225 走行する弦の強制振動

Forced Vibration Analysis of an Axially Moving String

○正 木村 弘之 (富山大)

Hiroyuki KIMURA, University of Toyama, 3190, Gofuku, Toyama-shi, Toyama

In this paper, a theoretical solution of forced vibration of an axially moving string, whose length is constant, is presented. Finite difference analyses of string vibration are also performed to verify the validity of this solution and to obtain the vibration characteristics of moving string. The calculated results of the finite difference analyses are in fairly good agreement with that of the theoretical solution. The effect of the moving speed on the resonant frequency and the anti-resonant frequency is clarified in the case of both ends are excited sinusoidally.

Key Words: Flexible Structure, Vibration of Continuous System, Forced Vibration, Finite-difference Method, Moving String

A1. 緒 言

ベルト、ロープ、チェーンなどは、機械装置における動力伝達要素のひとつとして、古くから用いられている。このうち、走行するベルトの自由振動については、これまでに多くの研究が行われており、速度比 α (走行速度と横波の伝播速度との比) を用いて、その固有振動数が $(1-\alpha^2)$ 倍に低下することが知られている。また、走行ベルトを弦でモデル化して自由振動についての理論解が得られており、はりでモデル化した数値解析も行われている。しかし、強制振動についてはほとんど検討されていない。

一方、著者は走行するエレベータ・ロープの強制振動について、ロープを弦でモデル化して、ロープの両端 (巻取り端とシーブ端) が任意の速度で移動する場合について、減衰の影響も考慮した理論解を得ている。ロープの両端の移動速度が等しい場合には、ロープ長さが一定となり、走行ベルトと同じ境界条件となる。

そこで本研究では、①まず、両端が任意の速度で移動するエレベータ・ロープの強制振動についての解をもとに、両端の移動速度が等しい場合の理論解を示す。②次に、両端が同位相で加振される場合の強制振動について差分法により数値解析を行い、走行する弦の振動特性に及ぼす速度比の影響について検討する。なお、差分法による数値解析結果の精度については、理論解と比較することで確認する。

A2. 解 析 方 法

張力一定、速度 V で移動する弦の運動方程式は次式で表される。この式をもとに差分近似を行い、端部が正弦波加振される場合の応答について数値解析を行う。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u + \frac{C}{\rho A} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial z}\right) u - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (A1)$$

式(A1)は絶対座標系で表した運動方程式であるが、ロープ系から見た運動方程式をもとに、ロープ内の波の反射を考慮することによって端部が加振され、減衰がある場合の理論解 (近似解) を示す。

両端が正弦波加振される場合の弦の応答 (変位分布、最大変位) について、差分法および理論解をもとに数値解析を行い、応答特性に及ぼす走行速度や振動数の影響について検討する。

Fig. A1 Simulation model of string

Fig. A2 Forced vibration of moving string

A3. 結 言

走行ベルトのように、長さが一定で、張力が一定の弦の強制振動を対象として、減衰が小さい場合の近似解を示すと同時に、差分法による数値解析を行い以下の結果を得た。

- (1) 走行により弦の共振振動数は走行しない場合の $(1-\alpha^2)$ 倍に低下することを確認した。
- (2) 両端を同位相で加振した場合、走行の影響により非対称モードでも共振することを示した。
- (3) 両端を同位相で加振した場合、対称モードでも励振されにくい場合があること、その振動数は非対称モードの固有振動数の $(1+\alpha)$ 倍であることを示した。
- (4) 両端を逆位相で加振した場合の反共振振動数は、対称モードの固有振動数の $(1+\alpha)$ 倍となることを示した。

1. 結 言

ベルト、ロープ、チェーンなどは、機械装置における動力伝達要素のひとつとして、古くから用いられている。このうち、走行するベルトの自由振動については、これまでに多くの研究^{(1)~(7)}が行われており、速度比 α （走行速度と横波の伝播速度との比）を用いて、その固有振動数が $(1-\alpha^2)$ 倍に低下することが知られている。Wikert⁽²⁾は、走行ベルトを弦でモデル化し、自由振動の解を示した。また、高野^{(3)・(4)}らは、走行ベルトの振動抑制について、検討している。

小寺^{(5)・(6)}は、走行するベルトの自由振動を弦でモデル化し理論的に解き、また、はりでモデル化して数値的に解いている。さらに、はりの曲げ剛性を考慮した場合についても検討している。橋本⁽⁷⁾は、有限要素法を用いて、走行するベルトを弦やはりでモデル化し、はりモデルでの解析結果が小寺の結果と良く一致することを示した。

