2308 拡張カルマンフィルタによる騒音源の同定

Identification of the source of noise with extended Karuman filter

正 多田 幸生 (神戸大) ○ 生木 一平 (神戸大院)

Yukio TADA, Faculty of Engineering, Kobe University, Rokkodaityo 1-1, Nada, Kobe, 657-8501

Ippei NAMAKI, Graudate School of Kobe University

This paper describes an identification problem of the source position of noise. In this research, in order to identify the source of noise, the boundary element method and the extended Kalman filter are used. First, the sound pressure of an observing point is measured. Next, when the position of a sound source is located in an assumed position, the sound pressures of observing point are calculated by the boundary element method, and the position of the sound source which is an unknown parameter is estimated with an extended Kalman filter. The validity of this technique is checked from the result of a simulation.

Key Words : Identification, Extended Kalman filter, Boundary element method

1. 緒言

騒音源を特定することは、その発生源を直接制御することが可能となるため、騒音制御の重要な課題の一つである。本研究では、騒音源の位置を同定するために、拡張カルマンフィルタと境界要素法を適用した。はじめに、観測点の音圧を観測する。次に、推定の音源の位置による観測点の音圧を境界要素法により計算し、拡張カルマンフィルタにより、未知パラメータである音源の位置を推定する音源位置の同定のシミュレーションを行った。

2. 境界積分方程式による音圧の計算⁽¹⁾

音響問題に対する音場の支配方程式は次式の Helmholtz 方程式で与えられる⁽²⁾

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) = 0 \quad (1)$$

ここで、 $P(x)$ は音圧である。また、 $k = \omega/c$ は波数であり、 ω は角周波数、 c は音速である。まず、式 (1) に式 (2) を満足する関数 $p^*(x, y)$ をかけて音場領域 Ω 全体にわたって積分した式 (3) の恒等式を考える。

$$\nabla^2 p^*(x, y) + k^2 p^*(x, y) + \delta(x, y) = 0 \quad (2)$$

$$\int_{\Omega} \{\nabla^2 p(x) + k^2 p(x)\} p^*(x, y) d\Omega = 0 \quad (3)$$

ただし、 x と y は観測点とソース点を表し、 $\delta(x, y)$ はディラックのデルタ関数である。式 (3) に Gauss の発散定理と式 (2) とを用いることにより、次の積分方程式が得られる。

$$c(x)p(x) + \int_{\Gamma} q^*(x, y)p(x) d\Gamma = \int_{\Gamma} p^*(x, y)q(x) d\Gamma \quad (4)$$

ただし、 $q(x)$, $q^*(x, y)$ はそれぞれ、

$$q(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial n} \quad (5)$$

$$q^*(x, y) = \frac{\partial p^*(x, y)}{\partial n} \quad (6)$$

である。式 (4) の係数 $c(x)$ は、 $x \in \Omega$ のときは $c(x) = 1$ 、 $x \in \Gamma$ で境界 Γ が滑らかなときは $c(x) = \frac{1}{2}$ である。音響

問題において、粒子速度を v とすれば、 $q = -j\omega\rho v$ の関係がある。ただし、 ρ は媒質の密度である。この関係を用いることにより、式 (4) は式 (7) となる。

$$c(x)p(x) + \int_{\Gamma} q^*(x, y)p(x) d\Gamma + j\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y)v(x) d\Gamma = 0 \quad (7)$$

また、 $p^*(x, y)$ は 3 次元問題では、式 (8) で与えられ、 $q^*(x, y)$ は式 (9) となり、 r はソース点と観測点間の距離を表している。

$$p^*(x, y) = \frac{1}{4\pi r} \exp(-ikr) \quad (8)$$

$$q^*(x, y) = -\frac{1}{4\pi r^2} (1 + ikr) \exp(-ikr) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (9)$$

音場内部の任意の点での音圧は境界上での音圧、粒子速度を計算したのちに式 (10) より求まる。

$$p(x) + \int_{\Gamma} q^*(x, y)p(x) d\Gamma + j\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y)v(x) d\Gamma = 0 \quad (10)$$

式 (7), (10) を、要素内で音圧、粒子速度が一定である一定要素で離散化すると、式 (11), (12) の代数方程式を得る。

$$Hp + Gv = 0 \quad (11)$$

$$p_2 = -Ap + Bv \quad (12)$$

ここで係数マトリックス H , G , A , B は基本解から計算できる。式 (11) を、境界上の音圧と粒子速度の未知節点値について解けば境界上のすべての節点値が得られ、境界上の節点値を式 (12) に代入することにより、音場内部の音圧が計算できる。

3. 拡張カルマンフィルタ

拡張カルマンフィルタ⁽³⁾ は、状態方程式や観測方程式が非線形である時、非線形関数を推定値の近傍で線形近似して得られるシステムにカルマンフィルタを適用し導かれる。ここでは観測式のみが非線形であり、式 (13) で表される時を考える。

