リレー形式非線形入力のみを用いるスライディングモード制御器と 圧電アクチュエータによるセミアクティブ振動制御

○正 中原 健志 (九産大), 正 藤本 孝 (九産大)

Semi-active Vibration Control Using Sliding Mode Controller Only Using Relay Type Non-linear Input and Piezoelectric Actuator

Takeshi NAKAHARA and Takashi FUJIMOTO

Department of Mechanical Engineering, Kyushu Sangyo University
2-3-1, Matsukadai, Higashi-ku, Fukuoka-shi, 813-8503, Japan

An energy regenerative active vibration control method using piezoelectric actuators, class D drivers, output filters and sliding mode controllers is proposed by the authors. DC voltage sources are used as power sources in the previous study and capacitors which can store regenerated energy also can be used as power sources. Class D drivers and output filters consist of switches and passive electric elements. Therefore, systems using capacitors as power sources can be considered as semi-active systems. Voltages of capacitors used as power sources are not constant because the capacitors are charged and discharged in control processes. An advantage of the proposed method is that characteristics of closed-loop systems are independent from voltages of power sources when systems are in sliding mode conditions. The advantage is suitable for systems using capacitors as power sources. The validity of the semi-active control method based on the proposed method is shown by numerical simulations of a SDOF model.

Key Words : Energy regeneration, Sliding mode control, Relay type input, Piezoelectric actuator, Semi-active control.

1. 緒 論

著者らは圧電アクチュエータを用いたアクティブ振動制御系において、従来形のリニア増幅器の代わりに損失が少なく高効率なD級増幅器をアクチュエータの駆動に用いることにより、外部からのエネルギー供給が不要なエネルギー回生アクティブ振動制御を実現できることをシミュレーション⁽¹⁾と実験⁽²⁾により示している。これまでの研究では主に定電圧源である直流電源をD級増幅器の電源として想定してきたが、振動系から回生したエネルギーをコンデンサに蓄積し、これを電源とすることも可能である。図1に示すようにD級増幅器の回路はスイッチ、コイル、コンデンサから構成されており、コンデンサを電源とした場合には受動要素であるコイルとコンデンサをスイッチで切り替えるセミアクティブ制御の一種と見なすことができる。図2に示すように、D級増幅器は制御器から入力された信号を直接増幅するのではなく、PWM変調器により2値信号であるPWM信号に変換し、このPWM信号をD級出力段で増幅している。増幅されたPWM信号はローパスフィルタである出力フィルタに入力され、出力フィルタにより高周波成分を取り除くことで元の信号を増幅した信号を復元している。このような複雑な手順をとる理由は、2値信号がD級出力段のスイッチのON-OFF切り替えのみにより無損失で増幅可能なためである。D級出力段では入力されたPWM信号の正負もしくは高低によりスイッチsw1-sw4を表1のように切り替えている。表1から分かるようにD級出力段で増幅されたPWM信号の振幅は電源電圧 v_s となるため、PWM変調器を利用したD級増幅器のゲインは電源電圧 v_s に比例する。そのため、コンデンサをD級増幅器の電源に使用した場合には、コンデンサの電圧変動によりD級増幅器のゲインが変動し、閉ループ系の特性に影響を与えることになる。著者らは、D級出力段のスイッチを切り替える2値信号をPWM変調器により生成する代わりにリレー形式非線形入力と捉えて、図3に示すようにスライディングモード制御器により直接生成する方法⁽³⁾も提案している。この手法ではスライディングモード状態になるとD級出力段の電源電圧が閉ループ系の特性に影響を与

Fig. 1 Typical circuit of class D amplifier

Fig. 2 Wave forms in active vibration control system using linear controller and class D amplifier

Table 1 Switching logic of class D driver

PWM signal	sw1,4	sw2,3	input of output filter v_f
positive or high	on	off	v_s
negative or low	off	on	$-v_s$

Fig. 3 Wave forms in active vibration control system using sliding mode controller

えず、閉ループ系の特性が切替超平面のみにより決定される。本論文では、このスライディングモード制御器とコンデンサを電源とするD級増幅段を組み合わせることでセミアクティブ振動制御を行うことにより、直流電源をD級増幅器の電源として用いたエネルギー回生振動制御とほぼ同等の性能が得られることを一自由度振動系を対象とした数値シミュレーションにより示す。

