部品誤差がスター型遊星歯車装置ねじり共振に与える影響

○正 吉野 正信(長岡高専)

The Influence of the Parts Error on Torsional Resonance of Star-type Planetary Gear Train

Masanobu YOSHINO

Nagaoka College of Technology Dept. of Mechanical Engineering
Nishikatakaicyou 888, Nagaoka, Niigata, 940-8532 Japan

The influence of the positioning error, the eccentricity or shape error, which is made during the milling process, at the planetary gear center or the internal gear of the star type planetary gear trains to the torsional resonance are discussed using the simulating program. The program was previously confirmed that it can sufficiently simulate the vibration occurrence speed of the rotational shaft and the vibration orbit of the floating sun gear. In the conclusion, the position error of the internal gear center and the planetary gear center make the change of the self-centering position of the floating sun gear and the shape of the movable area of the sun gear. But they are not the cause of the resonance, because the resonance does not occur without the forced torque. The eccentricity of the planetary gear can be the cause of the resonance when the rotation speed of the planetary gear becomes the natural frequency of the rotating shaft. But the eccentricity of the internal gear is not the cause of the resonance. The triangle shape error of the internal gear, which is measured in the experiment, also simulated. And it is made clear that the shape error can be the cause of the resonance. This can be considered that the transmission error can be made by the coincidence of the shape and the number of planetary gears.

Key Words : Rotary Machinery, Forced Vibration, Torsional Vibration, Nonlinear Vibration, Simulation

1. 結 言

ガスタービン装置の様な高速で回転する機器から動力を取り出す際に、同軸上に入出力軸があり減速比を大きく取ることができることから遊星歯車装置が採用されることが多いようである。そのような条件で使用する遊星歯車装置の中には、構造の簡便さから遊星歯車が公転せず、かつ主に小型の機器を中心に複数個ある遊星歯車の負荷を等しく配分するために太陽歯車軸を周囲に設置された遊星歯車で支える浮動太陽歯車軸を持ったスター型遊星歯車装置が使用されることが多いようである。筆者らは実験室において、遊星歯車を3個取り付け付けた浮動太陽歯車軸を持つ遊星歯車装置を用い太陽歯車軸に発生するねじりと横振動に関し実験と振動の計算を行った。その結果を要約すると以下の様になる。遊星装置を含めた回転に係る軸系のねじり固有振動数と、加振トルクの周波数が一致するとねじりの共振が発生する。その時、本来かみあっているべき歯車歯面はねじり共振によりねじり振幅が大きくなると歯面分離を起こす。歯車歯面に歯面分離が発生すると、その瞬間に太陽軸は遊星歯車軸歯面による支えが無くなり横方向振動を起こす。ねじり振動は歯面分離領域を含むため歯車のバックラッシュをガタとして考えたガタ系を含む漸軟ばねとしての非線形振動応答を示し、同時に横振動も同様の振動応答を示すことが判明した。ねじり振動波形の周波数分析結果より、その加振周波数は内歯車の回転数と遊星歯車の個数を掛けた周波数と軸系のねじり固有振動数が共振していることが判明している⁽¹⁾。歯面分離後の太陽歯車軸の振動軌跡は実験結果より、浮動太陽歯車のセルフセンタリング軌跡に似た軌跡で振動していることも判明し、その軌跡の計算方法も提案されている⁽³⁾。本報告では加振トルクの原因が内歯車の回転数かける遊星歯車の個数3である点に注目し、装置内部品の誤差、特に取り付け位置に誤差がある場合、歯車の中心加工に偏心誤差がある場合、内歯車の歯車歯面加工が何らかの原因で真円でない場合に関しそれぞれ計算し、その幾何誤差が回転時加振トルクとして軸系の固有振動数と共振するかを調査した。その結果、加工誤差は振動発生に影響するが、取り付

け位置誤差は太陽歯車軸の動きうる範囲の形状に影響するだけで振動発生には影響しないことが判明したので報告する。

2. 実験装置と解析対象

図1に実験装置をモデル化したモデル図を示す。動力はモータからダイアフラムカップリングを介し遊星歯車装置に伝達され、さらにスプライン継手でダイナモメータへと接続されている。図2には3個取り付けられている遊星歯車部分の部品の関係の詳細を示す。

