411 ばね・質量系付加による翼のフラッタの制振

Suppression of Flutter of a Wing by Adding a Spring-Mass System

正 長坂 今夫 (中部大)

○ 多田 恵之 (名大院)

Imao NAGASAKA, Chubu University, Matsumotocho, Kasugai, Aichi, 487-8501
 Keishi TADA, Graduate Student, Nagoya University

It is well known that flutter often occurs in a wing due to coupling between torsion and deflection. It also occurs in a hanging bridge. In some cable-suspended bridges, the flutter speed is increased by attaching (a) a tuned mass damper utilizing both a large damping force and a fluid force or (b) a tuned pendulum damper. In this study, we increased the flutter speed by attaching a spring-mass system which changes the characteristics of a wing. This spring-mass system does not utilize damping. We discussed the effect on the flutter speed for the following two cases: One is a spring-mass system which couples with only the deflection oscillation of a wing and the other is that which does only with the torsional oscillation of a wing. As a result, it was clarified that both systems have effect to increase the flutter speed if the natural frequency of the attached system is well adjusted.

Key Words: Flutter, Wing, Dynamic Damper, Flutter Suppression

翼には、流速が大きくなると、ねじりとたわみの連成によるフラッタが発生することはよく知られている。また、吊橋にも同様のフラッタが強風により発生する。吊橋では、動力を必要としないパッシブ制振として、大きな減衰のダンパをもち、固有振動数を調整した2自由度のばね・質量系 (tuned mass damper) を取付け、さらに流体力を利用する制振の研究⁽¹⁾がなされてきた。これらの研究では、吊り橋の制振に、動吸振器の原理と大きな減衰力および流体力を利用することに特徴がある。また、吊り橋に振子型動吸振器 (tuned pendulum damper) を取付けることにより、フラッタ風速を高める研究もなされている⁽²⁾。振子型動吸振器は、ねじり振動の固有振動数に同調させている。

本研究では、減衰力を利用するのではなく、付加したばね・質量系により、翼の特性を変化させることで、翼のフラッタ速度を高めることを考える。その際、翼のたわみ振動にのみ連成する付加ばね・質量系と翼のねじり振動にのみ連成する付加ばね・質量系との2種類の付加系の翼のフラッタ速度への影響を検討する。

本研究では、翼を鉛直方向のたわみ振動と翼弦に垂直な水平軸回りのねじり振動の2自由度振動系として考え、翼の支持部に、鉛直方向に振動する付加ばね・質量系1および翼弦に垂直な水平軸回りに振動する付加ばね・質量系2

Fig.A1 Model for a wing with two added spring-mass systems

との2種類の付加系を取付ける。

図 A1 に示すように、付加ばね・質量系1あるいは2を取付けた翼を3自由度振動系としてモデル化し、運動方程式を立てた。その際、簡単のため、揚力としては定常翼に作用する揚力を用いた。流速を上げていくとき、それらの運動方程式の3個の固有値のうちの一つの実部が負から正に最初に転ずる流速が、フラッタ速度である。付加ばね・質量系1および2の固有振動数の変化に対するフラッタ速度の変化を図 A2 および図 A3 にそれぞれ示す。たとえダンパを用いなくても、付加ばね・質量系が翼の振動特性を変化させることにより、フラッタ速度を向上させることができることがわかった。

Fig.A2 Flutter speed obtained by varying tuned frequency p_1

Fig.A3 Flutter speed obtained by varying tuned frequency p_2

1. はじめに

翼には、流速が大きくなると、ねじりとたわみの連成によるフラッタが発生することはよく知られている。また、吊橋にも同様のフラッタが強風により発生する。吊橋では、Wilde ら⁽¹⁾は、動力を必要としないパッシブ制振として、大きな減衰のダンパをもち、固有振動数を調整した2自由度のばね・質量系 (tuned mass damper) を取付け、さらにパッシブ制御された翼による流体力を利用する制振をした。その後それに類した研究が多くの研究者によってなされている。これらの研究では、吊橋の制振に、動吸振器の原理と大きな減衰力および流体力を利用することに特徴がある。また、岡田ら⁽²⁾は、吊橋に振子型動吸振器 (tuned pendulum damper) を取付けることにより、フラッタ風速を高める一連の研究を行っている。振子型動吸振器は、ねじり振動の固有振動数に同調させており、最適な減衰係数も求めている。

本研究では、減衰力を利用するのではなく、付加したばね・質量系により、翼の特性を変化させることで、翼のフラッタ速度を高めることを考える。その際、翼のたわみ振動にのみ連成する付加ばね・質量系と翼のねじり振動にのみ連成する付加ばね・質量系との2種類の付加系の翼のフラッタ速度への影響を検討する。