2. スライディングモード制御器によるリレー形式入力の生成

2.1 対象とする問題

本論文では最も基本的で単純な問題である図4に示す1自由度振動系モデルについて検討する。このモデルは、質量 m 、減衰 c 、バネ k からなる1自由度減衰振動系に圧電アクチュエータを取り付けたものであり、 f_a は圧電アクチュエータの発生力、 w は外乱力である。圧電アクチュエータには、コイル L と抵抗 R_L を介してsw1～sw4で構成されるフルブリッジ型のD級出力段と直流電源またはコンデンサが接続されている。 v_s は直流電源またはコンデンサの電圧である。コイル L は圧電アクチュエータ内部の制動容量とともにローパスフィルタである出力フィルタを構成し、抵抗 R_L はコイルの巻き線抵抗などによる損失を表現している。スライディングモード制御器の設

Fig. 4 SDOF model

計にあたっては，1自由度減衰振動系，圧電アクチュエータ，コイル L ，抵抗 R_L を含む系を制御対象と考え，出力フィルタの入力である電圧 u を系への入力と考えることにする．この系に対して切替超平面を設計して，切替関数に基づいてフルブリッジ型D級出力段のsw1～sw4を切り替えることにより，リレー形式の制御入力 u を発生させスライディングモード制御を行う．具体的にはsw1とsw4を閉じると $u = v_s$ ，sw2とsw3を閉じると $u = -v_s$ となる．

2.2 系の状態方程式

1自由度振動系にはアクチュエータの発生力 f_a と外乱力 w が作用しているので，質量 m の変位を x とすると運動方程式は，

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_a + w \quad (1)$$

となる．圧電アクチュエータの電圧を v_a ，電流を i_a とするとキルヒホッフの第2法則より

$$u = L \frac{di_a}{dt} + R_L i_a + v_a \quad (2)$$

となる．また，圧電アクチュエータの力係数を A ，制動容量を C_d とすると

$$f_a = A v_a \quad (3)$$

$$i_a = A \dot{x} + C_d \frac{dv_a}{dt} \quad (4)$$

の関係が成り立つ．ただし，圧電アクチュエータ自身の剛性はバネ k に含ませている．この系の状態変数を x ， $\dot{x}$ ， v_a ， i_a ，入力を u と考えると式(1)から(4)を状態方程式にまとめると

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \\ v_a \\ i_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{A}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{A}{C_d} & 0 & \frac{1}{C_d} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{R_L}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \\ v_a \\ i_a \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} w \quad (5)$$

となる．状態変数ベクトルを $x_1 = [x \ \dot{x} \ v_a]^T$ と $x_2 = i_a$ のように分けると

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ B_2 \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} B_{w1} \\ 0 \end{Bmatrix} w \quad (6)$$

のように正準形にまとめられる．

2.3 切替超平面の設計

スライディングモード制御における切替超平面の設計法には様々なものがあるが，本研究では2次形式評価関数を最小化するように切替超平面を決定する手法⁽⁴⁾を用いる．この手法を用いる理由はエネルギーに関する評価を制御器の設計に反映しやすいからである．具体的には

$$J = \int_{t_s}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right) \alpha + v_a i_a + R_L i_a^2 + \frac{1}{4 R_L} v_a^2 \right\} dt \quad (7)$$

を評価関数とする。ただし、 t_s はスライディングモード状態に入る時刻である。評価関数の被積分関数の各項の意味は以下のとおりである。 $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mx^2$ は振動系に蓄積されるエネルギーであり、制御性能の評価を意図している。 $v_a i_a$ は圧電アクチュエータに供給される電力、 $R_L i_a^2$ はコイルの損失電力を表しており、制御に必要な電力の評価を意図している。最後の $\frac{1}{4R_L} v_a^2$ は解が得られる条件を満たすために付加した項である。振動系に蓄積されるエネルギーに掛かる係数 α は制御性能と必要な電力の兼ね合いを調整するための係数である。これを重み行列 Q_{11} , Q_{12} , Q_{22} を用いてまとめると

$$J = \int_{t_s}^{\infty} (x_1^T Q_{11} x_1 + 2x_1^T Q_{12} x_2 + x_2^T Q_{22} x_2) dt \quad (8)$$

$$Q_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha k}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha m}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4R_L} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Q_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$Q_{22} = R_L \quad (11)$$

となる。この評価関数 J を最小化する切替超平面は以下の切替関数 σ を 0 とする超平面である。

$$\begin{aligned} \sigma &= \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_{12}^T P + Q_{12}^T, Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 P はリカッチ方程式である

$$PA_{11}^* + A_{11}^{*T} P - PA_{12} Q_{22}^{-1} A_{12}^T P + Q_{11}^* = 0 \quad (13)$$