Fig. 1 Calculation model of rotating body

Fig. 2 Detail of the planetary gear train

3. 計算方法

3.1 誤差がない場合の可動範囲の計算

遊星歯車装置は太陽歯車、遊星歯車、内歯車それぞれの間にバックラッシが存在し、太陽歯車は遊星歯車とのバックラッシの大きさにより決まる可動範囲を有する。また遊星歯車は内歯車とのバックラッシ分だけ回転できる。図3に実験で求められる可動範囲とセルフセンタリング軌跡の一例を示す。これより太陽歯車は3個取り付けられた遊星歯車の中心方向あるいは中間方向と直角を成す6線分で出来た六角形である。図4にこれを計算で求めた可動範囲とセルフセンタリング軌跡および点を示す⁽²⁾。

Fig. 3 Experimental results

Fig. 4 Calculated result without error

3・2 セルフセンタリング点および振動軌跡の計算法⁽³⁾

計算モデルは浮動太陽歯車および弾性支持された3個の遊星歯車をもつスター型遊星歯車装置、モータ、ダイナモメータ、これらを結合するダイアフラムおよびスプラインカップリングからなっている。その概略は図1に示した。太陽歯車と内歯車の中心が一致し、各歯車間のバックラッシュが等しい仮想状況を標準状態と呼ぶことにする。図2では全体の座標系 $O-xy$ 、遊星歯車の局所座標系 (τ_i, r_i) も同時に示している。計算は以下の仮定にもとづき計算されている。計算時の主な記号と計算式は文献(3)を参照されたい。

- (1) モデルの自由度は全体で15である。その内訳は3個の遊星歯車と太陽歯車は x, y の並進方向と回転の自由度をもち、モータと内歯車ダイナモメータは回転の自由度のみを持つとして計算した。
- (2) 内歯車と遊星歯車、遊星歯車と太陽歯車はバックラッシュを含む歯対のかみあいを考慮して不感帯をもつ12個のばねで結合している。各部のかみあいばね定数は等しいとおいた。
- (3) 加振トルクはモータ位置での変動トルクとして考慮した。実験では加振源は内歯車と遊星歯車の回転伝達誤差と思われ、加振振動数は内歯車回転速度の3倍であった。⁽¹⁾
- (4) 太陽および遊星歯車の横方向変異により生ずるかみ合い線方向の変化および太陽および遊星歯車の不釣り合いは無視する。

4. 取り付け位置誤差の導入と計算結果

4・1 内歯車に取り付け位置誤差がある場合の標準状態のバックラッシュの変化

図5に内歯車の中心位置が装置中心と異なる場合の模式図を示す。プログラムでは同図の右に示すように誤差は任意の方向に与えられるように誤差の大きさとその方向で示せるようにしてある。図に示す誤差を与えた場合、内・遊星歯車間の6個のバックラッシュがそれぞれ式(1)～式(6)のように変化する。ここで g_i は内歯車と遊星歯車間の歯面間距離を表し、添え字は j 番目の遊星歯車との間の値であることとそれが l, r どちらかの歯面であることを表している。

Fig. 5 Position error of the internal gear center

$$gi_{1l} = \frac{jpi}{2} - e_x \cos 20^\circ + e_y \sin 20^\circ \quad (1)$$

$$gi_{1r} = \frac{jpi}{2} + e_x \cos 20^\circ + e_y \sin 20^\circ \quad (2)$$

$$gi_{2l} = \frac{jpi}{2} + e_x \cos 40^\circ + e_y \sin 40^\circ \quad (3)$$

$$gi_{2r} = \frac{jpi}{2} - e_x \cos 80^\circ - e_y \sin 80^\circ \quad (4)$$

$$gi_{3l} = \frac{j_{pi}}{2} + e_x \cos 80^\circ - e_y \sin 80^\circ \quad (5)$$

$$gi_{3r} = \frac{j_{pi}}{2} - e_x \cos 40^\circ + e_y \sin 40^\circ \quad (6)$$

4・2 遊星歯車に取り付け位置誤差がある場合の標準状態のバックラッシの変化

3 個ある遊星がそれぞれ誤差を含むがその一例として PG1 にのみ誤差が有る時を考える。模式図を図 6 に示す。誤差は τ, r 方向に誤差を与える。その場合、PG1 が関係する 2 個の gi と 2 個の g の歯面間隔が式 (7) から式 (10) のように変化する。ここで、 g は遊星歯車と太陽歯車間の歯面距離を表し添え字は内歯車間との時と同様である。

