2302 空力弾性特性を考慮した複合材板翼の最適設計について

Optimum Design of Composite Plate Wings for Aeroelastic Characteristics

○正 亀山 正樹 (東北大・工)

Masaki KAMEYAMA, Tohoku University, Aramaki-Aza-Aoba 01, Aoba-ku, Sendai

In the present paper, the optimum design method of composite plate wings for aeroelastic characteristics is examined. First, the minimum weight design using real-coded genetic algorithm is treated. Lamination parameters are used as design variables in this optimization procedure. Next, the active flutter suppression using piezoelectric actuators/sensors is treated. PVDF films are used as a modal transducer for identifying specific modes in vibration measurement, and PZT actuators are used as actuators of flutter suppression. The validity of these design approaches is examined through the numerical examples.

Key Words : Optimum Design, Aeroelasticity, Composite Materials, Lamination Parameters, Piezoelectric Materials

1. 緒言

航空機翼構造の設計において空力弾性特性は重要な設計基準となることから、翼構造に複合材を適用し複合材の異方性を積極的に利用することにより航空機の空力弾性特性を改善するとともに構造重量の軽減を図る空力弾性テーラリング⁽¹⁾、およびフィードバック制御により空力弾性特性を改善する空力弾性コントロール⁽²⁾に関する研究が活発に行われている。

本報では、片持対称積層板を対象としてフラッタ・ダイバージェンス特性を考慮した構造・制御統合最適設計について、数値計算例を通して基礎的検討を行う。初めに、中間的設計変数として積層パラメータを用い遺伝的アルゴリズムを適用することにより、フラッタ・ダイバージェンス制約を満足し、重量を最小とする積層構成および板厚分布を決定する最適構造設計手法を示す。次に、空力弾性応答を計測するためにモードセンサを構築し、得られたモード変位に対してLQR 制御に基づくフィードバック制御則を適用することにより、圧電アクチュエータを用いたモード座標系におけるフラッタ抑制を行う計測・制御系設計手法を示す。

2. 積層構成最適化による翼構造設計⁽³⁾

一般に、複合材構造の剛性設計問題において、積層板の層厚および繊維角が本来の設計変数となるが、これらを直接設

計変数に用いてあらゆる積層構成を考慮しようとするとその数は無数に考えられる。そこで、設計変数として各層の繊維角・層厚を用いる代わりに積層パラメータを用いて最適計算を行い、得られた最適積層パラメータに対応する積層構成を決定する最適設計手法について多くの研究がなされている。ここでは、積層パラメータを用いることによりあらゆる対称積層構成を考慮した、空力弾性制約下における複合材板翼の最小重量設計手法について検討を行う。

2.1 積層パラメータ座標での空力弾性特性 図1に示す片持対称積層板の空力弾性特性の有限要素解析に関する基礎式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = q[Q]\{w\} \quad (1)$$

ここで、 M は質量マトリックス、 K は剛性マトリックス、 w は節点変位ベクトル、 q は動圧である。 Q は空力影響マトリックスであり、亜音速非定常線形揚力面理論に基づくダブルットポイント法⁽⁴⁾により算出した。

剛性マトリックスを構成する面外剛性 D_{ij} は、剛性に関する不変量 U_i と面外積層パラメータ ξ_i を用いることにより、次式で表される⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned} (D_{11}, D_{22}, D_{12}, D_{66}, D_{16}, D_{26}) \\ = h^3/12 \{ (U_1, U_2, U_4, U_5, 0, 0) \\ + (\xi_9, -\xi_9, 0, 0, \xi_{11}/2, \xi_{11}/2) U_2 \\ + (\xi_{10}, \xi_{10}, -\xi_{10}, -\xi_{10}, \xi_{12}, -\xi_{12}) U_3 \} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 h は板厚を示す。また、積層パラメータは中央面に関する対称性を用いて次式で定義される。

$$(\xi_9, \xi_{10}, \xi_{11}, \xi_{12}) = 3 \int_0^1 (\cos 2\theta, \cos 4\theta, \sin 2\theta, \sin 4\theta) u^2 du \quad (3)$$

ここで、 $\alpha(u)$ は板厚方向に関する繊維角の分布関数、 $u=z/(h/2)$ は板厚方向の無次元化した座標である。

Fig.1 Cantilevered laminated plate
($L=305\text{mm}$, $c=2b=76.2\text{mm}$, $h=0.804\text{mm}$)