の解であり、 A_{11}^* は

$$A_{11}^* = A_{11} - A_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad (14)$$

である。今後の議論を簡単にするため、 $S_2^* B_2 = 1$ となるように正規化した切替関数 σ^* を求めると

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \\ &= (S_2 B_2)^{-1} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

2.4 非線形入力的设计

次に状態変数を式 (15) の切替関数 σ^* が 0 となる切替超平面に拘束するための非線形制御入力を設計する。 σ^* に関するリアプノフ関数 V を

$$V = \frac{\sigma^{*2}}{2} \quad (16)$$

とすると、その時間微分 $\dot{V}$ は

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^* \dot{\sigma}^* \\ &= \sigma^* \begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ B_2 \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} B_{w1} \\ 0 \end{Bmatrix} w \right) \\ &= \sigma^* \left(\begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + S_1^* B_{w1} w \right) + \sigma^* u \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここで、 u が D 級出力段のスイッチの切替により v_s または $-v_s$ となることを思い出し、

$$u = -v_s \text{sign}(\sigma^*) \quad (18)$$

のように切替関数 σ^* の符号により切替えるものとする。これを式 (17) に代入すると

$$\dot{V} = \sigma^* \left(\begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + S_1^* B_{w1} w \right) - v_s |\sigma^*| \quad (19)$$

となり、

$$v_s > \text{sign}(\sigma^*) \left(\begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + S_1^* B_{w1} w \right) \quad (20)$$

となる範囲では $\dot{V} < 0$ なので切替超平面に到達しスライディングモードを生じる。また、外乱 w や振動振幅が電源電圧 v_s に比べて大きすぎ、この条件が満たされない場合でも制御入力 u はリアプノフ関数の時間微分を小さくする方向に働くので、超平面から遠ざかる速度を抑えることがわかる。

2.5 等価制御法による解析

スライディングモード状態では

$$\sigma^* = \begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (21)$$

が成り立つので

$$x_2 = -S_2^{*-1} S_1^* x_1 \quad (22)$$

となる。 x_2 が圧電アクチュエータの入力電流 i_a であり、 x_1 が 1 自由度振動系の状態変数 x , $\dot{x}$ と圧電アクチュエータの状態変数 v_a であることを考えると、図 5 に示すように圧電アクチュエータを取り付けた 1 自由度振動系で電流 i_a を入力として状態フィードバック制御を行うことと等価であることが分かる。また、切替関数は状態フィードバック則により求まる電流 $-S_2^{*-1} S_1^* x_1$ と実際の電流 i_a の差になっており、電流が不足する場合には $u = v_s$ としてコイルに流れる電流を増やし、逆の場合には $u = -v_s$ として電流を減らすようにして電流 i_a を $-S_2^{*-1} S_1^* x_1$ に追従させる制御則になっていることが分かる。

Fig. 5 Equivalent model

3. シミュレーション

提案手法の原理的な実現可能性を確認するため図 4 のモデルについてシミュレーションを行い、制御を行わない場合、直流電源を電源として制御を行う場合、コンデンサを電源として制御を行う場合の比較を行う。シミュレーションに用いるパラメータは現実的な値になるように、図 6 に示す圧電アクチュエータを貼付けた梁の先端部での 1 次モードの等価質量、等価剛性などを使用する。この梁は、これまでの研究の実験⁽²⁾で用いたものであり、モード特性は実験モード解析によりすでに求められている。表 2 にモード特性から求めた等価質量、等価剛性などシミュレーションで使用するパラメータを示す。シミュレーションは、式 (5) の状態方程式をサンプリング周波数 100kHz で離散化し、時間ステップごとに状態変数ベクトル $[x_1 \ x_2]^T$ 、切替関数 σ^* 、制御入力 u を逐次計算することで行う。外乱 w としては、エネルギー回生の効果が見やすいように系の固有振動数の正弦波力を与える。

Fig. 6 Cantilever beam with piezoelectric elements

Table 2 Parameters of model

mass m	$1.7609 \times 10^{-2} \text{ kg}$
damping c	$3.0766 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}$
stiffness k	46.358 N/m
force factor A	$8.0110 \times 10^{-5} \text{ N/V}$
inductance L	400 mH
damped capacitance C_d	$0.12 \mu\text{F}$
resistance R_L	$1 \text{ k}\Omega$
voltage of DC source v_s	50 V
capacitance of source capacitor C_s	$2 \mu\text{F}$