Fig. 6 Position error of the planetary gear center

$$gi_{1l} = \frac{j_{pi}}{2} + e_r \cos 20^\circ - e_\tau \sin 20^\circ \quad (7)$$

$$gi_{1r} = \frac{j_{pi}}{2} - e_r \cos 20^\circ - e_\tau \sin 20^\circ \quad (8)$$

$$g_{1l} = \frac{j_{sp}}{2} + e_r \cos 20^\circ + e_\tau \sin 20^\circ \quad (9)$$

$$g_{1r} = \frac{j_{sp}}{2} - e_r \cos 20^\circ + e_\tau \sin 20^\circ \quad (10)$$

4・3 取り付け位置誤差がある場合の可動範囲とセルフセンタリング点

可動範囲は、太陽歯車が j 番目の遊星歯車方向に移動したと考えると得られる中心から A_j 離れた直線と j と i 番目の二つの遊星の中間方向へ移動し、中心と B_{ji} 離れている直線の 2 種類で囲まれた六角形として与えられる。その寸法の位置関係を図 7 に示す。取り付け位置に誤差がある場合、それぞれの歯車間の距離が式 (1) から式 (10) のように与えられるため、中心から六角形を作るそれぞれの直線までの距離は図 7 に示す A_j から B_{ji} として示すと、それぞれ式(11) から式(16) と与えられる。

$$A1 = \frac{g_{1l} + g_{1r}}{2 \sin 20^\circ} \quad (11)$$

$$A2 = \frac{g_{2l} + g_{2r}}{2 \sin 20^\circ} \quad (12)$$

$$A3 = \frac{g_{3l} + g_{3r}}{2 \sin 20^\circ} \quad (13)$$

$$B12 = \frac{(gi_{1l} + g_{1l}) + (gi_{2r} + g_{2r})}{2 \cos 10^\circ} \quad (14)$$

$$B13 = \frac{(gi_{3l}+g_{3l})+(gi_{1r}+g_{1r})}{2\cos 10^\circ} \quad (15)$$

$$B23 = \frac{(gi_{2l}+g_{2l})+(gi_{3r}+g_{3r})}{2\cos 10^\circ} \quad (16)$$

Fig. 7 Shape of movable area and dimension from the origin

4・4 取り付け位置誤差($e_x = e_y = e_r = e_\tau = 50\mu\text{m}$)を考慮した可動範囲とセルフセンタリング点

取り付け位置誤差の一例として内歯車に x, y 方向ともに $50\mu\text{m}$ の誤差がある場合の可動範囲の変化とセルフセンタリングの変化を図 8 に示す. 図 9 には遊星歯車に取り付け誤差がある場合の一例として, 遊星歯車 1 (PG1) に τ, r 方向ともに $50\mu\text{m}$ の誤差がある場合の結果を示す. セルフセンタリング点は十分大きな静トルクが太陽歯車軸に作用している時の太陽歯車軸の中心位置である. 比較のため取り付け位置誤差がない場合の計算結果を一点鎖線で示している. 図 8, 9 より取り付け位置誤差は可動範囲とセルフセンタリング点の位置を変化させる.

Fig. 8 Movable area and self-centering point
(error $e_x = e_y = 50\mu\text{m}$ in internal gear) Fig. 9 Movable area and self-centering point
(error $e_\tau = e_r = 50\mu\text{m}$ in planetary gear PG1)

4・5 取り付け位置誤差を考慮した時の振動発生状況と振動軌跡

図 10 に実験で得られた共振が発生していない太陽歯車軸の中心軌跡を, 図 11 に共振が発生した後の太陽歯車軸の振動軌跡を示す. 図 10, 図 11 より振動軌跡は共振が発生していないときはセルフセンタリング点のまわりを静かに回転しているが, 共振が発生すると大きく横振動することが分かる. また, その振動周波数は内歯車の 3 倍の周波数であることが判明している⁽¹⁾.

図 12 に内歯車に $e_x=e_y=50\mu\text{m}$ の取り付け位置誤差がある場合の, 8000rpm の太陽歯車軸の振動軌跡を示した.