Table 1 Material properties

CFRP				
E_L [GPa]	E_T [GPa]	G_{LT} [GPa]	ν_L	ρ [kg/m ³]
98.0	7.90	5.60	0.28	1520
PZT				PVDF Film
E [GPa]	ν	ρ [kg/m ³]	d_{31} [pm/V]	e_{31}, e_{32} [C/m ²]
63.0	0.3	7700	265	0.046

式(1)において、調和振動を仮定することによって与えられるフラッタ方程式より、 p - k 法を用いてフラッタ速度 V_F を求めることができる。また、式(1)において、慣性項および空気力の非定常項を無視することによって与えられる固有値問題より、ダイバージェンス速度 V_D を求めることができる。

本報では、数値計算例として CFRP 積層板を考え、表 1 に示す CFRP 一方向材の材料定数を用いた。図 2 に、スweep角を持たない ($A=0^\circ$) 片持対称積層板のダイバージェンス速度およびフラッタ速度を積層パラメータ座標上に等高線として示す。なお、同一の積層構成において 2 種類のフラッタ速度が算出された場合、低い速度をその積層構成におけるフラッタ速度 V_F ([F]領域)と定義し、フラッタ速度 V_F とダイバージェンス速度 V_D ([D]領域)のうち、低い速度を臨界速度 V_C と定義した。図 2(a)より、曲げ・ねじりカップリングの存在しない直交異方性積層板の場合、ダイバージェンス速度より低い速度でフラッタが生じており、フラッタ速度の不連続面が存在することがわかる。これは、[FB]領域では曲げ・ねじりフラッタ、[FH]領域では高次モードフラッタという 2 種類のモードのフラッタが存在することにより生じたものである。また、図 2(b)において、 (ξ_{11}, ξ_{12}) の値が減少するに従い、曲げ・ねじりフラッタ、高次モードフラッタおよびダイバージェンスが生じており、フラッタモードの相違によるフラッタ速度の不連続面が存在することがわかる。また、高次モードフラッタが生じる領域では、複数の極値を持つ複雑な挙動を示していることがわかる。

2.2 積層パラメータを用いた空力弾性特性最適化 前節において示したように、積層パラメータ座標上において特にフラッタ特性は複雑な挙動を示すことから、ダイバージェンス・フラッタ速度制約を考慮した複合材板翼の最小重量設計問題に対して、傾斜情報を必要としない遺伝的アルゴリズム

(a) ξ_9 - ξ_{10} plane for $(\xi_{11}, \xi_{12})=(0,0)$
(b) ξ_{11} - ξ_{12} plane for $(\xi_9, \xi_{10})=(0,0)$
Fig.2 Contour of critical velocity V_C (m/s) for $A=0^\circ$

μ (GA) を適用する。最小重量を与えるスパン方向の板厚分布を 2 次多項式で近似するとき、最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{[目的関数]} \quad & \min \sum_i h_i \\ \text{[制約条件]} \quad & \xi_9^2 + \xi_{11}^2 \leq 1 \\ & (\xi_{10} - \xi_9^2 + \xi_{11}^2) + (\xi_{12} - 2\xi_9\xi_{11})^2 \leq (1 - \xi_9^2 - \xi_{11}^2)^2 \\ & h_{\min} \leq h_i \leq h_{\max} \\ & h_i \leq h_{i-1} \\ & V_C \geq V_{C0} = \min(V_{F0}, V_{D0}) \\ \text{[設計変数]} \quad & \xi_9, \xi_{10}, \xi_{11}, \xi_{12}, a_0, a_1, a_2 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 h_i は有限要素解析におけるスパン方向の各要素の板厚、 a_0, a_1, a_2 は板厚分布を表す 2 次多項式の係数である。制約条件の第 1 式および第 2 式は、積層パラメータの許容領域に関する制約条件式⁽⁶⁾であり、第 3 式および第 4 式は板厚分布に関する制約条件式、また、第 5 式は臨界速度に関する制約条件式である。ここで、 V_{C0} は設計臨界速度を表し、板厚一様 (0.804mm) の擬似等方性積層板 ($\xi_9 = \xi_{10} = \xi_{11} = \xi_{12} = 0$) の臨界速度とした。なお、GA においては、コーディングは実数コーディング、選択法としては Stochastic Universal Sampling (SUS) 選択およびエリート戦略、交叉に BLX- α (本研究では $\alpha=0.5$) を適用し、個体数は 100、世代数は 100~300 (設計変数の個数により変化)、交叉率は 0.7、突然変異率は 0.1、突然変異幅は設計空間の 1/5 以内とした。

