540 タービンの翼軸連成振動診断

Blade-shaft coupled vibration diagnosis of turbine-generator

○正 姉川 憲永 (防衛大)
正 松下 修己 (防衛大)

正 藤原 浩幸 (防衛大)

Norihiisa ANEGAWA, National Defense Academy, Hashirimizu 1-10-20, Yokosuka, Kanagawa
Hiroyuki FUJIWARA, National Defense Academy
Osami MATSUSHITA, National Defense Academy

The turbine generator, a major component of power plants, must have sufficient reliability. Since the natural frequency of a turbine blade decreases for longer blades, design of the turbine shaft and blade should take into account the coupling of the shaft vibration and the vibration modes of the blade for nodal diameters $k = 0$ and $k = 1$. The present work analyzes the resonance condition of the in-plane and out-of-plane blade. In-plane blade resonates at $-\omega_b = -\Omega$ due to gravity. Out-of-plane blade resonates at $-\omega_b = -2\Omega$ due to unbalance and asymmetry of the bearing stiffness. Additionally, self-excited vibration is caused by fluid force, and entrainment may be considered.

Key Words : Blade-Shaft coupled vibration, Bending vibration, Resonance, Entrainment, Steam turbine

A1 はじめに

原子力用タービン発電機は、長翼で固有振動数が低くなるを得ないので、設計課題として直径節 $k=0$ と $k=1$ についての翼軸連成振動問題を考慮しなければならない。そこで、著者らは翼軸連成曲げ振動における連成共振の特徴について報告してきた。

本論文では、まず、翼軸連成曲げ振動について 2dof 翼軸連成モデルを紹介し、面内翼 (Stagger angle: $\theta_0 = 0$ deg.)、面外翼 ($\theta_0 = 90$ deg.) それぞれについて、翼軸連成共振とそれ以外の共振条件について考察する。さらに、45deg.翼 ($\theta_0 = 45$ deg.) の共振について実験データを示す。

A2 面内翼の考察

面内翼の実験データを図 A1 に示す。面内翼には、図中(a), (b)の2つの大きな共振がある。図中の ω_b は翼の固有振動数、 ω_s は軸の固有振動数、 Ω は回転数を示す。

Fig.A1 Campbell diagram with in-plane blade

- (a) 翼軸連成共振 $\Omega_1 = |\omega_s - \omega_b|$
(b) 翼の重力加振 $-\Omega = -\omega_b$

A3 面外翼の考察

面外翼では、図 A2 に示す(a), (b) 2つの大きな共振があり、(b)の共振については強制振動と自由振動に分けて考察した。

Fig.A2 Campbell diagram with out-of-plane blade

- (a) 翼軸連成共振 $\Omega_1 = |\omega_s - \omega_b|$
(b) 強制振動 軸の不釣り合い加振 + 軸受台の異方性 $-2\Omega = -\omega_b$
自由振動 流体力による自励振動 + 引き込み

A4 45deg.翼の考察

45deg.翼の実験データを図 A3 に示す。45deg.翼では、3X, 6X において翼が直径節 $k=0$ で大きく共振した。この共振については今後詳しく考察する。

Fig.A3 Campbell diagram with 45deg. blade in a vacuum (15Pa)

1. はじめに

タービン発電機は、発電プラントの主要機器の一つであり十分な振動信頼性が確保されなければならない。一般に、回転軸系設計者はロータダイナミクスの観点から翼を剛体円板と仮定した軸・軸受系の曲げ振動やねじり振動を解析し、共振回避設計や低Q値設計を行う。一方、翼設計者は軸を固定した理想的な条件で翼単独の振動を解析し、定格運転域での共振回避設計を行う。しかし、原子力用タービン発電機は、長翼で固有振動数が低くならざるを得ないので、設計課題として直径節 $k=0$ と $k=1$ についての翼軸連成振動問題を考慮しなければならない。翼と軸の一般的な連成条件を表1に示す。

Table 1 General conditions for blade-shaft coupled vibration

Blade \ Shaft	$k=0$		$k=1$	
	in-plane	out-of-plane	in-plane	out-of-plane
Torsion	①	—	—	—
Axial	—	②	—	—
Radial	Translation	—	③	—
	Tilting	—	—	④

- ① 軸ねじり—直径節 $k=0$ の翼面内振動
- ② 軸スラスト—直径節 $k=0$ の翼面外振動
- ③ 軸並進—直径節 $k=1$ の翼面内振動
- ④ 軸傾き—直径節 $k=1$ の翼面外振動

