2403 有限要素法による梁の3次元大変形解析

Large deformation analyses of beam by FEM

正 石原昌文 (コンパックコンピュータ株式会社)

Masabumi ISHIHARA, Compaq Computer, JAPAN.

TEL: 03-5495-8701, FAX: 03-5495-8620, E-mail: Masabumi.Ishihara@jp.compaq.com

Finite element method using SO(3), which is named special orthogonal group, is formulated by decomposing deformation gradient tensor into SO(3) and stretch tensor. Then, tangent stiffness using four types of stress rates, which are Truesdell, Jaumann, Green and Linear stress rates, are obtained. Next, euler-buckling analyses and post-buckling analyses using beam elements of this formulation are made. As a result, the buckling loads of the beam element using Linear stress rate are perfectly the same as Timoshenko's theoretical solutions and the results of post-buckling analyses of the beam element using Linear stress rate are also perfectly the same as the solutions of elastica.

Key Words: Finite element method, Euler-Buckling, 3-dimensional deformation, Beam analysis

1 序論

有限要素法による梁の3次元大変形解析はSimoらが、特殊直交群 SO(3)を用いて可能にしたが、参照配置の Total Lagrange 座標系でしか剛性を表わすことができないため、大歪領域まで解析できないという不都合が生じている。そこで、石原^(1,2,3)はSO(3)を含んだ有限要素法の定式化を現在配置の Updated Lagrange 座標系で行い、さらに、新たに線形応力速度を提案し、それを適用して接線剛性を求め、従来の応力速度を用いて求めた場合に比べてその有効性を検討した。

そして、石原⁽⁴⁾はEuler-Buckling問題を解析し、線形応力速度を用いた梁要素で得られる片持梁のEuler-座屈荷重は古典的梁モデルの理論解に一致することを示した。また、代表的な汎用有限要素法解析ソフトと比較し、提案する方法による場合、より高次のモードまで高精度の解が得られることを示した。さらに、石原⁽⁵⁾は3次元大変形問題としてGreen-Hill問題とCable-Hocking問題を解析した結果、提案したSO(3)を含んだ線形応力速度による接線剛性マトリクスが3次元大回転解析において極めて有効であることを示した。

2 Euler-Buckling 問題

2.1 解析モデル

Fig. 1 解析モデル

Table 1 材料定数と断面定数

Young Modulus (E)	10GPa
Shear Modulus (G)	4GPa
Moment of Inertia (I_1, I_2)	1E-9M ⁴
Torsion Constant (J)	1E-10M ⁴
Section Area (A)	1E-5M ²
Length (L)	0.1M

2.2 解析結果

Table 2 Timoshenko 梁の座屈荷重(KN)

Mode No.	1	2	3
Theoretical solution-1 ^{†1}	2.36	13.33	21.64
Theoretical solution-2 ^{†2}	2.31	15.24	31.65
Truesdell stress rate	2.25	12.31	19.94
Jaumann stress rate	2.36	15.87	30.29
Neo-Green stress rate	2.36	17.21	39.63
Linear stress rate	2.31	15.27	31.80

Table 3 Bernoulli-Euler 梁の座屈荷重(KN)

Mode No.	1	2	3
Theoretical solution ^{†3}	2.47	22.21	61.69
Truesdell stress rate	2.41	18.17	38.17
Jaumann stress rate	2.53	28.47	153.86
Neo-Green stress rate	2.53	28.51	155.14
Linear stress rate	2.47	22.21	61.69

†1†2†3: 文献(6)参照

3 Green-Hill 問題

3.1 解析モデル

Fig. 2 解析モデル

Table 4 材料定数と断面定数

Bending Stiffness (EI)	1.0E-2 N·M ²
Torsion Stiffness (GJ)	1.0E-2 N·M ²
Stiffness Ratio (EI/GJ)	1.0
Length (L)	1.0 M

3.2 解析結果

Fig. 3 平衡曲線

Fig. 4 変形図

4 Cable-Hocking 問題

4.1 解析モデル

Fig. 5 解析モデル

Table 5 材料定数と断面定数

Young modulus	7269. kgf/mm ²
Shear modulus	2744. kgf/mm ²
Iy, Iz	0.0833mm ⁴
J	2.16mm ⁴
Length	240.mm

4.2 解析結果

Fig. 6 平衡曲線

Fig. 7 変形図

5 結論

梁の 3 次元大変形 FEM 解析を高精度に行うために、Updated Lagrange 座標系で接線剛性の定式化を行うとともに、線形応力速度を提案し、本解析によりその有効性を明らかにすることができた。

<参考文献>

- (1) 石原昌文、特殊直交群 SO(3)を含んだ有限要素法定式化 第一報：応力速度と接線剛性の関係、機論 A 編 62 巻 599 号(1996-7),pp.168-173
- (2) 石原昌文、特殊直交群 SO(3)を含んだ有限要素法定式化 第二報：梁要素の剛性要素の導出、機論 A 編 63 巻 610 号(1997-6),pp.1272-1279
- (3) 石原昌文、特殊直交群 SO(3)を含んだ有限要素法定式化 第三報：定式化に関する検討、機論 A 編 64 巻 624 号 (1998-8),pp.2026-2032
- (4) 石原昌文、有限要素法による梁の Buckling 解析、機論 A 編 64 巻 624 号(1998-8),pp.2019-2025
- (5) 石原昌文、有限要素法による梁の Post-Buckling 解析、機論 A 編 63 巻 612 号(1997-8),pp.1707-1712
- (6) Tomoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill, 1963