2. 系のモデル化と運動方程式

一様円形断面の片持ちの弾性棒で支持された一様断面形状の小さな幅の翼およびそのフラッタを抑制するために取付けられた二種類の付加ばね・質量を図1に示す。翼形状としては、対称な翼形状 NAKA0012⁽³⁾を採用した。翼弦長を w 、翼幅を l 、翼の質量を m 、翼の重心 G 回りの慣性モーメントを I_G とする。翼は弾性棒に対称軸上の位置 O で水平に取付けられている。翼の鉛直方向の振動と翼弦に垂直で水平な軸回りのねじり振動のみを考慮し、弾性支持棒の上下のたわみ剛性を k 、ねじり剛性を δ とする。弾性棒および翼の水平の位置を基準に、翼の点 O および重心 G の鉛直上方への変位を z および z_G 、翼の水平軸回りの時計方向の回転角を ψ とする。また、重心 G の点 O より前方に測った長さを a 、点 C と重心 G の距離を b とする。

ここでは、簡単のため、揚力としては2次元定常翼に作用する揚力を用いた。翼を左前方からの一様水平流速中に置けば、揚力が発生する。揚力は25%弦長点 C に作用する。点 C の鉛直上方への変位を z_c とすれば、 $z_c = z + (a+b)\psi$ と近似できるので、一様水平流速 V 中では、揚力 L は、次のように表される⁽⁴⁾。

(a) model for a wing (b) model for two added spring-mass systems

Fig.1 Model for a wing with two added spring-mass systems

$$L = C_0 V^2 (-\dot{z}_c / V + \psi) = -C_0 V \dot{z} - C_0 V (a+b) \dot{\psi} + C_0 V^2 \psi \quad (1)$$

ここに、 C_0 は揚力係数であり、ドットは時間微分を表す。付加ばね・質量系1および2を点 O で翼に取付ける。付加ばね・質量系1は、質量 m_1 をもつ付加質量がばね定数 k_1 をもつ付加ばねを介して鉛直方向にのみ振動する。つり合い位置からの付加質量1の鉛直上方への変位を z_1 とする。付加ばね・質量系2は、質量 m_2 、水平軸回りの慣性モーメント I_2 をもつ付加質量が水平軸回りのねじりばね定数 δ_2 をもつ付加ねじりばねを介して水平軸回りにのみ振動する。つり合い位置からの付加質量2の時計回りの回転角を ϕ とする。

運動方程式を求めるために、まず運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを求める。運動エネルギー T およびポテンシャルエネルギー U は次のように求められる。

$$T = \frac{1}{2} m \dot{z}_G^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} k z^2 + \frac{1}{2} \delta \psi^2 + \frac{1}{2} k_1 (z_1 - z)^2 + \frac{1}{2} \delta_2 (\phi - \psi)^2 \quad (3)$$

重心 G の変位は $z_G = z + a\psi$ と近似できるので、ラグランジアン L_E は次のようになる。

$$L_E = T - U = \frac{1}{2} m (\dot{z} + a\dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 - \frac{1}{2} k z^2 - \frac{1}{2} \delta \psi^2 - \frac{1}{2} k_1 (z_1 - z)^2 - \frac{1}{2} \delta_2 (\phi - \psi)^2 \quad (4)$$

翼の上下振動に対する粘性減衰係数を c_1 、翼のねじり振動に対する粘性減衰係数を c_2 とする。粘性減衰力の連成は小さいものとして無視した。非保存力である揚力 L を考慮して、運動方程式を求めると次式のようにになる。

$$(m + m_2) \ddot{z} + m a \ddot{\psi} + c_1 \dot{z} + (k + k_1) z - k_1 z_1 = L \quad (5)$$

$$m a \ddot{z} + (I_G + m a^2) \ddot{\psi} + c_1 \dot{\psi} + (\delta + \delta_2) \psi - \delta_2 \phi = L(a+b) \quad (6)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_1 z + k_1 z_1 = 0 \quad (7)$$

$$I_2 \ddot{\phi} - \delta_2 \psi + \delta_2 \phi = 0 \quad (8)$$

上式に式(1)を代入すれば、結局、運動方程式が次のように得られる。

$$(m + m_2) \ddot{z} + m a \ddot{\psi} + (c_1 + C_0 V) \dot{z} + C_0 V (a+b) \dot{\psi} + (k + k_1) z - C_0 V^2 \psi - k_1 z_1 = 0 \quad (9)$$

$$m a \ddot{z} + (I_G + m a^2) \ddot{\psi} + C_0 V (a+b) \dot{z} + [c_2 + C_0 V (a+b)^2] \dot{\psi} + [\delta + \delta_2 - C_0 V^2 (a+b)] \psi - \delta_2 \phi = 0 \quad (10)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_1 z + k_1 z_1 = 0 \quad (11)$$

$$I_2 \ddot{\phi} - \delta_2 \psi + \delta_2 \phi = 0 \quad (12)$$

付加ばね・質量は、付加ばねを介して翼の上下振動のみに連成されており、付加ねじりばね・慣性モーメントは、ねじりばねを介して翼のねじり振動に、慣性項を介して翼の上下振動にも連成している。