本報では、積層構成および板厚分布の最適化を行う場合 (case A) と、擬似等方性積層板の板厚分布の最適化を行う場合 (case B) の比較検討を行った。3 種類のスweep角を持つ片持対称積層板について、最適計算後の積層パラメータの値と対応する積層構成およびスパン方向の板厚の総和の結果を表 2 に示す。ただし、積層構成および板厚分布は、case A では 100 世代目、case B では 300 世代目の最小適応度を有する個体から得られたものを用いた。また、最適積層パラメータに対応する積層構成は文献(7)の方法に基づいて決定した。表 2 より、最適化により得られた case B の板厚の総和が、case A の板厚の総和に比べて 15~40%程度減少しており、積層構成最適化が構造重量削減に対して大きな効果を与えることがわかる。一方、本数値計算例において得られた最適構造は、複数のフラッタモードが設計臨界速度において同時にクリティカルとなる特性を有する。つまり、アクチュエータ・センサを用いた能動制御により高次モードフラッタの抑制を行うことを前提として、積層構成最適化による翼構造設計を行うことにより、さらなる構造重量削減が可能であると考えられる。

Table 2 Optimum results

A [deg.]	Design case	Lamination parameters				Total thickness [mm]	V_C [m/s]	Laminate configurations
		ξ_9	ξ_{10}	ξ_{11}	ξ_{12}			
0	initial	0.000	0.000	0.000	0.000	12.86	38.8	[-22.5 _{0.09} /67.5 _{0.12} /22.5 _{0.16} /-67.5 _{0.63}] _s
	case A					12.43	38.8	
	case B	0.376	-0.698	0.070	0.230	10.50	38.8	
30	initial	0.000	0.000	0.000	0.000	12.86	32.4	[-22.5 _{0.09} /67.5 _{0.12} /22.5 _{0.16} /-67.5 _{0.63}] _s
	case A					10.82	32.4	
	case B	-0.103	-0.933	-0.033	-0.292	9.01	32.4	
-30	initial	0.000	0.000	0.000	0.000	12.86	15.9	[-22.5 _{0.09} /67.5 _{0.12} /22.5 _{0.16} /-67.5 _{0.63}] _s
	case A					10.70	15.9	
	case B	0.603	0.268	0.387	0.950	6.58	15.9	

3. 圧電素子を用いたフラッタ抑制設計

アクチュエータ・センサを用いた空力弾性応答の能動制御を行う場合、補助翼をアクチュエータとして用いて制御則設計を行う事例が多い中で、構造内部に圧電材料を内蔵し、構造自体が能動的に変形することにより空力弾性応答を制御するスマートストラクチャも最近注目されている。スマートストラクチャにおいては、従来の油圧アクチュエータ・加速度センサ等からなる制御と比較して、応答が速く複雑な制御を安定して行うことが可能である。ここでは、圧電センサによる空力弾性応答の計測系の構築、および圧電アクチュエータによる空力弾性応答の制御系の構築を考える。

3.1 基礎式 図1に示す上下面に圧電素子を貼付した片持対称積層板の空力弾性応答の有限要素解析に関する基礎式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K^*]\{w\} = q[Q]\{w\} - [A]\{\phi_A\}, \quad \{\phi_S\} = -[S]\{w\} \quad (5)$$

ここで、 ϕ は電圧ベクトルである。空力影響マトリックス Q は、ダブルットポイント法⁽⁴⁾を用いて算出する。また、 K^* 、 A 、 S はそれぞれ次式で与えられる。

$$[K^*] = [K] - [K_{w\phi}] [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi w}], \quad (6)$$

$$[A] = [K_{w\phi}], \quad [S] = [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi w}]$$

ここで、 $K_{w\phi}$ 、 $K_{\phi w}$ 、 $K_{\phi\phi}$ は剛性-圧電マトリックス、圧電-剛性マトリックス、圧電マトリックスであり、 A は印加電圧 ϕ_A によって生じるアクチュエータ力を規定するマトリックス、 S は変位 w によって生じるセンサ電圧 ϕ_S を規定するマトリックスを表す。

