1308

主成分分析による形状表現を用いた形状最適化の検討

渡邊 修^{*1}, 米倉 一男^{*1}, 久保 世志^{*2}

Study of Shape Design via Principal Component Analysis and its Optimization

Osamu WATANABE^{*1}, Kazuo YONEKURA and Seiji KUBO^{*1} IHI Corporation

1, Shin-Nakahara-Cho, Isogoku, Yokohama, 235-8501 Japan

Generally, design for shapes is defined by the expression of the combination of design parameters such as length and angle, and the optimal shape is investigated following some optimization method. By using general parameterization method, the expressible possibility of design is constrained by how design parameters are selected, and then the optimal design may be difficult to be found out. In this paper, a new shape parameterization method using principal component analysis is proposed so as to express the shape with more degree of freedom. And the example of shape optimization for film cooling holes of turbine blades is introduced, using proposed parameterization method and TDM.

Key Words : optimization, cooling holes

1. 結 言

近年コンピュータ技術の発達により, FEM(構造解析)やCFD(流体解析)に代表されるCAE(Computer Aided Engineering)技術を用いた形状最適化が活発に実施されている. CAEで形状最適化を実施する場合, 多数の数値解析を実施する必要がある. より迅速かつ広範囲に最適化の検討を行うには, 解析技術の省力化や自動化による効率改善が必要である⁽¹⁾. 一方, 複雑な形状を表現するためには, 多くの設計パラメータが必要となり, それに応じて必要な計算量も膨大となってくるため, 解析技術の効率改善のみでは限界がある. そのため, 現実的な計算時間に収めるためには計算量を少なくする別の工夫が必要となってくる. その解決策の一つの方法として, 実験計画法と応答曲面法を組み合わせ, 少ない解析回数で近似的に各形状の持つ性能を評価し, 最適形状を得るといいうものがある. もちろん, さらにコンピュータ技術が発達することにより, 実験計画法と応答曲面法の組み合わせを直接各形状のCAE解析に置き換えても良い.

また計算量を少なくする別の手法として, 設計パラメータの数を減らすという方法も考えられる. 多数の設計パラメータが存在しても, 評価したい性能に感度があるパラメータの数は限られるので, 性能に影響を及ぼさないパラメータは固定することにより, パラメータ数を減らすことができる. また, 次元削減と呼ばれる数学的な手法を用いることにより設計パラメータ数を低減させることができるが, 本研究での形状作成はこの手法を用いている.

パラメータを設定し形状を変化させ, 形状を最適化する方法は各種存在し広く利用されている. 著者ら⁽²⁾は, 設計パラメータ全範囲の解を最初に持っておき, その中から条件を見たす解を選択する TDM(Total Design Management)を提案している. パラメータを設定する形状最適化では, パラメータを設計範囲内で任意に変位させその形状のもつ性能を評価することにより, 最適な性能を持つパラメータの組み合わせを探索していく. 複雑な形状になるほど形状を形成する独立パラメータの数が増えていくが, パラメータ数が増えると評価する数が膨大となり, なるべくならパラメータの数が少ないほうが望ましい. また, 長さや角度などを基にするパラメータを使用した形状は生成できる形状に限界があり, 必ずしも最適な形状を見出すことはできない.

^{*1} 株式会社 IHI (〒235-8501 神奈川県横浜市磯子区新中原町 1)

^{*2} 正員, 株式会社 IHI

E-mail: osamu_watanabe@ihi.co.jp

本研究で提案する形状生成法は主成分分析を用いた新たな手法である。あらかじめ代表的ないくつかの形状を収集し、その形状に主成分分析をかけることによりその形状に含有する特徴的なパラメータを見出す。そしてそのパラメータを設計パラメータとして新たにとり、特徴量の線形和をとることによって新たな形状を生成するのである。このとき、主成分分析により得られたパラメータは低次のいくつかのパラメータで大部分の形状を作成することができるので、より高次のパラメータを無視することにより、設計パラメータ数を減じることができる。また、設計パラメータは長さや角度などを基にしない新たなパラメータを設定することにより、より広範囲な形状を生成できる可能性があり、最適な形状を見出す可能性が広がる。