以下の計算で、断りなく用いたパラメータは、次のよう

な有次元量である.

$$\left. \begin{aligned} m &= 1.05 \times 10^{-2} \text{ kg}, I_G = 2.11 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2, w = 0.180 \text{ m}, \\ l &= 0.100 \text{ m}, a = -5 \times 10^{-3} \text{ m}, b = 3.4 \times 10^{-2} \text{ m}, \\ k &= 0.296 \text{ N/m}, \delta = 7.66 \times 10^{-5} \text{ Nm/rad}, \\ c_1 &= 5.90 \times 10^{-2} \text{ Ns/m}, c_2 = 4.81 \times 10^{-5} \text{ Nms/rad}, \\ m_1 &= m_2 = 1.05 \times 10^{-3} \text{ kg}, I_2 = 2.11 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

3. 付加質量のない場合のフラッタ速度

付加ばね・質量系を取り付けない場合の翼のフラッタ速度を, $m_1 = k_1 = I_2 = m_2 = \delta_2 = 0$ とおいた基礎式(9)および(10)より求める. 図2は, それらの基礎式から得られた固有値の虚部と実部を速度に対して示したものである. 2次モードの実部がフラッタ速度 $V_F = 2.86 \text{ m/s}$ において負から正に変わっていることがわかる. また, 図中の丸印はシミュレーション結果の時刻歴から得られた値である.

4. ばね・質量系1を付加した場合

翼の支持部に, 翼の鉛直運動にのみ連成するように取付けられた鉛直方向に振動するばね・質量系1のばね定数 k_1 を変化させることにより, 付加ばね・質量系1の固有振動数 $p_1 = \sqrt{k_1/m_1}$ を調整する. $I_2 = m_2 = \delta_2 = 0$ とおいた基礎式(9)~(11)より, 翼のフラッタ速度を求める. 図3は, 付加ばね・質量系1の固有振動数 p_1 に対する, フラッタ速度

(a) imaginary parts of eigenvalues

(b) real parts of eigenvalues

Fig.2 Eigenvalues of a wing

の変化を示したものである. 動吸振器の原理から, 翼のみの1次の固有振動数近傍に固有振動数 p_1 を同調したときに最大のフラッタ速度が得られるものと予測した. しかし, 実際に最大のフラッタ速度が得られたのは, 固有振動数 p_1 が1次の固有振動数よりもかなり小さな値のときである. そこで, $I_2 = m_2 = \delta_2 = 0$ とおいた基礎式(9)~(11)より得られる固有値の実部が, 最大値をとる固有振動数 p_1 の前後の値でどのような変化があるかを図4および5に示す. 図4は, 最も大きなフラッタ速度が得られた場合の固有値の実部と虚部を示している. 図4(a)は, 付加ばね・質量系1が2自由度の場合の1次モードに連成していることを示している. 3自由度の2次モードが2自由度の1次モードに対応し, 3自由度の1次モードが付加系の振動に対応して

Fig.3 Flutter speed obtained by varying tuned frequency p_1

(a) imaginary parts of eigenvalues

(b) real parts of eigenvalues

Fig.4 Eigenvalues in case of $p_1 = 44 \text{ rad/s}$

(a) case of $p_1 = 43 \text{ rad/s}$ (b) case of $p_1 = 45 \text{ rad/s}$

Fig.5 Real parts of Eigenvalues

(a) time history of displacement z (b) time history of displacement z_1 Fig.6 Time history in case of $p_1 = 45 \text{ rad/s}$

いる. 図 4(b) より, 3 自由度の連成している 1 次モードと 2 次モードがほぼ同時に不安定化しているのがわかる. 図 5(a)と(b)は, それぞれの固有振動数 p_1 が図 4 の場合の振動数よりもわずかに低い振動数とわずかに高い振動数に同調した場合の固有値の実部を表す. 図 5(a)では, 2 次モードの方が 1 次モードより先に不安定化しているのに対し, 図 5 (b)は, 2 次モードの方は不安定になりそうでありながらぎりぎりのところで安定を保っているが, 1 次モードが先に不安定化している. この後者の場合は, 付加系が主系の不安定化をかわろうじて阻止しているが, 自分自身が持ちこたえられなく, 不安定化してしまったのである. 図 5 (b) の場合の, シミュレーション結果を図 6 に示す. 図 6(a) と (b) は, 図 5(b)の場合の変位 z と z_1 の時刻歴である. 図 6(a) の時刻歴は, 主系の 1 次モードの振動が減衰しかけているのであるが, 付加系の振動が不安定であるので, 徐々に加振されて, 振幅が増大していく様子がわかる.