このように、走行ベルトの自由振動については、弦でモデル化した場合の理論解が得られているが、強制振動についてはほとんど検討されていない。

一方、著者は図1に示すような走行するエレベータ・ロープの強制振動について、ロープを弦でモデル化して、ロープの両端（巻取り端とシーブ端）が任意の速度で移動する場合について、減衰の影響も考慮した理論解^{(8)・(9)}を得ている。ロープの両端の移動速度が等しい場合には、ロープ長さが一定となり、走行ベルトと同じ境界条件となる。

そこで、本研究では、①まず、両端が任意の速度で移動するエレベータ・ロープの強制振動についての解をもとに、両端の移動速度が等しい場合の理論解を示す。②次に、両端が同位相で加振される場合の強制振動を差分法により数値解析を行い、走行する弦の振動特性に及ぼす速度比の影響について検討する。なお、差分法による数値解析結果の精度については、理論解と比較することで確認する。

2. 解 析 方 法

2.1 運動方程式と差分法による解析方法 走行する弦の横振動を解析するために、図2に示す解析モデルを考える。 V は弦の移動速度である。シーブ位置を座標の原点とし、長手方向を z 軸、水平方向の弦の変位を u とする。張力一定とすると走行する弦の運動方程式は次式で表される。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u + \frac{C}{\rho A} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial z}\right) u - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ρA は弦の単位長さ当りの質量、 C は弦の単位長さ当りの減衰係数、 a は波の伝播速度（ $=\sqrt{T/\rho A}$ ）、 T は弦の張力である。

式(1)の運動方程式を次式の差分近似^{(7)・(8)}を行うことによって数値解析を行う。格子点を図3に示す。

（両端の要素以外：格子間隔 Δz が一定）

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2}\right) u_{i,j+1} = & 2 \left[1 - a^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} \right] u_{i,j} + a^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} u_{i+1,j} \\ & + a^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} u_{i-1,j} + \left[-1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2} \right] u_{i,j-1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

（右側端部の1要素：格子間隔 m が変化）

Fig. 1 Simulation model of elevator rope

Fig. 2 Simulation model of string

Fig. 3 Lattice point (upper end)

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2}\right) u_{i,j+1} = & 2 \left[1 - a^2 \frac{\Delta t^2}{m \Delta z} \right] u_{i,j} + 2a^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta z(m + \Delta z)} u_{i+1,j} \\ & + 2a^2 \frac{\Delta t^2}{m(m + \Delta z)} u_{i-1,j} + \left[-1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2} \right] u_{i,j-1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

（左側端部の1要素：格子間隔 l が変化）

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2}\right) u_{i,j+1} = & 2 \left[1 - a^2 \frac{\Delta t^2}{l \Delta z} \right] u_{i,j} + 2a^2 \frac{\Delta t^2}{l(l + \Delta z)} u_{i+1,j} \\ & + 2a^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta z(l + \Delta z)} u_{i-1,j} + \left[-1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2} \right] u_{i,j-1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, Δt : 時間刻み, Δz : 分割した弦要素の長さ, m, l : V_a 側端部, V_b 側端部 1 要素の長さ, $u_{i,j}$: 弦の変位, 添字 i, j はそれぞれ空間座標, 時間座標における格子点の番号を表している.

また, 図 1 (c) に示すように左端の弦上に座標の原点をとり, ここからの距離を x とすると, 式 (1) の運動方程式は次式のように表すことができる.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \zeta \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, $\xi = x/L_0, \tau = at/L_0, \zeta = L_0 C / (apA)$ である.

2.2 端部に強制変位が与えられる場合の理論解 図 1 (c) に示すように, 右端でのシープ移動速度が V_a (横波の伝播速度に対する比は $\alpha = V_a/a$), 左端でのシープ移動速度が V_b (横波の伝播速度に対する比は $\beta = V_b/a$) で, 一端または両端が加振される場合の解はすでに文献 9 に示すように得られている.

この弦の中での波の反射を表すと図 4 のようになる. 図 4 には, $\alpha = \beta$ の場合の例を示している. 左端は $\xi = -\alpha\tau$ の直線であり, 右端は $\xi = 1 - \alpha\tau$ の直線である.

