ねじりモーメント M_{xy} の各成分からなり、平板の z 方向の変位を ζ とすると式(2)で求められる。

$$I = I_x + I_y \quad \cdots(1)$$

$$I_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[-j\omega \left\{ Q_x(\omega) \cdot \zeta^*(\omega) + M_x \cdot \theta_x^*(\omega) + M_{xy} \cdot \theta_y^*(\omega) \right\} \right] \quad \cdots(2)$$

ここで、 ω は加振振動数、 θ_x 、 θ_y はそれぞれ x 、 y 軸回りの回転角、 $*$ は共役複素数、 $\operatorname{Re}[\]$ は実部、 j は虚数単位である。また、式(2)に含まれる力およびモーメントは曲げ変位の空間微分として以下で表すことができる。

$$\theta_x = \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \cdots(3a)$$

$$\theta_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \cdots(3b)$$

$$Q_x = D \left(\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x \partial y^2} \right) \quad \cdots(3c)$$

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \quad \cdots(3d)$$

$$M_x = -M_{yx} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \quad \cdots(3e)$$

ここで、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ は板の曲げ剛性、 h は板厚、 ν はポアソン比、 E はヤング率である。また、 y 方向の振動インテンシティ I_y については、式(2)の x と y を入れ替えることにより同様に求めることができる。

2・2 モード重ね合わせ法

式(1)～(3)からわかるように、振動変位が求まると振動インテンシティを算出することができる。

いま、 xy 平面を板面とする周辺単純支持矩形平板があり、点 (x_F, y_F) に加振力 F が作用し、点 (x_c, y_c) に減衰係数 c のダンパが設置されている場合を考える。このとき矩形平板の面外変位は、モード重ね合わせ法より式(4)で表される⁽⁴⁾。

$$\zeta(x, y; \omega) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_m \sum_n \gamma_{mn}(\omega) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \cdots(4)$$

γ_{mn} : 固有モード (m, n) の重み係数

ただし、

$$\gamma_{mn}(\omega) = \frac{2}{\sqrt{M}} \frac{F \sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) + R \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2} \quad \cdots(5a)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B}{\rho h} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)} \quad \cdots(5b)$$

$$R = -j\omega c F \frac{\sum_m \sum_n \frac{\sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}}{\frac{M}{4} + j\omega c \sum_m \sum_n \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}} \quad \cdots(5c)$$

Fig.1 Forces and moments on a cross section of plate

なお、 M は平板の全質量、 ρ は平板の密度、 a, b はそれぞれ平板の x, y 軸方向の長さ、 (m, n) はそれぞれ平板の x, y 軸方向の採用モード数、 $\gamma_{mn}(\omega)$ は (m, n) モードの重み係数、 R はダンパによる反力、 ω_{mn} は (m, n) モードの固有振動数、 η_{mn} は (m, n) モードの損失係数である。

2. 3 振動伝達パワー

構造物全体の振動エネルギー伝達を把握する手法として、構造物を要素に分割し、各要素間のパワー平衡関係を用いる統計的エネルギー解析法がある。要素 i, j 間の伝達パワー P_{ij} は、結合損失係数 η'_{ij} 、要素の振動エネルギー W を用いて、式(6)より求めることができる。

$$P_{ij} = \omega \eta'_{ij} W_i - \omega \eta'_{ji} W_j \quad \cdots(6)$$

また、振動インテンシティは、単位幅当たりを伝わる振動エネルギーであることを利用して、図2に示す平板の x, y 方向それぞれに伝わる伝達パワー P_{tra} を求めることができる。このときの伝達パワー算出式を式(7)に示す。