Fig. 10 No vibration of Experimental result
($N=5500\text{rpm}$, $T_s=2\text{Nm}$)

Fig. 11 Vibration orbit of sun gear in the resonance
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=2\text{Nm}$)

Fig. 12 Vibration orbit with error of internal gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=2\text{Nm}$, $T_d=8.4\text{Nm}$, $e_x=e_y=50\mu\text{m}$)

Fig. 13 Vibration orbit with error of planetary gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=2\text{Nm}$, $T_d=8.4\text{Nm}$, $e_r=e_t=50\mu\text{m}$)

ここで強制加振トルク $T_d=8.4\sin(3\omega_i t)$ をモータに作用させている。ここで ω_i は内歯車の角回転速度とする。7000rpm の時、振動は発生せずセルフセンタリング点で静かに回転する。しかし 8000rpm に回転数が上がると共振し、歯面分離を伴い、横方向に大きく振動する。図 13 には遊星歯車に $e_r=e_t=50\mu\text{m}$ の取り付け位置誤差がある場合の 8000rpm の太陽歯車軸の振動軌跡を示した。図 12 と同様に 7000rpm の時、振動は発生せずセルフセンタリング点で静かに回転する。しかし 8000rpm に回転数が上がると共振し、歯面分離を伴い、横方向に大きく振動する。また、強制加振トルクがない場合は 8000rpm 以上まで回転数を上昇させても共振は発生しない。以上より取り付け位置誤差がある場合は、共振加振トルクが作用していると共振の発生回転数と横振動がセルフセンタリング点まわりを中心に横振動するという状況は変わらないが、強制加振トルク無しでは共振しない。これより取り付け位置誤差は加振トルクに相当するものを発生させないと考えられる。

4・6 内歯車に偏心誤差を考慮した振動発生状況

図 14 に内歯車中心が $50\mu\text{m}$ 偏心し、強制加振トルクが働かない場合の太陽歯車軸の回転軌跡を示す。実験で共振が発生している 8000rpm で計算したが太陽歯車軸は円形に軌跡を描くのみである。図 15 に実験で振動が発生する周波数と同一となる 3 倍まで回転数を上昇させ計算した。振動状況に変化はない。図 16 に図 15 の計算の時求めた遊星 1 (PG1) と太陽歯車軸との噛み合い歯面力 F_{tr} を示す。若干の振動はあるものの歯面分離を起こしていない。これより、内歯車に $50\mu\text{m}$ の偏心があっても強制加振トルクの代わりとはならないと考えられる。

Fig. 14 Orbit with eccentricity of the internal gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $\text{gosa}=50\mu\text{m}$)

Fig. 15 Orbit with eccentricity of the internal gear
($N=24000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $\text{gosa}=50\mu\text{m}$)

Fig. 16 Meshing force between PG1 and sun gear
($N=24000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $\text{gosa}=50\mu\text{m}$)

4・7 遊星歯車に偏心誤差を考慮した振動発生状況

Fig. 17 Orbit with eccentricity of the planetary gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $\text{gosa}=30\mu\text{m}$)

Fig. 18 Orbit with eccentricity of the planetary gear
($N=10700\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $\text{gosa}=30\mu\text{m}$)

図 17 に内歯車の加振トルクを与えずに、遊星歯車 (PG1) に偏心を与え、実験で共振が発生している 8000rpm での太陽歯車軸の振動状況を示す。振動は発生しない。図 18 に遊星歯車の回転数が軸系の共振発

生振動数と同一になる 10700rpm 時の振動状況を示す。横方向に大きく振動する。図 19 に時間に対する F_{lr} の大きさを示す。歯面分離が発生していることが分かる。これらの結果より、遊星歯車の偏心はねじり振動に対して強制加振トルクと同様の効果がある。しかしその回転数は実験で発生している内歯車の 3 倍の周波数ではなく、遊星歯車の回転数が振動発生回転数に一致した時にねじり共振と歯面分離が起きる。

Fig. 19 Meshing force between PG1 and sun gear
($N=10700\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $g_{\text{osa}}=30\mu\text{m}$)