2.2.1 右端が加振される場合 右端のみが正弦波 $\sin(2\pi\tau)$ で, u 方向に加振される場合の解は次式で表される⁽⁹⁾.

$$u(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{1n} \sin \left\{ 2\pi \frac{(1-\beta)^{n-1} (1+\alpha)^{n-1}}{(1+\beta)^{n-1} (1-\alpha)^n} (\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{An}) \right\} \right. \\ \times 1(\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{An}) \\ \left. - A_{2n} \sin \left\{ 2\pi \frac{(1-\beta)^n (1+\alpha)^{n-1}}{(1+\beta)^n (1-\alpha)^n} (\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{An}) \right\} \right. \\ \times 1(\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{An}) \left. \right] \\ A_{1n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{(1-\beta)^{n-1} (1+\alpha)^{n-1}}{(1+\beta)^{n-1} (1-\alpha)^n} (\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{An}) \right] \right\} \\ A_{2n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{(1-\beta)^n (1+\alpha)^{n-1}}{(1+\beta)^n (1-\alpha)^n} (\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{An}) \right] \right\} \\ (-\beta\tau \leq \xi \leq 1 - \alpha\tau) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで, τ_{An} は, 右端から出た波が左端に到達する時間, $1(\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{An})$ はカッコ内が正の時, 1 となるステップ関数, A_{1n}, A_{2n} は減衰の影響を表す係数である.

$$\tau_{An} = \begin{cases} \frac{1}{\alpha - \beta} \left\{ 1 - \frac{(1+\beta)^{n-1} (1-\alpha)^n}{(1-\beta)^{n-1} (1+\alpha)^{n-1}} \right\} & (\alpha \neq \beta) \\ \frac{n}{1-\alpha} + \frac{n-1}{1+\alpha} & (\alpha = \beta) \end{cases} \\ (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (7)$$

走行ベルトのように左右のシープの移動速度が等しく弦の全長が変わらない場合 ($\alpha = \beta$), これらの式は以下のようなになる.

$$u(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{1n} \sin \left\{ \frac{2\pi}{(1-\alpha)} (\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{An}) \right\} \times 1(\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{An}) \right. \\ \left. - A_{2n} \sin \left\{ \frac{2\pi}{(1+\alpha)} (\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{An}) \right\} \times 1(\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{An}) \right] \\ A_{1n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{1}{(1-\alpha)} (\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{An}) \right] \right\} \\ A_{2n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{1}{(1+\alpha)} (\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{An}) \right] \right\} \\ (-\alpha\tau \leq \xi \leq 1 - \alpha\tau) \quad \dots\dots\dots (8)$$

Fig. 4 Propagation waves of string

$$\tau_{An} = \frac{n}{1-\alpha} + \frac{n-1}{1+\alpha} \quad \dots\dots\dots (9)$$

2.2.2 左端が加振される場合 次に左端のみが加振される場合を考える. 右端が加振される場合と同様に, まず, 必ずしも $\alpha = \beta$ に限定されない場合の解を示す⁽⁹⁾.

$$u(\xi, \tau) = B_0 \sin \left\{ 2\pi \frac{1}{(1+\beta)} (\tau - \xi) \right\} \cdot 1(\tau - \xi) \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_{1n} \sin \left\{ 2\pi \frac{(1-\beta)^n (1+\alpha)^n}{(1+\beta)^{n+1} (1-\alpha)^n} (\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{Bn}) \right\} \right. \\ \times 1(\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{Bn}) \\ \left. - B_{2n} \sin \left\{ 2\pi \frac{(1-\beta)^{n-1} (1+\alpha)^n}{(1+\beta)^n (1-\alpha)^n} (\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{Bn}) \right\} \right. \\ \times 1(\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{Bn}) \left. \right]$$

$$B_0 = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{1}{(1+\beta)} (\tau - \xi) \right] \right\} \\ B_{1n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{(1-\beta)^n (1+\alpha)^n}{(1+\beta)^{n+1} (1-\alpha)^n} (\tau - \xi - (1+\beta)\tau_{Bn}) \right] \right\} \\ B_{2n} = \exp \left\{ -\frac{\zeta}{2} \left[\tau - \frac{(1-\beta)^{n-1} (1+\alpha)^n}{(1+\beta)^n (1-\alpha)^n} (\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{Bn}) \right] \right\} \\ (-\beta\tau \leq \xi \leq 1 - \alpha\tau) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで, τ_{Bn} は, 両端から出た波が 1 往復して戻ってくる時間, $1(\tau + \xi - (1-\beta)\tau_{An})$ はカッコ内が正の時, 1 となるステップ関数, B_0, B_{1n} は減衰の影響を表す係数である.

$$\tau_{Bn} = \frac{1 + (1+\beta)\tau_{An}}{1+\alpha} \quad \dots\dots\dots (11)$$