5. ばね・質量系 2 を付加した場合

翼の支持部に, 翼のねじれ運動にのみ連成するように取り付けられた翼弦に垂直で水平な軸回りにねじり振動するばね・質量系 2 のばね定数 δ_2 を変化させることにより, 付加

ばね・質量系 2 の固有振動数 $p_2 = \sqrt{\delta_2/I_2}$ を調整する.

$m_1 = k_1 = 0$ とおいた基礎式(9), (10)および(12)より, 翼のフラッタ速度を求める. 図 7 は, 付加ばね・質量 2 の固有振動数 p_2 に対する, フラッタ速度の変化を示したものである. この場合にも, 実際に最大のフラッタ速度が得られたのは, 固有振動数 p_2 が翼のみの 2 次の固有振動数よりもかなり小さな値のときである. そこで, $m_1 = k_1 = 0$ とおいた基礎式(9), (10)および(12)より得られる固有値の実部が, 最大値をとる固有振動数 p_2 の前後の値でどのような変化があるかを図 8 および 9 に示す. 図 8 は, 最も大きなフラッタ速度が得られた場合の固有値の実部と虚部を示している. 図 8(a)は, 付加ばね・質量系 2 が 2 自由度の場合の 2 次モードに連成していることを示している. 3 自由度の 3 次モードが 2 自由度の 2 次モードに対応し, 3 自由度の 1 次モードが付加系の振動に対応している. 図 8(b) より, 3 自由度の連成している 1 次モードと 3 次モードがほぼ同時に不安定化しているのがわかる. 図 9(a)と(b)は, それぞれの固有振動数 p_2 が図 8 の場合の振動数よりもわずかに低い振動数とわずかに高い振動数に同調した場合の固有値の実部を表す. モードの差こそあるが, 付加ばね・質量系 1 の場合と同様の現象が見られる.

Fig.7 Flutter speed obtained by varying tuned frequency p_2

(a) imaginary parts of eigenvalues

(a) case of $p_2 = 58 \text{ rad/s}$

(b) real parts of eigenvalues

(b) case of $p_2 = 60 \text{ rad/s}$

Fig.8 Eigenvalues in case of $p_2 = 59 \text{ rad/s}$

Fig.9 Real parts of Eigenvalues

6. 結 論

翼を鉛直方向のたわみ振動と翼弦に垂直な水平軸回りのねじり振動の2自由度振動系として考え、翼の支持部に、鉛直方向に振動する付加ばね・質量系1および翼弦に垂直な水平軸回りに振動する付加ばね・質量系2との2種類の付加系を取付ける。揚力として2次元定常翼に作用する揚力を用いた固有値解析により、以下のことが明らかとなった。

1. 固有振動数を調整した付加ばね・質量系1を取付けると、2自由度の翼の1次モードと連成することにより、フラッタ速度を向上することができる。
2. 固有振動数を調整した付加ばね・質量系2を取付けると、2自由度の翼の2次モードと連成することにより、フラッタ速度を向上することができる。
3. いずれの場合も、最適の固有振動数が、2自由度の翼の1次モードおよび2次モードの固有振動数よりかなり小さい。

文 献

- (1) Wilde, K., Fujino, Y. and Kawakami, T., "Analytical And Experimental Study on Passive Aerodynamic Control of Flutter of a Bridge Deck", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.80, 1999, pp.105-119.
- (2) Okada, T., Honke, K., Sugii, K., Shimada, S. and Matsuhisa, H., "Suppression of Coupled Flutter of a Suspension Bridge by Tuned Pendulum Damper; 1st Report, Verification of the Effectiveness by a Bridge Deck Model", Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.66, No.644, Ser.C, 2000, pp.1165-1172.
- (3) Abbott, I. H. and von Doenhoff, A. E., "Theory of Wing Sections", 1949, Dover, p.321, 462
- (4) Washizu, K., "Aeroelasticity", Kyoritsu Shuppan, 1957, pp.4-31.