空力影響マトリックスを最小状態法⁽⁸⁾を用いて近似し、さらにモード座標 a を導入することにより、状態方程式が次式のように導かれる。

$$\{\dot{x}\} = [A_s]\{x\} + [B_s]\{u\}, \quad \{x\} = \{a^T \quad \dot{a}^T \quad p^T\}^T \quad (7)$$

ここで、 A_s はシステムマトリックス、 B_s は入力マトリックスであり圧電アクチュエータの配置に依存する。 x は状態変数ベクトルであり、モード変位 a とその時間微分であるモード速度、有限次数近似した空気力における補助変数 p により構成される。また、制御入力ベクトル u は圧電アクチュエータ印加電圧により構成される。

ここでは、片持対称積層板の空力弾性応答として式(7)の状態変数を構成するモード変位を計測するため、モードセンサを構築することを考える⁽⁹⁾。圧電センサでは、センサを貼付した場所のひずみに対応する電圧を発生する。各要素に貼付された圧電センサの出力から低次の k 次のモード変位をピックアップするモードセンサを構築する場合、計測したいモード以外の他のモードと直交しつつ、かつ k 次のモードセンサとして得られる電圧が最大となるようにセンサゲインを決定する問題として次式のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad -\{\phi_k\}^T [S]^T \{g\} \\ & \text{subject to} \quad [\phi_k]^T [S]^T \{g\} = 0, \quad \{g\}^T \{g\} = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 ϕ_k は k 次の固有振動モード、 g はセンサゲインベクトル、 ϕ_k は k 次の固有振動モードを除いた低次分で構成されるモードマトリックスである。 k 次のモード変位 a_k は、得られるセンサゲイン g を用いて次式で与えられる。

Fig.3 Location of sensors/actuators

Table 2 Values of sensor gain

		①	②	③
1st mode	a	-6.9818E-01	-1.6458E-02	5.0792E-01
	b	2.9647E-01	-3.7564E-01	-1.5905E-01
2nd mode	a	-1.6107E-01	-3.2452E-01	1.9363E-01
	b	6.2934E-01	-5.7513E-01	-3.2313E-01
3rd mode	a	-5.0168E-01	8.4677E-02	5.4954E-01
	b	5.6997E-01	-2.9895E-01	-1.5784E-01

$$\begin{aligned} a_k(t) &= \{w(t)\}^T [S]^T \{g\} / \{\phi_k\}^T [S]^T \{g\} \\ &= \phi_S(t) / \{\phi_k\}^T [S]^T \{g\} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 ϕ_S は板全体でセンサに発生する電圧である。

また、図1に示す圧電アクチュエータ・圧電センサを貼付した CFRP 片持対称積層板のフラッタ抑制に対して、LQR 制御則に基づくフィードバック制御を適用する。式(7)において、制御入力に対応する右辺第2項を次式のように置き換える。

$$\{\dot{x}\} = [A_s]\{x\} + [B_s]\{u\} = [A_s]\{x\} + [B_{sm}]\{u_m\} \quad (10)$$

ここで、 u_m はモード座標系での制御力ベクトル、 B_{sm} は対応する入力マトリックスである。式(10)に対する状態フィードバック制御則のフィードバックゲインはリカッチ方程式を解くことにより求められ、モード座標系での制御力 u_m が決定される。ここで、補助変数 p および高次のモード変位・モード速度の計測情報を得られない場合、最小ノルム法に基づいて得られる準最適出力フィードバックゲインから u_m が決定される。得られた制御力において、スピンオーバー防止のため高次モードの制御力を零とし、式(10)の関係を用いて圧電アクチュエータ印加電圧を決定する。

3.2 数値計算例と考察 本報では、図1に示すように制御対象として圧電アクチュエータ・圧電センサを貼付した CFRP 片持対称積層板を考える。また、ここでは、スイープ角を持たない片持積層板を考える。積層構成は $[45_2/0]_s$ とし、積層板下面には図3(a)に示すように全面にセンサとして PVDF フィルムを貼付し、積層板上面には図3(b)に示すようにアクチュエータとして8個の PZT を貼付する。それぞれの材料定数を表1に示す。有限要素モデルでは、圧電アクチュエータの質量および剛性を考慮する。一方、圧電センサは