走行ベルトのように左右のシーブの移動速度が等しく弦の全長が変わらない場合 ($\alpha = \beta$) , これらの式は以下ようになる。

$$u(\xi, \tau) = B_0 \sin\left\{\frac{2\pi}{(1+\alpha)}(\tau - \xi)\right\} \cdot 1(\tau - \xi) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_{1n} \sin\left\{\frac{2\pi}{(1+\alpha)}(\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{Bn})\right\} \times 1(\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{Bn}) - B_{2n} \sin\left\{\frac{2\pi}{(1-\alpha)}(\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{Bn})\right\} \times 1(\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{Bn}) \right] \quad (-\alpha\tau \leq \xi \leq 1 - \alpha\tau) \quad \cdots (12)$$

$$B_0 = \exp\left\{-\frac{\zeta}{2}\left[\tau - \frac{1}{(1+\alpha)}(\tau - \xi)\right]\right\}$$

$$B_{1n} = \exp\left\{-\frac{\zeta}{2}\left[\tau - \frac{1}{(1+\alpha)}(\tau - \xi - (1+\alpha)\tau_{Bn})\right]\right\}$$

$$B_{2n} = \exp\left\{-\frac{\zeta}{2}\left[\tau - \frac{1}{(1-\alpha)}(\tau + \xi - (1-\alpha)\tau_{Bn})\right]\right\} \quad (-\alpha\tau \leq \xi \leq 1 - \alpha\tau) \quad \cdots (13)$$

$$\tau_{Bn} = \frac{2n}{1-\alpha^2} \quad \cdots (14)$$

この式から、弦の両端が一定速度 V で移動する場合の固有振動数は、

$$f = \frac{a}{2L_0}(1-\alpha^2) \quad \cdots (15)$$

となり、下山⁽¹⁾が指摘したように、走行しない場合の $(1-\alpha^2)$ 倍に低下することがわかる。

なお、両端が加振される場合の解は、式(8)と式(12)を加えることで得られる。

3. 結果および考察

3.1 加振開始直後の振動波形 差分法による数値解析については、これまでにいくつかの理論解と比較し、十分な精度を有していることを確認している^{(8), (9)}。ここでは、一例として、速度比 (走行速度/波の伝播速度) $\alpha = 0.4$, 減衰比 $h = 2\pi\zeta = 0.01$ の条件で、両端が正弦波加振 ($u = u_0 \sin(2\pi f_0 t)$) された場合の変位分布を図5に示す。ただし、 f_0 は速度0の場合の弦の1次の固有振動数である。図中には、式(8), 式(12)の理論解と差分法による解析結果 (分割数 $N = 200$) とを重ね書きして示している。分割数200程度であれば十分な精度で解析できることが分かる。

3.2 両端加振時の応答に及ぼす諸因子の影響 加振開始直後からの弦全体での最大変位の時間的変化の一例を図6に示す。 $\tau = 300$ 程度とすれば、十分定常状態になっていると考えられる。

次に、両端を同位相で加振した場合の定常状態での弦全体の応答倍率 (最大変位/加振振幅) と速度比、加振振動数との関係を図7に示す。また、 $\alpha = 0, 0.1, 0.2, 0.3$ の場合の周波数応答特性を図8に示す。これらの図から、①走行速度が大きくなるにつれて共振振動数が低下していること、②走行速度が0の場合には2次、4次の非対称モードは励振されていないのに対して、走行することによってこれらのモードが励振されるようになっていることや対称モードでも速度比によっては励振されない条件があることが分かる。

3.2.1 共振振動数に及ぼす速度比の影響 速度比と共振振動数との関係を図9に示す。この図から、共振振動数は速度0の場合の固有振動数の $1-\alpha^2$ 倍に低下する

ことが分かる。この結果は、これまでの文献で示された結果⁽¹⁾ほかと一致する。

3.2.2 反共振振動数に及ぼす速度比の影響 速度比と反共振振動数との関係を図10に示す。この図から、反共振振動数は速度0の場合の非対称モードの固有振動数の $1+\alpha$ 倍に増加することが分かる。

この原因は、右端から出発した波は $\tau = 1/(1-\alpha)$ で左端に到達し、左端から出発した波は $\tau = 1/(1+\alpha)$ で右端に到達する。このため、2次モードでは、 $\alpha = 0.5$ で波長が実質的に1.5倍となり、共振するものと考えられる。また逆に、3次モードで応答が小さくなるのは、 $\alpha = 1/3$ で、実質的に対称モードとなるためと考えられる。