Fig. 7 Displacement response

図7は外乱の振幅を5mNとして時刻0sに制御を開始した場合の制御開始直後と定常状態での変位 x の応答を示したものである。制御開始直後ではコンデンサを電源とする場合の振幅が直流電源を電源とする場合よりも若干大きく、コンデンサを電源とする場合の制御性能が直流電源を電源とする場合と比較してやや劣ることが分かる。定常状態ではコンデンサを電源とする場合と直流電源を電源とする場合の制御性能は同等になっている。図8はコンデンサの電圧と圧電アクチュエータの電圧を示したものであり、コンデンサを電源とする場合は、制御開始からコンデンサが十分に充電されるまでの間のアクチュエータの電圧が直流電源を電源とする場合よりも小さくなるため、若干性能が劣るものと考えられる。図9はコンデンサを電源とした場合の切替関数 σ^* と入力 u を示したものであり、制御開始から時刻1.2秒付近まではコンデンサの電圧が低いため、入力 u の大きさが不十分になり状態変数を切替超平面に拘束できていない。時刻1.2秒付近以降はコンデンサの電圧が十分に大きくなるため、

Fig. 8 Voltages of actuator and capacitor

Fig. 9 Control input u and switching function σ^* Fig. 10 Displacement response (Capacitance is $0.1\mu\text{F}$)

状態変数が切替超平面に拘束されスライディングモード状態になっている事が分かる。

コンデンサを電源とする場合の制御の立ち上がりを改善するためには、コンデンサの静電容量を小さくして充電にかかる時間を短くする事が考えられる。図 10 はコンデンサの静電容量を $2\mu\text{F}$ から $0.1\mu\text{F}$ にした場合の変位 x

Fig. 11 Voltages of actuator and capacitor (Capacitance is $0.1\mu\text{F}$)

の応答を示したものである。制御開始直後からコンデンサを電源とする場合と直流電源を電源とする場合の差はほとんど見られない。図 11 はコンデンサの電圧と圧電アクチュエータの電圧を示したものであり、コンデンサが素早く充電され電圧が立ち上がっていることが分かる。また、静電容量が小さくなったため、アクチュエータの制動容量の充放電のための電力の出し入れに伴う電圧変動が大きくなり、図 8 と比較してコンデンサの電圧が波打っていることが分かる。しかし、アクチュエータの電圧はきれいな正弦波形を保っており、電源電圧の変動が閉ループ系のゲインに影響を与えないスライディングモード制御の特徴が表れている。PWM 変調器を用いた D 級増幅器では電源電圧の変動に伴うゲイン変動のためアクチュエータの電圧波形が歪む事が予想され、このように電源用コンデンサの静電容量を小さくして立ち上がりを改善することが難しいと考えられる。

4. 結 論

本論文では、エネルギー回生振動制御に用いる D 級増幅器の電源として直流電源の代わりにコンデンサを使用し、スライディングモード制御器と組み合わせることで回生された電力のみを用いるセミアクティブ振動制御を行い、直流電源を電源とするアクティブ振動制御とほぼ同等の効果を得られることを示した。コンデンサを電源とする場合には電源電圧が大きく変動することになるが、スライディングモード状態では閉ループ系のゲインが電源電圧に依存しないため、制御の立ち上がりを改善するために電源用コンデンサの静電容量を小さくした場合でも、アクチュエータの電圧波形に歪みが生じないことを示した。従来の PWM 変調器を用いた D 級増幅器では電源電圧の変動に伴うゲイン変動のためアクチュエータの電圧波形が歪む事が予想され、スライディングモード制御を使用する利点があると考えられる。

文 献

- (1) 中原健志, D 級増幅器によるスマート構造のエネルギー回生振動制御 (第 1 報, 等価回路モデルと回路シミュレータを用いた数値解析による検討), 日本機械学会論文集 (C 編), Vol.74, No.738, 2008, pp.259-268
- (2) Takeshi Nakahara, Takashi Fujimoto, Energy Regenerative Active Vibration Control of Cantilever Beam Using Piezoelectric Actuator and Class D amplifier, Proceedings of The 10th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC2010), Paper No. 2A13, 2010
- (3) 中原健志, 藤本孝, リレー形式非線形入力のみを用いるスライディングモード制御器と圧電アクチュエータによるエネルギー回生アクティブ振動制御, 第 12 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, 2011
- (4) 野波健蔵, 田宏奇, スライディングモード制御—非線形ロバスト制御の設計理論—, コロナ社 (1994)