①が翼軸連成ねじり振動を指し、③/④が翼軸連成曲げ振動の条件である。翼軸連成曲げ振動については、いくつかの報告例があるが、主に固有振動数についての解析であり外力加振の応答等に関しては十分な解析がなされていない。そこで、著者らは③/④の翼軸連成曲げ振動における連成共振の特徴について考察を行い、報告してきた⁽¹⁾⁻⁽³⁾。

本論文では、まず、③/④の翼軸連成曲げ振動について 2dof 翼軸連成モデルを紹介し、面内翼 (Stagger angle: $\theta_0 = 0$ deg.)、面外翼 ($\theta_0 = 90$ deg.) それぞれについて翼軸連成共振とそれ以外の共振条件について考察する。

面内翼では、翼が重力によって加振される条件があり、実験データとシミュレーションにより説明する。

面外翼では、強制振動と自由振動に分けて実験データとシミュレーションで考察する。強制振動では軸に不釣合いと軸受台の異方性があるときに翼が $-2X$ で共振することが分かった。自由振動では、ギャロッピングのような自励振動と引き込みの可能性が考えられる。

さらに、45deg.翼 ($\theta_0 = 45$ deg.) について実験データを示し、 $3X$ 、 $6X$ において翼が直径節 $k=0$ で大きく共振した。

2. 実験装置

実験装置の写真を図1に示す。実験装置は自作した翼付ロータを使用した。回転軸の左端部は玉軸受、右端部は磁気軸受(AMB)で支持しており、1,200W の AC サーボモータで回転する。翼は平板を使用し、周方向に等間隔で8枚 (#0-#7 翼) 取り付けられている。写真の翼が面内翼で Stagger angle $\theta_0=0$ deg.である。この翼を軸方向から 90deg. 振って取り付けした翼 (Stagger angle $\theta_0=90$ deg.) が面外翼で、45deg. 振って取り付けした翼 (Stagger angle $\theta_0=45$ deg.) が 45deg. 翼となる。そして、翼固有振動数 ω_{b0} は先端に四角形のおもりを付けることで調整している。

Fig.1 Photograph of the test rig (In-plane blade)

実験は、面内翼 / 面外翼における翼と軸の連成振動を確認するため、磁気軸受を使って軸加振周波数 ν で回転軸を一方方向に力加振し、回転数をゆっくり上げていく。そして磁気軸受部に取り付けた渦電流式の変位計(X,Y)で軸振動を、翼の根元に取り付けた歪ゲージ(#1 翼, #3 翼, #5 翼)で翼振動を計測した。45deg. 翼については翼軸連成共振以外の翼の共振のみ確認したため、軸を加振せずに回転数を上げて翼と軸の振動を計測した。実験装置のパラメータを表2のとおりまとめる。

Table 2 Test rig parameters

Common	
Total weight:	2.6 kg
Shaft length:	0.465 m
Number of blades: $N = 8$ (#0 to #7 blade)	
Blade length:	0.152 m
Weight added to the blade:	0.044 kg
In-plane blade	
Stagger angle: $\theta_0 = 0$ deg.	
Natural frequency of the blade:	$\omega_{b0} = 21.5$ Hz
Natural frequency of the shaft:	$\omega_s = 8$ Hz (1st mode)
Measurement range of rotational speed: $\Omega = 0$ to 35 rps	
Shaft excitation frequency: $\nu = 8$ Hz	
Out-of-plane blade	
Stagger angle: $\theta_0 = 90$ deg.	
Natural frequency of the blade:	$\omega_{b0} = 21.5$ Hz
Natural frequency of the shaft:	$\omega_s = 18$ Hz (1st mode)
Measurement range of rotational speed: $\Omega = 0$ to 15 rps	
Shaft excitation frequency: $\nu = 18$ Hz	
45deg. blade	
Stagger angle: $\theta_0 = 45$ deg.	
Natural frequency of the blade:	$\omega_{b0} = 21.5$ Hz
Natural frequency of the shaft:	$\omega_s = 12.5$ Hz (1st mode)
Measurement range of rotational speed: $\Omega = 0$ to 40 rps	
Shaft excitation frequency: $\nu = 8$ Hz	