(a) $\tau = 0.2 \sim 0.8$

(b) $\tau = 1.0 \sim 1.6$

Fig. 5 Mode shapes of string ($\alpha = 0.4$, $h = 0.01$)

Fig. 6 Maximum displacement of string ($\alpha = 0.2$, 1st mode)

3・3 振動モード 共振点における振動モードの一例を図 11 に示す。図 11(a)からは、1 次の共振点での応答倍率が両端が加振される場合の弦の応答倍率 $N = 2/\pi h = 63.7$ より低下していることが分かる。また、図 11(b)からは、非対称モードである 2 次モードの応答倍率が 63.7 程度となっていることが分かる。

3・4 応答倍率に及ぼす速度比の影響 1 次から 5 次の振動モードにおける応答倍率 N と速度比 α との関係を図 12 に示す。対称モード (1 次, 3 次, 5 次) では共振から非共振、非対称モード (2 次, 4 次) では非共振から共振を繰り返していることが分かる。

Fig. 7 Forced vibration of moving string (FDM)

$$(u_R = u_L = u_0 \sin 2\pi f t)$$

(a) $\alpha = 0, 0.1$

(b) $\alpha = 0.2, 0.3$

Fig. 8 Response curves of moving string ($h = 0.01$, FDM)

Fig. 9 Resonant frequencies of string (FDM)

Fig. 10 Anti-resonant frequencies of string (FDM)

(a) $f/f_0 = (1-\alpha^2)$

(b) $f/f_0 = (1-\alpha^2) \times 2$

Fig. 11 Vibration mode of string ($\alpha = 0.5$, FDM)

(b) 1st mode, 2nd mode and 3rd mode

(a) 4th mode and 5th mode

Fig. 12 Relation between velocity ratio α and response factor N (FDM)

Fig. 13 Forced vibration of moving string (FDM)

$$(u_R = u_0 \sin 2\pi f t, \quad u_L = u_0 \cos 2\pi f t)$$

3.5 両端を逆位相で加振した場合の応答 両端を逆位相で加振した場合の定常状態での応答倍率と速度比や加振振動数との関係を図13に示す。この図から、反共振振動数は対称モード(1次, 3次・・・・)の $(1 + \alpha)$ 倍のところにあることが分かる。

4. 結 言

本研究では、走行ベルトのように、長さが一定で、張力が一定の弦の強制振動を対象として、減衰が小さい場合の理論解(近似解)を示すとともに、差分法による数値解析を行った。得られた結果を要約して以下に示す。

(1) 走行により弦の共振振動数は走行速度の $(1 - \alpha^2)$ 倍に低下することを確認した。

(2) 両端を同位相で加振した場合、走行の影響により非対称モードでも共振することを示した。

(3) 両端を同位相で加振した場合、対称モードでも励振されにくい場合があること、その振動数は非対称モードの固有振動数の $(1 + \alpha)$ 倍であることを示した。

(4) 両端を逆位相で加振した場合の反共振振動数は、対称モードの固有振動数の $(1 + \alpha)$ 倍となることを示した。

文 献

- (1) 下山美徳, ベルトの振動について, 機論, 6-23, (1) (1940-6), 19-24.
- (2) Wickert, J. A. and Mote, Jr., C. D., Classical Vibration Analysis of Axially Moving Continua, Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.57(1990), 738-744.
- (3) 高野康悦, 渡辺啓二, 松下修己, 北野昌則, 走行ベルト系の振動と制御(第1報, 実験的検討), 機論, 64-618, C (1998-2), 421-428.
- (4) 高野康悦, 渡辺啓二, 松下修己, 北野昌則, 大久保宏樹, 走行ベルト系の振動と制御(第2報, 理論解析), 機論, 64-618, C (1998-2), 429-436.
- (5) 小寺忠, 走行するベルトの振動解析, 機論, 70-693, C (2004-5), 1268-1276.
- (6) 小寺忠, 走行するベルトの振動解析(回転慣性を考慮に入れた場合), 機論, 71-706, C (2005-6), 1856-1863.
- (7) 橋本良夫, 走行するベルトの有限要素振動解析, 機論, 73-727, C (2007-3), 655-660.
- (8) 木村弘之, 伊東弘晃, 藤田善昭, 中川敏明, エレベータ・ロープの横振動解析(第3報, 両端が移動するロープの強制振動), 機論, 72-718, C (2006-6), 1745-1750.
- (9) H. Kimura, H. Ito, Y. Fujita and T. Nakagawa, Forced Vibration Analysis of an Elevator Rope with Both Ends Moving, Trans. ASME, Journal of Vibration and Acoustics, 129-4 (2007-8), 471-477.