$$P_{tra} = \sum L_i \cdot I_i \quad \cdots(7)$$

ただし、 L_i は単位幅、 I_i は振動インテンシティである。

式(6)と(7)における、伝達パワー算出結果の評価については報告がなされている⁽⁵⁾。本研究では、式(7)を用いて、振動インテンシティより伝達パワーを算出した。

Fig.2 Transfer power by structural intensity

3. 平板モデルによる検証

3. 1 振動インテンシティと振動伝達パワー分布

解析モデルは、図3に示す $0.6[\text{m}] \times 0.9[\text{m}] \times 0.0045[\text{m}]$ の鋼製矩形平板(モデル A)を用いた。本研究では、平板の材料減衰を無視し、外部減衰としてダンパ(減衰係数 $c=10[\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}]$)のみを考慮した。また、加振点を A(0.15, 0.2)、B(0.45, 0.2)、減衰点を D(0.15, 0.7)とし、境界条件は周辺単純支持とした。図中の破線①～④は、平板の端から $0.025[\text{m}]$ 離れた線を示している。破線①と②、③と④はそれぞれ同じ長さとした。矢印 A は平板内側に向かうエネルギーの向き、矢印 B は平板外側に向かうエネルギーの向きを表す。

加振は $1[\text{N}]$ の正弦波加振とし、固有モード (p, q) の振動数近傍で加振を行った。求めた変位より式(1)～(3)を用いて、振動インテンシティを算出した。また、求めた振動インテンシティより式(7)を用いて伝達パワーを算出した。加振振動数は、平板の固有振動数である $85\text{Hz}[(1,2)\text{モード}]$ 、 $135\text{Hz}[(2,1)\text{モード}]$ を用いた。

加振振動数 85Hz における、振動インテンシティと加振点から減衰点に向かう y 軸正方向の振動伝達パワー分布結果を

Fig.3 Analytical model and the locations of excitation $\times$ and damper $\bullet$

Fig.4 Structural intensity and transfer power at $85\text{Hz} [(1,2)\text{mode}]$

図4に示す。図4より、同じ加振振動数であっても加振位置が異なれば、加振点から減衰点に向かう振動エネルギーの流れは異なることがわかる。この加振点から減衰点までの流れはストレート形と呼ばれている。また、加振点から減衰点までの伝達パワー分布がほぼ一定であることがわかる。これは、平板の材料減衰を0としているため、加振点から減衰点までのエネルギー損失が少ないことが原因であると考えられる。

Fig.5 Structural intensity and transfer power at 135Hz [(2,1) mode]

次に、加振振動数 135Hz における、振動インテンシティと加振点から減衰点に向かう y 軸正方向の振動伝達パワー分布結果を図 5 に示す。図 5 より、振動エネルギー流れは蛇行しながら減衰点に向かうことが確認できる。加振振動数 85Hz と同様に、加振点から減衰点まで伝達パワー分布がほぼ一定となった。

また、加振点や減衰点の位置が特定できない渦巻型⁽⁶⁾も伝達パワー分布はほぼ一定となる。これより、材料減衰が 0 のとき加振点から減衰点までの伝達パワーは、振動エネルギー流れの形状に関わらず、ほぼ一定に伝達されると考えられる。

3. 3 加振点と伝達パワー

図 3 の破線①～④を通過する伝達パワーを求め、振動エネルギー流れのモード形状と伝達パワーについて検討を行った。 y 軸方向の伝達パワーは破線①と②、 x 軸方向の伝達パワーは破線③と④を通過するものとした。破線①～④を通過する伝達パワーの向きが、破線より平板内側の減衰点に向かう(矢印 A)とき、伝達パワーの符号を負とし、伝達パワーは減衰点に吸い込まれるとした。一方、伝達パワーの向きが破線より平板端側に向かう(矢印 B)とき、伝達パワーの符号を正とした。図 6(a)に加振振動数 85Hz のとき、(b)に 135Hz のときの伝達パワー算出結果を示す。また、図 7 に加振振動数 135Hz のときの、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合を示す。