3. 2dof 翼軸連成モデル

翼軸連成曲げ振動について検討するため、翼を1質点系、軸を1質点系とした2自由度の翼軸連成運動方程式を導出した。まず、翼面内振動と軸並進運動の連成における軸と翼の運動方程式を次式に示す。ここで、 e_0 は静止座標系、 e_r は回転座標系の表現であることを示す。

軸の運動方程式:

$$\ddot{z} + 2\zeta_s \omega_s \dot{z} + \omega_s^2 z + \mu_m \frac{d^2}{dt^2} (\eta_r e^{j\Omega t}) = 0 \quad \text{on } e_0 \quad (1)$$

翼の運動方程式:

$$\ddot{z} e^{-j\Omega t} + \ddot{\eta}_r + 2\zeta_b \omega_b \dot{\eta}_r + \omega_b^2 \eta_r = 0 \quad \text{on } e_r \quad (2)$$

ただし, z : 軸の変位 (静止座標系)

ζ_s : 軸の減衰比

ω_s : 軸固有振動数 (静止座標系)

μ_m : 質量比 = 翼等価質量 / 全質量

η_r : 翼の相対変位 (回転座標系)

ζ_b : 翼の減衰比

ω_b : 遠心力を考慮した翼固有振動数 (回転座標系)

Ω : 回転数

次に翼面外振動と軸傾き運動の連成における翼と軸の運動方程式を示す。

軸の運動方程式:

$$\ddot{\theta} - j\gamma\Omega\dot{\theta} + 2\zeta_s \omega_s \dot{\theta} + \omega_s^2 \theta + \mu_l \frac{d^2}{dt^2} (\eta_{\theta} e^{j\Omega t}) - j\gamma\Omega \frac{d}{dt} (\eta_{\theta} e^{j\Omega t}) = 0 \quad \text{on } e_0 \quad (3)$$

翼の運動方程式:

$$\ddot{\theta} e^{-j\Omega t} - j2\Omega\dot{\theta} e^{-j\Omega t} + \ddot{\eta}_{\theta} + 2\zeta_b \omega_b \dot{\eta}_{\theta} + \omega_b^2 \eta_{\theta} = 0 \quad \text{on } e_r \quad (4)$$

ただし, θ : 軸の傾き運動成分 (静止座標系)

μ_l : 横慣性率比

= 翼等価横慣性率 / 全等価横慣性率

γ : ジャイロファクタ

= 翼等価横慣性率 / 全等価横慣性率

η_{θ} : 翼の相対傾き運動成分 (回転座標系)

また, ω_b は遠心力効果を含む翼固有振動数であり次式で表される。

$$\omega_b^2 = \omega_{b0}^2 + C\Omega^2 \quad \text{on } e_r \quad (5)$$

ただし, ω_{b0} : 非回転時の翼固有振動数

C : 遠心力係数 = $1 + 1.45 R/L - \cos^2 \theta_0$ (4)

R : ボス半径

L : 翼長

θ_0 : Stagger angle

4. 面内翼の考察

4.1 面内翼の翼軸連成共振 翼面内振動と軸並進運動の連成における実験結果を図2に示す。図2は軸を $\nu=8\text{Hz}$ で加振しながら回転数を上げていったときの翼振動を歪ゲージで計測し, Campbell 線図で表示したものである。横軸が回転数 Ω , 縦軸が周波数, 振幅の大きさを円の大きさに表している。そして, 式(1)(2)から翼と軸の固有振動数を計算した結果を図中に破線で表示している。翼固有振動数 $|\pm\omega_b|$ を見てみると遠心力の影響で回転数 Ω の上昇とともに高くなっていくのがよく分かる。軸は軸固有振動数に合わせて一方に加振しているので, 前向き軸固有振動数 $|\omega_s - \Omega|$ と後向き軸固有振動数 $|\omega_s + \Omega|$ をそれぞれ加振していることになる。

後向き固有振動数 $|\omega_s - \Omega|$ を見てみると, 回転数 $\Omega_1 = \omega_s - \omega_b = 20\text{rps}$ 付近で翼固有振動数 $|\pm\omega_b|$ と接近し, 大きく共振しているのがよく分かる。この回転数 $\Omega_1 = |\omega_s - \omega_b|$ は翼軸連成共振の条件であり, この実験結果のように翼が大きく共振する非常に危険な回転数である。

Fig.2 Campbell diagram with in-plane blade vibration
($\omega_s = 8\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 21.5\text{Hz}$)

