逆音響解析を用いた音源同定の精度向上に関する研究

中野 陽介^{*1}, 吉村 卓也^{*2}

Precision Improvement of Identification of the Sound Source by Inverse Acoustic Analysis

Yosuke NAKANO^{*1} and Takuya YOSHIMURA^{*2}

^{*1} Tokyo Metropolitan Univ. Dept. of Mechanical Engineering
Minami-osawa 1-1, Hachioji-shi, Tokyo, 192-0397 Japan

This paper proposes a method improving precision of sound source identification by inverse acoustic analysis. The inverse acoustic analysis identifies a vibrational state for mechanical structures by measuring the radiated sound in many points and solving the inverse problem. In this analysis, the uniqueness of solution is not always guaranteed, and the problem is to avoid the instability of the inverse matrix in sound source identification. A numerical simulation is performed about a plate model, on which many point sources are assumed that radiate sound pressure by their vibration. Sound pressures are measured by many microphones and the inverse matrix is calculated from acoustic transfer functions. This paper presents two kinds of methods for changing the coordinates of measurement points in order to decrease the instability of the inverse matrix. One is the singular value sensitivity analysis and the other is the statistic approach by using normal distribution. Both methods are applied for the noise source identification of the plate, and the results are compared, and their features are discussed.

Key Words : Sound Source Identification, Inverse Acoustic Analysis, Acoustic Transfer Function

1. 緒 言

機械構造物の騒音低減は、工学的に極めて重要な課題の一つである⁽¹⁾。自動車を例に上げると、静音性に優れた電気自動車が開発され一般に普及し始めているものの、ガソリンエンジンを用いた従来の自動車が依然として主流であり、環境重視や快適性向上の観点からいっそうの騒音低減が求められている。機械の低騒音化のためにはまず、騒音の原因となる音源を同定する必要がある。機械の音源同定を行う際、接触型、あるいは非接触型の振動測定器を用いて振動データを測定することが考えられる。これらの同定方法は有効である一方で問題点もいくつか指摘できる。例えば、接触型の場合、小型、あるいは軽量の機械に振動測定器を直接取り付けることにより、測定に影響を及ぼす可能性が少なからず考えられる。また、複雑な機械に対しては振動測定器そのものを取り付けることが難しく、測定が困難な場合があると考えられる。これより、機械が発生する音を多点で測定することにより機械の振動状態を推定する逆音響解析も有効な手段であると考えられる。この逆音響解析では解の唯一性が必ずしも保証されておらず、また音源同定を行う際の逆行列の不安定性低減が大きな課題であり、これに関する多くの研究が報告されているが⁽²⁾⁻⁽⁵⁾、問題解決に十分に有効な方法は提案されていない。

本研究では放射音の問題を扱い、単純な平板モデルの音源同定について数値シミュレーションを行い、音源同定の精度向上のために逆行列の不安定性を低減させることを目的とする。具体的には、想定される騒音源に対して、音圧の測定点数や測定点の座標位置が音源同定の精度に及ぼす影響を調べ、限られた音圧の測定点数において、高精度な音源同定が可能となる測定条件について考察する。

^{*} 原稿受付 2012 年 7 月 18 日

^{*1} 学生員, 首都大学東京大学院 理工学研究科 機械工学専攻 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1)

^{*2} 正員, 首都大学東京大学院 理工学研究科 機械工学専攻

E-mail: nakano-yosuke1@ed.tmu.ac.jp

2. 理 論

2・1 逆音響解析 (Inverse Acoustic Analysis) ⁽⁵⁾

音源における振動速度と音圧は次の関係がある。

$$\{p\} = [H]\{v\} \quad (1)$$

式 (1) において, $\{p\}$ は m 行の音圧ベクトル, $\{v\}$ は n 行の振動速度ベクトル, $[H]$ は m 行 n 列の音響伝達関数である。ここで逆音響解析とは, 音圧を測定することにより振動速度を同定することである。行列 $[H]$ に対して特異値分解を行うと次式が得られる。