図 6 に示すように、加振振動数が同じであっても、加振点

Fig.6 Transfer power at excitation location A and B

位置により、破線①～④を通過する伝達パワーの向きが変わることがわかる。加振点位置によって、図 7 のように振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合は変わるため、図 4, 5 のように振動エネルギー流れは変化する。そのため、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合が、伝達パワーの向きに関係していると考えられる。

図 6(a)において、破線①～④を通過する伝達パワーは、加振点 A, B で向きがそれぞれ変わることがわかる。加振振動数 85Hz の固有モード(1,2)のとき、減衰点と加振点の位相関係は加振点 A, B とともに逆相になる。振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合を占める各モードの加振点と減衰点の位相関係は、加振点 A, B とともに同相になるモードが多い。また、破線②を除いて、加振点 A より B の方が、破線を通過する伝達パワーが大きいことがわかる。これは、加振点 B のときは A と比較して、減衰点に蛇行しながら流れるため、振動エネルギーが平板上を広く伝播するからだと考えられる。

図 6(b)において、破線①～④を通過する伝達パワーは、加振点 A, B で向きが変わらないときが多い。加振振動数 135Hz の固有モード(2,1)では、減衰点と加振点の位相関係は、加振点 A では同相、B では逆相になる。振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合を占める各モードの加振点と減衰点の位相関係は、加振振動数 85Hz と同様に、加振点 A, B それぞれ固有モードの位相関係と逆位相になるモードが多い。このことより、加振点位置によって加振点と減衰点の位相関係が異なるとき、伝達パワーの向きが変わらないときがあると考えられる。また、破線①を通過する伝達パワーを除いては、加振点 A より B のときが、伝達パワーが大き

Fig.7 Result under the excitation at 135Hz[(2,1) mode]

いことがわかる。図 5(a)と(b)を比較すると、図 5(b)は加振点付近に渦が発生している。振動エネルギー流れが渦を巻くとき、振動エネルギーはその位置で局所的に閉じ込められ、他の箇所に伝わるエネルギーは小さくなる。そのため、加振点 B のとき、破線①を通過する伝達パワーが小さくなると考えられる。また、破線②～③の通過において、加振点 B の方が x, y 軸に対して垂直方向に流れる成分が多いため、加振点 A より伝達パワーが大きくなると考えられる。

4. コの字型モデルによる検証

3章で用いた平板に要素を結合させ、加振要素から結合要素を通過する伝達パワーと振動エネルギー流れのモード形状の関連性を検討した。

4.1 解析モデル

図 3 の平板の端に要素を結合させたコの字型モデルを図 8 に示す。図 3 の平板を加振要素(要素 1)とし、①, ②側の辺に $0.6[m] \times 0.45[m] \times 0.0045[m]$ の平板(要素 2)を結合させたコの字型モデルをモデル B、③, ④側の辺に $0.3[m] \times 0.9[m] \times 0.0045[m]$ の平板(要素 3)を結合させたコの字型モデルをモデル C とする。要素 2, 3 は、要素 1 と同じ物性値とし、材料減衰を 0 とした。境界条件は、周辺単純支持とし、各要素の結合境界は変位を連続させるため自由支持とした。平板モデルと同様に、加振点を A(0.15, 0.2), B(0.45, 0.2), 減衰点を D(0.15, 0.7)とし、加振力は 1[N]の正弦波加振を加えた。

振動エネルギー流れのモード形状は、加振振動数より固有モードに関係している。そのため、平板モデルとコの字型モデルの加振要素の振動エネルギー流れのモード形状が等しくなるように、加振振動数は各モデルの(1,2)モード、(2,1)モ

Fig.8 Structural model

ードとなる振動数を用いた。また、結合境界線①～④を通過する伝達パワーを算出した。結合境界線①～④を通過する伝達パワーの向きが、要素 1 に向かう(矢印 A)とき、伝達パワーの符号を負とし、伝達パワーは減衰点に吸い込まれるとした。一方、伝達パワーの向きが結合要素である要素 2 または要素 3 に向かう(矢印 B)とき、伝達パワーの符号を正とした。