4.2 面内翼の共振条件 ここでは, 図2の1X上で翼が大きく振動している現象について考察する。図2は35rpsまでしか回転数を上げていないが, 過去に40rpsまで回転数を上げたことがあり, その時は1X上の振動が非常に大きくなって翼が折れてしまった。この翼が折れた1X上の振動を考察するため35rpsの振動波形を図3に示す。

Fig.3 Waveform analysis with in-plane blade ($\Omega=35\text{rps}$)

図3は, 1回転1パルス, #1翼, #3翼, #5翼の振動波形を表示しており, 回転方向は#1翼から#5翼方向となる。各翼の波形を見ると, すでに35rpsで振動が大きくなりすぎてストレインアンプの出力の限界を超えているために波形が歪んでいるが, 1回転1周期の後退波であることが分かる。よって1X上の大きな振動は翼が1Xで加振されているためと考えられる。

そこで, 翼が1Xで加振される条件として重力を考えてみる。式(2)の右辺に重力加振 $ge^{j\Omega t}$ を加えて書き改めた次の軸と翼の運動方程式を考える。

軸の運動方程式:

$$\ddot{z} + 2\zeta_s \omega_s \dot{z} + \omega_s^2 z + \mu_m \frac{d^2}{dt^2} (\eta_r e^{j\Omega t}) = 0 \quad \text{on } e_0 \quad (6)$$

翼の運動方程式:

$$\ddot{z} e^{-j\Omega t} + \ddot{\eta}_r + 2\zeta_b \omega_b \dot{\eta}_r + \omega_b^2 \eta_r = ge^{-j\Omega t} \quad \text{on } e_r \quad (7)$$

ただし, g : 重力加速度

図4は式(6)(7)から翼の共振曲線を計算して3Dで表示したもので, X軸は回転数, Y軸は周波数, Z軸は振幅を表して、翼と軸の固有振動数を破線で表している。

図4では, 翼の固有振動数と1Xがぶつかる40rps付近で翼が大きく共振し, このときの振動が後退波であるので実験データと一致する。よって, 重力加振による翼の共振によって40rps付近で翼が折れたと考えられる。

Fig.4 Resonance-curve of in-plane blade with gravity excitation ($\omega_s = 8\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 21.5\text{Hz}$)

5. 面外翼の考察

5.1 面外翼の翼軸連成共振 翼面外振動と軸傾き運動の連成における実験結果を図5に示す。図5は軸を $\omega = 18\text{Hz}$ で加振しながら回転数を上げていった時の翼振動をCampbell線図で表したものである。そして, 式(3)(4)から翼と軸の固有振動数を計算した結果を図中に破線で表示している。図2と同様に, 翼軸連成共振の条件となる回転数 $\Omega_1 = |\omega_s - \omega_b| = 5\text{rps}$ 付近で大きな共振が起こっている。翼面内振動と軸並進運動の連成と同じく, 翼面外振動と軸傾き運動の連成においても回転数 $\Omega_1 = |\omega_s - \omega_b|$ は非常に危険な回転数となる。

Fig.5 Campbell diagram with out-of-plane blade vibration ($\omega_s = 18\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 21.5\text{Hz}$)

5.2 面外翼の共振条件 図5について, 13rps以降の大きな振動について考察する。ここでは大きな振動や小さな振動が重なり合っていてCampbell線図では解析しにくい。そこで, 図5を強制振動成分と自由振動成分に分けて3Dで表示したものが図6と図7である。図6と図7はX軸が回転数, Y軸が周波数, Z軸が振幅を表している。

Fig.6 3D plot of forced vibration component with out-of-plane blade vibration

Fig.7 3D plot of free vibration component with out-of-plane blade vibration

図6を見てみると, 翼の固有振動数と2Xがぶつかるところで大きく共振していることが分かる。さらに, 13.3rpsの軸振動と翼振動の波形を表示したものが図8である。

図8は軸と翼の振動波形, そして軸のオービットを表示している。振動波形は横軸が時間, 縦軸は振幅で, オービットは横軸が変位計(X)で計測した振幅, 縦軸が変位計(Y)で計測した振幅である。軸振動, 翼振動ともに1回転1パルスで, 軸振動は変位計(X), 変位計(Y)の振動を表示している。翼振動は#1翼, #3翼, #5翼の振動を表示しており, 回転方向は変位計(X)から変位計(Y)方向, #1翼から#3翼方向である。まず, 軸の振動波形を見てみると, 1回転1周期の前向きで振動していることから, 軸は不釣り合いで加振されていると考えられる。そして, その時のオービットが楕円であることから, 軸受台の異方性も考えられる。一方, 翼振動には1回転2周期の後退波が現れていることから, 軸が不釣り合いで加振され, 軸受台に異方性があるとき翼が-2Xで共振していることが分かる。そこで, 式(3)の右辺に不釣り合い加振と左辺に軸受台の異方性を追加した次の軸と翼の運動方程式を考える。