$$[H] = [U][\Sigma][V]^H \quad (2)$$

ここで, $[U]$, $[V]$ はユリタリ行列である。 $[\Sigma]$ は行列 $[H]$ に関する特異値で構成される対角行列である。 i 番目の特異値を σ_i と表し, $[\Sigma]$ の対角要素である特異値は, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_i \geq \dots \geq \sigma_n$ とする。

m は音圧を測定する点数を指し, n は機械構造物上の騒音源となる要素の点数である。一般的に $m > n$ であるため, これら音圧点と振動速度点の数は一致しない。すなわち, $[H]$ は長方形行列となるため, この $[H]$ に対して擬似逆行列を求める。

$$[H]^+ = [V][\Sigma]^+ [U]^H \quad (3)$$

ここで $[\Sigma]^+$ は次のように得られる。

$$[\Sigma]^+ = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1/\sigma_n & \dots \end{bmatrix} \quad (4)$$

式 (3) を式 (1) の両辺に左から乗じることで次式が得られる。

$$\{v\} = [H]^+ \{p\} = [V][\Sigma]^+ [U]^H \{p\} \quad (5)$$

行列が特異の場合は $\sigma_n \rightarrow 0$ となり $1/\sigma_n$ が発散する。このとき行列がランク落ち (rank deficient) となるため, 逆行列の不安定性の要因となる。

2・2 音響伝達関数 (Acoustic Transfer Function)

2・2・1 振動板による音の放射⁽⁶⁾

バフル平板上の表面にある点音源により放射される音波の速度ポテンシャル ϕ は次のように与えられる。

$$\phi = \frac{Q}{2\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (6)$$

ここで, ω は角周波数, k は波数, r は音源と測定点の距離, Q は体積速度である。式 (6) は剛壁の表面上にある点音源によって壁面の前方の半空間に形成される音場を表現している。よって, 剛壁面的一部分に, ある大きさの振動板があり音を放射している場合には, 振動板を微小面積要素に分割し, それぞれの面積要素が点音源として音を放射していると考えられる。したがって, 音の放射の観点から, 振動板は分布点音源であると考えることが出来る。

2・2・2 音響伝達関数の定義

音圧 P と排除体積速度 V は次のようになる。

$$P = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = j\omega \rho \frac{Q}{2\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (7)$$

$$V = 4\pi r_0^2 v_0 e^{j\omega t} = Q e^{j\omega t} \quad (8)$$

これより、音速を c 、平板要素の面積を S とすると、音響伝達関数 H は次のように得られる。

$$H = \frac{P}{V} S = \frac{jS\omega\rho}{2\pi r} \exp\left(-\frac{j\omega r}{c}\right) \quad (9)$$

3. 数値シミュレーションモデル

3・1 数値シミュレーションの概要

数値シミュレーションモデルを図1に示す。図1のように、音源を持つ構造物のモデルを2次元平板と仮定する。平板モデルは $600\text{mm} \times 600\text{mm}$ であり、25分割した平板の要素の中心に音源を配置し、それぞれの点音源から放射された音を、アレイ状に配置した測定点によって測定する。図1(a)、(b)の音圧測定範囲はそれぞれ正方形、円形であり、平板から 300mm 離れた位置に配置される。

図1(a)の測定点の x, y 座標は、音源の x, y 座標に等しく配置している。図1(b)の測定点は、座標原点の直上に中央の点があるように配置させ、 x 軸、 y 軸上に測定点が配置されるように、半径 150mm 、 300mm の同心円にそれぞれ8点、16点を等間隔に並べている。

音響伝達関数行列 $[H]$ は式(10)を用いて構成される。ここで、音速は $c = 340\text{m/s}$ 、空気の密度は $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ とし、周波数を 100Hz から 5000Hz まで変化させる。平板の要素の面積は $S = 0.0144\text{m}^2$ である。平板の要素数は25点であり、測定点数を m 点とすると、音響伝達関数行列 $[H]$ は m 行 25 列の行列となる。

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1,1} & H_{1,2} & \cdots & H_{1,25} \\ H_{2,1} & H_{2,2} & \cdots & H_{2,25} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m,1} & H_{m,2} & \cdots & H_{m,25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{25} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Fig.1 Numerical Simulation Model