4.2 振動インテンシティと伝達パワー

加振点 A (1,2)モードにおけるコの字型モデルを展開した振動インテンシティを図 9 に、(2,1)モードにおける振動インテンシティを図 10 に示す。図 4,5 と図 9,10 の加振要素の振動エネルギー流れの形状を比較すると、固有モードが等しければ、形状もほぼ等しくなることが確認できる。加振点 B における、コの字型モデルの加振要素の振動エネルギー流れのモード形状も、固有モードが等しくなる振動数であれば、図 4,5 とほぼ等しい形状となる。

加振振動数の固有モードが(1,2)モードのとき、図 11(a)にモデル B、図 11(b)にモデル C における結合境界線①～④を通過する伝達パワー算出結果を示す。図 11(a)(b)ともに、伝達パワーの値は、図 7(a)と比較すると、結合要素がある境界線で大きくなることがわかる。

Fig.9 Structural intensity (1,2) mode

Fig.10 Structural intensity (2,1) mode

Fig.11 Transfer power at (1,2) mode

図 11(a)より、境界線①を通過して結合要素に向かう伝達パワーが大きいことがわかる。(1,2)モードの流れは、加振点から減衰点に振動エネルギーがストレートに向かうが、結合要素があることにより振動エネルギーが流れる経路ができ、加振点からのエネルギーが境界線①に流れたことが原因と考えられる。図 11(b)より、加振点 B のとき境界線④を通過する伝達パワーは、①～③を通過する伝達パワーと比較して非常に大きいことがわかる。図 4(a)に示すように、加振点 A のとき、振動エネルギーは加振点から減衰点まで x 軸に対して垂直方向の成分が多い。一方、図 4(b)より、加振点 B のときは加振点から減衰点まで y 軸に対して垂直方向の振動エネルギー成分が多い。そのため、 y 軸に対して垂直方向の振動エネルギーが多い境界線④の伝達パワーが大きくなると考

えられる。

5. おわりに

本研究では、振動エネルギー流れのモード形状が伝達パワーに与える影響を、材料減衰を 0 とした平板を用いて検討し、得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 加振点から減衰点に向かう y 軸正方向の振動伝達パワーは、振動エネルギー流れの形状によらず、ほぼ一定に伝達される。
- (2) 伝達パワーの向きと大きさは、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合に関係していることがわかった。
- (3) 要素間を通過する伝達パワーの大きさは、振動エネルギー流れの形状が関係していることを、コの字型モデルにより確認した。

今後、振動変位を構成する各固有モードの重み係数の構成割合と伝達パワーを詳細に検討し、本研究の結果の妥当性を検討する必要がある。

参考文献

- (1) 武藤秀和, 山崎徹, 鎌田実, 構造変更による振動及び音響エネルギー流の変化, D&D2001, CD-ROM 論文集, No.01-5, 120(2001-8)
- (2) 塩幡宏規, 田中一字, 山崎徹, 平板における振動エネルギー流れの発生メカニズムに関する基礎研究, D&D2003, CD-ROM 論文集, No.03-7, 349(2003-9)
- (3) 塩幡宏規, 尾崎公哉, 山崎徹, 平板を対象とする振動インテンシティのモード重ね合わせ法に関する基礎研究, 機論, 72 巻 723 号 C 編, pp.3474-3479, 2006 年 11 月
- (4) 山崎徹, 構造物を伝搬する振動エネルギー流れの可視化, 神奈川大学工学研究所, 第 22 号
- (5) 山崎徹, 振動インテンシティ計測による SEA パラメータ評価法, 機論, 65 巻 634 号 C 編, pp.2360-2366, 1999 年 6 月
- (6) 田中信雄, 菊島義弘, 黒田雅治, 薄肉平板のパワーフロー制御に関する研究, 機論, 58 巻 547 号 C 編, pp.788-795, 1992 年 3 月