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \quad (13)$$

式 (13) を $\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1}$ のまわりでテイラー展開を行い, 2 次の項以降を無視すれば式 (14) となる.

$$\mathbf{y}_t = \hat{\mathbf{H}}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{h}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1}) - \hat{\mathbf{H}}_t \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_t = \left(\frac{\mathbf{h}_t}{\mathbf{x}_t} \right)_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1}} \quad (15)$$

ここで

$$\boldsymbol{\eta}_t = \mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1}) + \hat{\mathbf{H}}_t \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \quad (16)$$

とおくことにより, 式 (14) は,

$$\boldsymbol{\eta}_t = \hat{\mathbf{H}}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (17)$$

となる. 今, 同定される位置は時間に対して変化しない, したがって, 状態方程式は次式となる.

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{I} \mathbf{x}_t \quad (18)$$

ただし, $\mathbf{I}$ は単位行列を表す. 式 (17), (18) についてカルマンフィルタを適用することにより, 拡張カルマンフィルタが求まる. 拡張カルマンフィルタを (i) ~ (iv) に示す.

(i) 初期条件

$$\hat{\mathbf{x}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{P}_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (19)$$

(ii) フィルタ方程式

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = \mathbf{I} \hat{\mathbf{x}}_{t/t} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} + \mathbf{K}_t [\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1})] \quad (21)$$

(iii) カルマンゲイン

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t/t-1} \hat{\mathbf{H}}_t^T [\hat{\mathbf{H}}_t \mathbf{P}_{t/t-1} \hat{\mathbf{H}}_t^T + \mathbf{R}_t]^{-1} \quad (22)$$

(iv) 推定誤差共分散行列

$$\mathbf{P}_{t+1/t} = \mathbf{P}_{t/t} \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{t/t} = \mathbf{P}_{t/t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t/t-1} \quad (24)$$

$\mathbf{K}_t$ は $n \times p$ 行列であり, $\mathbf{R}_t$ は $p \times p$ 正定値対称行列である. まず $\bar{\mathbf{x}}_0, \Sigma_0$ が与えられると, 式 (21), (22) より $\mathbf{x}_{t/t}$ が求まる. 次に式 (20), (23), (24) より, $\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t}, \mathbf{P}_{t+1/t}$ が計算される. 従って, 初期値が与えられると新しい観測値が得られるごとに $\hat{\mathbf{x}}_{t/t}, \hat{\mathbf{x}}_{t+1/t}$ が計算される.

4. 音源位置同定アルゴリズム

境界要素法と拡張カルマンフィルタを用いた音源位置同定のアルゴリズムを以下に示す.

Table.1 Algorithm of sound source identification

step1	初期音源位置座標 $\hat{\mathbf{x}}_{0/-1}$ と $\mathbf{P}_{0/-1}$ を与える.
step2	測定点における測定データ $\mathbf{y}_t$ を読み込む.
step3	推定音源位置座標での音圧 $\mathbf{h}_t(\hat{\mathbf{x}}_t)$, $\hat{\mathbf{H}}_t$ を境界要素法により計算する.
step4	カルマンゲイン $\mathbf{K}_t$ を計算する.
step5	$\hat{\mathbf{x}}_{t/t}, \hat{\mathbf{x}}_{t+1/t}$ を更新する.
step6	$\mathbf{P}_{t/t}, \mathbf{P}_{t+1/t}$ を更新する.
step7	設定した繰り返し回数以下なら, step3 へ戻る.

5. シミュレーション結果

Fig.1 で示すように, 音源が底面にあり, 音源のある面から 2m 離れた面に観測点 4 点を配置した. 境界要素法の要素は三角形一定要素とし, 音源は 1 辺の長さが 5cm の正三角形とした. シミュレーションにおいて, $\omega = 6.282 \text{ rad/s}$, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, 音速 $c = 340 \text{ m/s}$ とし, 音源の粒子速度を 1.0 m/s とした. また, $\mathbf{R}_t$ の対角項には 1.0×10^{-3} を与えた. 繰り返し回数を 50 回とした時のシミュレーション結果を Fig.2 にしめす. Fig.2 より, 推定音源位置座標が正しい音源位置座標に向かって収束していることが分かる.

Fig.1 Mesuring point and sound source

Fig.2 Change of a presumed position

参考文献

- (1) 田中正隆・矢崎士郎・山田善啓, 境界要素法を用いた最適化手法による騒音源の同定, 日本機械学会論文集 **43** -518, A (1989), 2074-2075.
- (2) 田中正隆・田中道彦, 境界要素解析の基礎, (1984), 161-162, 培風館.
- (3) 片山徹, 新版応用カルマンフィルタ, (2000), 83-91, 103-107, 朝倉書店.