軸の運動方程式:

$$\ddot{\theta} - j\gamma\Omega\dot{\theta} + 2\zeta_s\omega_s\dot{\theta} + \omega_s^2\theta - \Delta\omega_s^2\bar{\theta} + \mu_1 \frac{d^2}{dt^2}(\eta_{\theta} e^{j\Omega t}) - j\gamma\Omega \frac{d}{dt}(\eta_{\theta} e^{j\Omega t}) = \varepsilon\Omega^2 e^{j\Omega t} \quad \text{on } e_0 \quad (8)$$

翼の運動方程式:

$$\ddot{\theta} e^{-j\Omega t} - j2\Omega\dot{\theta} e^{-j\Omega t} + \ddot{\eta}_{\theta} + 2\zeta_b\omega_b\dot{\eta}_{\theta} + \omega_b^2\eta_{\theta} = 0 \quad \text{on } e_r \quad (9)$$

ただし, Δ : 軸受台の剛性差

ε : 偏重心

Fig.8 Waveform and orbit analysis□
with out-of-plane bladevibration ($\Omega=13.3\text{rps}$)

Fig.9 Resonance-curve of out-of-plane blade with□
unbalance and asymmetry of the bearing stiffness
($\omega_s=18\text{Hz}$, $\omega_{b0}=21.5\text{Hz}$)

図9は式(8)(9)から翼の共振曲線を計算して3D表示したもので、X軸が回転数、Y軸が周波数、Z軸が振幅を表している。翼と軸の固有振動数を破線で表している。図9では、翼の固有振動数と2Xがぶつかる14rps付近で翼が大きく共振し、この振動は後退波である。よって、図6の2X上の共振は軸の不釣り合い加振と軸受台の異方性によって翼が2Xで共振したことが分かった。

次に図7の自由振動成分について考察する。図7は自由振動成分と振動波形を併せて表示している。

まず、13rps以降の振動は翼の固有振動数上の振動であることから、この振動はギャロッピングのような自励振動が考えられる。しかし、翼の固有振動数と2Xのぶつかるところで振動が小さくなっていて、ぶつかる前後の振動波形はビートし、ぶつかっているところではビートが無くなっている。

この現象について考えるため井上らの強制振動と自励振動の式⁽⁵⁾を書き改めた下式について考察した。

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x + a_1\omega_n\dot{x} + \frac{a_3}{\omega_n}\dot{x}^3 = \Omega^2 \sin 2\Omega t \quad (10)$$

ただし、 x : 振動変位
 ζ : 減衰比 = 0
 ω_n : 固有振動数 = 26Hz
 $a_1 = -0.006$
 $a_3 = 0.0005$
 Ω : 回転数(rps)

式(10)について、各回転数における自励振動と強制振動の振幅を計算したものが図10である。

Fig.10 Amplitude of self-excited vibration□
and forced vibration

図10は横軸が回転数、縦軸が振幅で、自励振動の振幅は■、強制振動の振幅は●で表し、11rps、13rps、15rpsの振動波形を表示している。まず、12rps以下を見てみると自励振動の振幅が大きく、強制振動の振幅は小さい。この2つの振動によって、振動波形はビートする。しかし、回転数が上がっていくと、強制振動の振幅が大きくなるにしたがって自励振動の振幅がだんだん小さくなる。そして、強制振動がピークとなる13rps前後では自励振動が無くなってしまいうき込み現象が起こる。ここでは強制振動しかないの振動波形のビートは無くなる。さらに回転数が上がると強制振動の振幅が小さくなり、13.5rps以降では引き込みが終わって自励振動が再び現れてくる。ここでは自励振動と強制振動の2つの振動があるので振動波形はビートする。