(a) Modal displacements of the 1st mode

(b) Modal velocities of the 1st mode

Fig.4 Time history of modal sensor output

軽量で薄いため、その剛性・質量とも無視する。なお、式(7)において採用モード次数は1~8次とした。

表2に[45/0]s片持対称積層板についてのモードセンサ例を示す。ここでは、解析モデルのスパン方向に3分割、コード方向に2分割の計6領域における1~3次モードのセンサゲインの値を表しており、式(8)において直交化するモード次数は1~8次のうち3次までとした。また、このセンサゲイン分布のとき、片持積層板の応答変位結果として開ループでのフラッタ速度(=32.3m/s)における片持積層板の空力弾性応答を図4に示す。図4(a)には、1次の正解のモード変位を破線で、モードセンサによって得られた変位を実線で示し、図4(b)には、1次の正解のモード速度を破線で、モードセンサによって得られたモード変位の差分によって得られたモード速度を実線で示している。この図より、モードセンサによりモード変位が精度良く計測されていることがわかる。一方、計測されたモード速度には高次成分の影響による誤差が生じていることがわかる。

次に、開ループでのフラッタ速度と比べ約11%高い36.0m/sを設計速度とし、このモードセンサにより応答変位の計測を行い、LQR制御則に基づくフィードバック制御を適用しフラッタ抑制を行う。ここでは、モードセンサによる計測情報として1~3次のモード変位・モード速度を用い、4次以上のモードに対して制御力が作用しないように決定した出力フィードバックゲイン、さらに、計測情報として3次のモード変位・モード速度のみを用いる出力フィードバックゲインを用いて制御を行った。上記出力フィードバック制御による翼端中央の変位履歴を、状態フィードバック制御による変位履歴と合わせて図5に示す。この図より、計測情報として低次モードのみを用いた場合でも状態フィードバック制御とほぼ同等のフラッタ抑制が可能であることがわかる。さらに、計測情報として1次ねじり主体のモードのモード変位・モード速度のみを用いた場合についてもフラッタ抑制は可能であることがわかる。

また、モード計測およびモード制御において考慮するモードが制御効率におよぼす影響を検討する。フラッタ抑制に対

Fig.5 Time history of tip displacements

Fig.6 Comparison of state vs control costs

してそれぞれのフィードバック制御を適用した場合の、2次形式評価関数の重み係数の変化に対する状態コストおよび制御コストの変動を図6に示す。この図より、モード計測およびモード制御において考慮するモードを減少させることにより制御効率は大幅に低下することもの、フラッタ抑制が可能であることがわかる。

以上より、図1に示す圧電アクチュエータ・圧電センサを貼付したCFRP片持対称積層板のフラッタ抑制では、1次ねじり主体のモードのモード変位・モード速度のフィードバックが重要であることがわかる。また、モード計測において考慮するモードの減少は計測系設計の簡素化につながり、効率的なフラッタ抑制設計が可能であると考えられる。

4. 結言

本報では、片持対称積層板を対象として、フラッタ・ダイバージェンス特性を考慮した構造・制御統合最適設計についての基礎的検討として、積層構成最適化による翼構造設計と圧電素子を用いたフラッタ抑制設計について各々検討を行った。数値計算例より、積層構成最適化による翼構造設計と圧電センサ・圧電アクチュエータを用いた高次モードフラッタ抑制設計を併用することにより、積層構成最適化のみの場合に比べ、より構造重量の削減が可能であると考えられる。

参考文献

- (1) 磯貝紘二, 日本航空宇宙学会誌, **44**(1996), 461-465.
- (2) 松下 洸, 日本航空宇宙学会誌, **35**(1987), 136-144.
- (3) 亀山正樹・他4名, 日本航空宇宙学会論文集, **51**(2003), 441-448, 449-456.
- (4) Ueda, T. and Dowell, E. H., *AIAA J.*, **20**(1982), 348-355.
- (5) Tsai, S. W. and Hahn, H. T., *Introduction to Composite Materials*, (1980), Technomic Publ.
- (6) Fukunaga, H. and Sekine, H., *AIAA J.*, **30**(1992), 2791-2793.
- (7) Fukunaga, H. and Sekine, H., *J. Compos. Mater.*, **28**(1994), 708-731.
- (8) Karpel, M., *J. Guidance Control Dynam.*, **13**(1990), 30-37.
- (9) 菅原香織・他3名, 日本機械学会論文集, **68**, C(2002), 1178-1184.