4・8 内歯車の三角形状誤差によるバックラッシュとそれを考慮した時の振動発生状況

図 20 に実験で得られた内歯車の外周の回転に対する変形計測結果を示す。中心から一目盛りが $20\mu\text{m}$ である。外周の番号は歯にふった番号である。内歯車は 3 個の出っ張りがあり、ほぼ 120° 間隔である。またこれは歯車の歯面加工時の抑えジグの爪の数によるものではないかと推測される。図より、出っ張りと引っ込みの差はほぼ $60\mu\text{m}$ と推定し計算で考慮した。図 21 に示すよう、半径方向に誤差が発生すると考え $\delta_a = ((R-r)/2) \times \sin(3\omega_i t)$ で内歯車の半径が変化すると考える。今遊星歯車の個数と内歯車の出っ張りの個数が同一であることより、回転角に関し内歯車と遊星歯車間の標準バックラッシュ gi は 3 個の遊星歯車間で同一となる。その変化を図 22 に示す。図 23 に 7000rpm の時の太陽歯車軸の振動軌跡を示し、図 24 に 8000rpm の時の振動軌跡を示す。図 23, 図 24 より、実験同様 7000rpm から 8000rpm へ回転数を上昇させることにより太陽歯車軸は横方向に大きく振動する。

このときのかみ合い歯面力の一例として F_{lr} を図 25 に示す。歯面分離を伴っているのがわかる。これより遊星歯車個数と変形形状の一致はねじり振動の強制加振トルクと同じ効果がある。

Fig. 20 Experimental result of transformation of internal gear

Fig. 21 Calculation model for transformation of internal gear

Fig. 22 Normal backlash between internal gear and planetary gear

Fig. 23 Orbit with transformation of internal gear
($N=7000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $(R-r)=60\mu m$)

Fig. 24 Orbit with transformation of internal gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $(R-r)=60\mu m$)

Fig.25 Meshing force with transformation of internal gear
($N=8000\text{rpm}$, $T_s=1\text{Nm}$, $T_d=0\text{Nm}$, $(R-r)=60\mu m$)

5. 結 言

以上スター型遊星歯車装置のねじり振動によって発生する太陽歯車軸の横振動に関して、1) 内歯車または遊星歯車の取り付け位置に誤差がある場合、2) 内歯車または遊星歯車中心に偏心がある場合、3) 内歯車に加工時の三角形に似た変形がある場合について計算し、その妥当性に関し検証した。その結果

- 1) 内歯車、遊星歯車の取り付け位置誤差は歯車バックラッシの大きさを変化させ可動範囲の形状とセルフセンタリング点を変化させるが振動の発生回転数、振動軌跡の状況には影響しない。
- 2) 内歯車の偏心は $50\mu\text{m}$ まで大きくしても太陽歯車軸の歯面分離を発生させない。
- 3) 遊星歯車の偏心は遊星歯車の回転数が軸系の振動発生回転数に達すると歯面分離を発生させる。しかし実験で発生している、内歯車軸の 3 倍の回転数が振動発生回転数に達した時発生していない。よって実験で得られた振動の加振力の原因として遊星歯車の偏心は考えにくい。
- 4) 内歯車が三角形状に変形しているとする実験結果から、内歯車の半径が内歯車の回転数の 3 倍の周波数で変化するとした場合、3 個の遊星歯車の標準状態のバックラッシが同位相で変化する。そのバックラッシの変化は内歯車の 3 倍の加振トルクを加えた場合と同じ効果を発生させ歯面分離が発生し、横振動が発生する。これは実験結果と一致する。
- 5) 上記の項目より遊星歯車の部品誤差は、その加工誤差により標準状態でのバックラッシが時間と共に変化させるような加工誤差は歯面分離を伴う振動を発生させる可能性があるが、遊星歯車の取り付け位置のよなバックラッシを時間と共に変化させない加工誤差は振動発生に寄与しない。

文 献

- (1) 矢鍋重夫, 吉野正信, 山岸信雄 “遊星太陽歯車軸の異常振動” 機械学会論文集 C 編, Vol.61, No. 584 (1995), pp7-14.
- (2) 吉野正信, 矢鍋重夫, 佐藤英幸 “スター型遊星歯車装置における浮動太陽歯車のセルフセンタリング特性” 機械学会論文集 C 編, Vol.63, No. 611 (1997), pp82-89.
- (3) 吉野正信, 矢鍋重夫, “スター型遊星歯車装置の浮動太陽歯車軸に発生する特異振動のシミュレーション” 機械学会論文集 C 編, Vol.66, No. 648 (2000), pp40-47.
- (4) 吉野正信, 大野一幸, 矢鍋重夫, “スター型遊星歯車装置ねじり共振に対する幾何誤差の影響” 日本機械学会年次大会講演論文集, Vol.5 (2007), pp419-20.