この図10の計算結果は図7の実験データによく似ているため、翼の固有振動数と2Xがぶつかるところで振動が小さくなる現象は引き込みの可能性が考えられる。

Fig.11 Photograph of vacuum equipment

さらに、自励振動がギャロッピングのような流体力に起因するものか確認するため、図11に示す真空ケースに実験装置を入れて真空状態で実験を行った。軸を加振せずに回転数を上げていったときの真空中における翼振動を図12に示す。

Fig.12 Campbell diagram □
with out-of-plane blade vibration
($\omega_s = 18\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 21.5\text{Hz}$, in a vacuum [20Pa])

図 12 の 13rps 以降の振動を見てみると、大気中 (図 5) では大きく現れていた振動が真空中 (図 12) では小さくなり、2X 上の振動のみ残っているように見える。特に、大気中では翼固有振動数と 2X がぶつかる前から翼の固有振動数上で振動が大きくなっているが、真空中では翼固有振動数と 2X がぶつかる前の翼の固有振動数上の振動が無くなり、ぶつかった後の振動も非常に小さくなっている。

さらに、大気中に起こる自励振動の要因として、翼先端に付けたおもりの形状に着目し、四角形から流線形に変更して実験を行った。流線形おもりによる実験結果を図 13 に示す。

Fig.13 Campbell diagram with □
out-of-plane blade vibration in the atmosphere
($\omega_s = 18\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 23\text{Hz}$, Streamlined tip mass)

四角形おもり (図 5) では翼固有振動数と 2X がぶつかる前から翼の固有振動数上で大きくなっていた振動が、流線形おもり (図 13) では無くなり、ぶつかった後から非常に大きくなっている。

図 12, 図 13 の結果から、面外振動における自励振動は流体力に起因していると考えられ、翼先端のおもり形状に大きく影響を受けることが分かった。

6. 45deg 翼の考察

真空中における 45deg 翼の振動を図 14 に示す。45deg 翼では、面内翼と同様に 1X 上に直径節 $k=1$ の後退波が現れている。面内翼では 40rps 付近で翼の固有振動数 ω_s が 1X と激しく共振するが、この 45deg 翼は面内翼に比べて遠心力係数が大きいため、翼の固有振動数と 1X は共振しない。しかし、翼が 3X, 6X で大きく共振しており、この共振時の直径節は

Fig.14 Campbell diagram with 45deg. blade vibration
($\omega_s = 12.5\text{Hz}$, $\omega_{b0} = 21.5\text{Hz}$, in a vacuum [15Pa])

$k=0$ である。この共振については、今後詳しく考察する予定である。

7. おわりに

本論文では面内翼、面外翼、45deg 翼について考察し、翼軸連成以外の翼の共振について以下の結果を得た。

- (1) 面内翼では、翼が重力によって加振され $\omega_b = -\Omega$ で翼が激しく共振する。
- (2) 面外翼では、強制振動成分と自由振動成分に分けて考察した。強制振動成分については、軸が不釣り合いで加振され、軸受台に異方性があるとき翼が $\omega_b = -2\Omega$ で大きく共振する。一方、自由振動成分では流体力に起因する自励振動が発生し、翼の先端形状に大きく影響を受けることが分かった。また、この自励振動と前述の強制振動による引き込みの可能性が考えられる。
- (3) 45deg 翼では、3X, 6X において直径節 $k=0$ で大きく共振した。この共振については今後詳しく考察する。

謝 辞

本研究の実施にあたり UNICO JAPAN CO.,LTD に大きな協力を頂き、深く感謝する。

文 献

- (1) Norihisa Anegawa, Hiroyuki Fujiwara, Osami Matsushita, Resonance and Instability of Blade-Shaft Coupled Bending Vibrations, *Turbomachinery*, Vol.36, No.4 (2008), pp.52-60
- (2) Norihisa Anegawa, Hiroyuki Fujiwara, Akira Okabe, Osami Matsushita, Resonance and Instability of Blade-Shaft Coupled Bending Vibrations with In-plane Blade Vibration, *The International Journal of Fluid Machinery and Systems*, Vol.1, No.1 (2008), pp.169-180
- (3) Norihisa Anegawa, Hiroyuki Fujiwara, Osami Matsushita, Blade-Shaft Vibration Measurement in Rotating Machinery, *Dynamics and Design Conference*, (2008), 639
- (4) The Japan Society of Mechanical Engineers, *Mechanical Engineers' Handbook*, (2001), A3, pp.52-53, Maruzen
- (5) Junkichi Inoue, Atsuo Sueoka, *Kikairikigaku II*, (2002), p.90, Rikogakusha