3・2 数値シミュレーション結果

数値シミュレーションの結果を図2に示す。図2は式(10)の音響伝達関数行列 $[H]$ を特異値分解して得られた $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{25}$ の中で、最小特異値を最大特異値で正規化した σ_{25}/σ_1 を図示したものである。行列の特異性を判断する閾値 (Threshold) は、測定誤差等の影響を考慮して 0.01 とした。図2から、 1400Hz 以下の低周波数域での特異値は全般的に閾値を下回り、低い周波数ほど悪条件になる。これは音源の波長が長くなることによる本質的な問題と考えられ、この範囲を除く領域を騒音解析領域とし、騒音源の同定を成立させることを考える。図2

(a) の S-Initial は、音圧測定範囲を正方形とし、測定点数を 25 点として計算した結果である。図 2 (a) の実線は周波数が 3350Hz を示しているが、この付近で値が閾値を下回っており、行列が特異に近くなるため、逆行列が不安定となっている。同様に、図 2 (b) の C-Initial は、音圧測定範囲を円形とし、測定点数を 25 点として計算した結果である。図 2 (b) の実線は周波数が 3700Hz を示しているが、この付近での値が閾値を下回り、逆行列が不安定となる。

3・3 測定点数の増加

測定点数を追加する事で改善させることを試みた。音圧測定範囲が正方形の場合、測定点に新たに 4 点を加えて再計算を行った。測定点を追加した点は図 1 (a) で示すように、 x 軸、 y 軸上に等間隔に並んだ点で、座標は $(x, y) = (360, 0), (0, 360), (-360, 0), (0, -360)$ とした。再計算した結果が S-Increase である。S-Increase は 2570Hz 付近において閾値に近い値を取るが、3350Hz での値は閾値を大きく上回る。また、S-Initial で 4550Hz や 4840Hz 付近の値が落ち込む部分が閾値を超える値を持つことが分かり、全体として S-Increase は S-Initial よりも改善されているといえる。

同様に、音圧測定範囲が円形の場合にも、測定点を新たに 4 点加えて再計算を行った。追加した点は図 1 (b) で示すように、 x 軸、 y 軸上に等間隔に並んだ点で、座標は $(x, y) = (285, 285), (-285, 285), (-285, -285), (285, -285)$ とした。再計算した結果が C-Increase である。これらは測定間隔が 100mm 以上となるように設定している⁽³⁾。C-Increase は、閾値を下回る値は見られず、全般的に閾値を上回っていることが確認できる。これより、C-Increase は C-Initial に対して改善されたといえる。以上のように、測定点数を適切な場所に配置することで、逆行列の不安定性を低減することができ、音源同定の精度が向上することが分かる。本研究では次に、測定点を追加したときと同様の効果が得られるように、測定点を移動させることにより音源同定の精度を向上させることを考える。

Fig.2 Singular Value Plot of Acoustic Transfer Function (Initial and Increase)

4. 数値シミュレーションの検討

4・1 特異値座標感度

特異値座標感度とは、特定の周波数において、座標値をわずかに変更した際の特異値の変化を微分係数として示したものである。 i 番目の測定点の座標 $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$ 及び j 番目の音源の座標 $\mathbf{q}_j = (X_j, Y_j, Z_j)$ とし、これら測定点と音源の距離を r_{ij} とすると、音響伝達関数は次のようになる。

$$H_{i,j} = \frac{jS\omega\rho}{2\pi r_{ij}} \exp\left(-\frac{j\omega r_{ij}}{c}\right) \quad (11)$$

ここで、音源は固定されているとし、 q_j は固定させて p_i を変化させるとする。 z 方向の変化を考えると、

$$\frac{\partial H_{i,j}}{\partial z_i} = \frac{\partial H_{i,j}}{\partial r_{ij}} \times \frac{\partial r_{ij}}{\partial z_i} = \frac{H_{i,j}}{r_{ij}} (z_i - Z_j) \left(-\frac{1}{r_{ij}} - \frac{j\omega}{c} \right) \quad (12)$$

また、測定点数 $i = 1, \dots, m$ 、音源点数 $j = 1, \dots, n$ として音響伝達関数行列を表す。

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{1,1} & \cdots & H_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m,1} & \cdots & H_{m,n} \end{bmatrix} = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^H + \cdots + \sigma_n \mathbf{u}_n \mathbf{v}_n^H \quad (13)$$

ただし、 $\sigma_1 \geq \cdots \geq \sigma_n$ である。

また $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ は n 行の特異ベクトルである。よって、 n 番目の特異値は次のようになる。

$$\sigma_n = \mathbf{u}_n^H [H] \mathbf{v}_n \quad (14)$$

ここで、座標変化に対して $\mathbf{u}_n$, $\mathbf{v}_n$ の変化が微小であるとすれば、座標感度は次のように得られる。

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial z_i} = \bar{u}_n^{(i)} \left[\frac{\partial H_{1,1}}{\partial z_i} \quad \cdots \quad \frac{\partial H_{1,n}}{\partial z_i} \right] \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

ただし、 $\bar{u}_n^{(i)}$ はベクトル $\mathbf{u}_n$ の複素共役の i 番目の成分である。

特異値は実数の範囲にあるが、特異値の勾配は複素数になるため、座標感度を改めて次式で定義する。

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial z_i} = \text{Re} \left[\bar{u}_n^{(i)} \left[\frac{\partial H_{1,1}}{\partial z_i} \quad \cdots \quad \frac{\partial H_{1,n}}{\partial z_i} \right] \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \right] \quad (16)$$

式(16)をすべての測定点に応用することで、全測定点の z 方向の座標感度が得られる。

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial \mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_n}{\partial z_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \sigma_n}{\partial z_m} \end{bmatrix} = \text{Re} \left[\mathbf{u}_n^H \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1,1}}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial H_{1,n}}{\partial z_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_{m,1}}{\partial z_m} & \cdots & \frac{\partial H_{m,n}}{\partial z_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \right] \quad (17)$$

x 方向、 y 方向にも同様にして、

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial \mathbf{x}} = \text{Re} \left[\mathbf{u}_n^H \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1,1}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial H_{1,n}}{\partial x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_{m,1}}{\partial x_m} & \cdots & \frac{\partial H_{m,n}}{\partial x_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \right], \quad \frac{\partial \sigma_n}{\partial \mathbf{y}} = \text{Re} \left[\mathbf{u}_n^H \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1,1}}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial H_{1,n}}{\partial y_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_{m,1}}{\partial y_m} & \cdots & \frac{\partial H_{m,n}}{\partial y_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \right] \quad (18)$$

式 (17) 及び (18) を座標感度の式として定義する。

座標感度により測定点数を移動させることで改善を試みた。ここでは座標を 3 次元に変化させたが、平板から 300mm 以上離れた位置に測定点を配置させた。音圧測定範囲が正方形の場合、ランク落ちする周波数である 3350Hz に感度を適用して再計算した。ここで、感度ベクトルに一定量の係数を乗じることで、測定点を移動させた。その結果が図 3 (a) に示す S-Sensitivity である。S-Sensitivity は 3350Hz における値が閾値を上回るが、その他の周波数での値が閾値を下回ることが分かる。音圧測定範囲が円形の場合も同様にして、3700Hz における感度

を用いて再計算した結果が図 3 (b) で示す C-Sensitivity である。C-Sensitivity は 3700Hz での値は閾値を上回るが、4080Hz での値が閾値を下回ることが分かる。

C-Sensitivity では、4080Hz 付近の周波数において、正規化した特異値が閾値を下回る事が確認された。そこで、4080Hz の周波数に対して、さらに感度を用いて計算を続行した。結果として、4080Hz における値は閾値を超えることが確認されたが、その他の周波数での値が閾値を下回る事も確認され、閾値を下回る周波数の感度を繰り返し用いて計算を行っても全体的に改善の方向に向かわれなかった。

Fig.3 Singular Value Plot of Acoustic Transfer Function (Initial and Sensitivity)

4・2 正規分布

図 1 のように測定点を配置することで、数値シミュレーションした結果として図 2 が得られた。音圧測定範囲が正方形及び円形において、それぞれ周波数が 3350Hz、3700Hz 付近で行列が特異に近くなることがわかった。この原因の一つとして、測定点を規則的に配置させて計算したことが考えられる。そこであえて測定点に不規則性をもたせることで、精度が改善される可能性もあると考えた。

そこで測定点をランダムにばらつかせるため、平均 0、標準偏差 10mm の 2 次元正規分布に従い測定点を移動させることを試みた。試行を何回か繰り返し、1400Hz 以上の騒音解析領域において、すべての特異値が閾値を超える準最適な測定点配置となる結果が得られた時点で終了する計算を行った。再計算した結果が図 4 (a) で示す S-Distribution である。ただし、試行回数は 4963 回である。S-Distribution は騒音解析領域における値が閾値を超え、全体として S-Distribution は S-Initial よりも改善されたことが分かる。

ここで、標準偏差を小さくして計算を行った場合について述べる。標準偏差を 8mm として計算すると、試行回数が 7490 回を超えたあたりで準最適な測定点配置を取る。さらに標準偏差を小さくして 5mm で計算すると、準最適な測定点配置を取ることなく、設定した回数で試行は終わらなかった。標準偏差を小さくすると、測定点の移動可能な量が小さくなるため、全体的に閾値を上回るグラフが得ることが難しく、標準偏差を大きくすると、それに比例して測定点の移動可能な量が大きくなる。このため、全体的に閾値を上回るグラフが存在する確率が高くなり、比較的短時間で試行が終わることが分かる。ここでは、測定点同士の干渉を考慮し、標準偏差を 10mm として計算を行った。

音圧測定範囲が円形の場合にも、同様にして正規分布を用いて測定点を移動させた。その結果が図 4 (b) に示す C-Distribution である。C-Distribution は騒音解析領域における値が全体的に閾値を上回り、C-Initial に対して改善された事が確認できる。

Fig.4 Singular Value Plot of Acoustic Transfer Function (Initial and Distribution)

5. 結 論

本研究では、平板を対象構造物として音響伝達関数による音源同定の精度向上を検討した。

- ・音源同定のための音圧測定範囲を正方形及び円形として両者を比較し、円形の方が逆行列を安定化できることがわかった。
- ・音響伝達関数の逆行列が不安定となる場合、座標感度により測定点を移動させ、特定の周波数に対する不安定性を低減できることが分かったが、その他の周波数に対して逆行列が不安定となる場合があることも分かった。
- ・音響伝達関数の逆行列が不安定となる場合、正規分布を用いて座標を移動させる事で、その不安定性を低減できることが分かった。しかし繰り返し計算を行い最良の結果を選ぶ際に、限られた試行回数では結果が得られない場合もある事が分かった。

以上をまとめると、特定の周波数に対して不安定性を大きく低減させるには、座標感度により測定点を移動させる方法が有効である。しかし、周波数に対して全体的に測定精度を向上させるには、正規分布により測定点を移動させる方法が有効である事が分かった。

文 献

- (1) 河村庄造, 雲丹亀正記, 岩壺卓三 音圧測定による機械の振動状態の推定 (音響・振動系逆問題解析における不適切性低減手法の提案), 2000.
- (2) H. Defosse, F. Damagnez, M. A. Hamdi, S. Frikha, F. Ollivier, P. Varet, T. Beauvilain Engine noise characterization using an inverse boundary element method, 2002.
- (3) J. Liu, J. Han, D. W. Herrin Sound Field Reconstruction Using Inverse Boundary Element Method, 2009.
- (4) FREDY MARTINUS, DAVID W. HERRIN, ANDREW F. SEYBERTH SELECTING MEASUREMENT LOCATIONS TO MINIMIZE RECONSTRUCTION ERROR USING THE INVERSE BOUNDARY ELEMENT METHOD, 2006.
- (5) T. Koizumi, N. Tsujiuchi Optimizing the Number of Measurement Points for Noise Source Identification by Inverse Boundary Element Method, 2008.
- (6) 鈴木浩平, 西田公至, 丸山晃市, 渡辺武 機械工学のための振動・音響学, 1996.