本稿では主成分分析を用いた形状表現と TDM を組み合わせが、最適な形状を見出す手法として有効であることを述べる。

2. 検討方法

2・1 主成分分析を用いた形状表現

本研究では形状を表現する設計パラメータとして、主成分分析により得た新たなパラメータを導入する⁽³⁾。あらかじめ用意した形状に対し、主成分分析により相関をとることで新たな形状パラメータを得るとともに、相関の強い成分のみを使うことで、パラメータ数の削減も行う。

主成分分析を実施する方法はいくつかあるが、ここではスナップショット POD (Proper Orthogonal Decomposition)⁽⁴⁾により計算を実施する。主成分分析による形状表現の概要を第1図に示す。最初にあらかじめ準備した n 個の形状 $\{\phi_i (i=1, \dots, n)\}$ を与える。 ϕ_i は i 番目の形状を構成する離散点列の集合である。 ϕ_i の平均量を次のように表す。

$$ave(\phi_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_i \quad (1)$$

また各 ϕ_i から平均量を引いた量を定義する。

$$\hat{\phi}_i = \phi_i - ave(\phi_i) \quad (2)$$

つぎにテンソル P を $\hat{\phi}_i$ の内積として定義する。

$$P_{ij} = \langle \hat{\phi}_i, \hat{\phi}_j \rangle \quad (3)$$

そして P の固有値 λ_l と固有ベクトル v_l を次のように計算する。

$$P v_l = \lambda_l v_l \quad (4)$$

ここで固有値は大きい順に並んでいるものとする。 i 次の主成分 ψ_i を以下のように定義する。

$$\psi_i = \sum_j v_{ij} \hat{\phi}_j \quad (5)$$

ここで v_{ij} はベクトル v_j の i 次の要素を示す。

i はノルム $\|\psi_i\|$ が大きい順になるように並べる。基底ベクトルとして ψ_i を使うことにより、形状 Φ は次のように表現できる。

Fig.1 Flow chart of shape design by principal component analysis

$$\Phi = \left\{ \phi \mid \phi = \sum_i^{n-1} \alpha_i \psi_i + \text{ave}(\phi_i), \alpha_i \in \mathfrak{R} \right\} \quad (6)$$

ここで α_i はパラメータである。基底ベクトルに特定のパラメータを乗じ合わせることで基の形状を完全に再現できる。またパラメータを自由に設定することで、基の形状を変化させた形状を生成することができる。

$\|\psi_1\| \geq \|\psi_2\| \geq \dots \geq \|\psi_n\|$ であるので、 ψ_j は $\psi_i (i < j)$ よりも形状に影響を与える度合いが小さくなる。このことを利用してパラメータの数を減らすために、形状に影響を与える度合いが小さい高次項を省略した形状 Φ^{red} を生成する。

$$\Phi^{red} = \left\{ \phi \mid \phi = \sum_{j=1}^N \alpha_j \psi_j + \text{ave}(\phi_j), \alpha_j \in \mathfrak{R} \right\} \quad (7)$$

ここで N は主成分 ψ_i を 1 次から高次項を省略する前までの個数である。

N を決めるために、基底ベクトルの寄与率 d_i と累積寄与率 D_i を定義する。

$$d_i = \frac{\|\psi_i\|}{\sum_{j=1}^n \|\psi_j\|} \quad (8)$$

$$D_i = \sum_{j=1}^{j=i} d_j \quad (9)$$

使用する主成分の数 N は、 d_i と D_i を用いて決定する。選択の方法は下記のようにいくつか考えられる。

1. 寄与率 d_i を大きい順より並べたとき、 d_i がある値以上になるように設定
2. 累積寄与率 D_i がある値以上になるように設定
3. 計算開始時に N を固定

本研究では 2 を選択した。主成分の数を減ざると基の形状を完全には表現できなくなるが、再現性の度合いは D_i により見積もることができる。最適化を実施する際には基の形状を表現することはあまり意味を持たないため、再現性が低いことは問題とはならない。それよりも多くの形状を評価し、探索することのほうが重要である。

2・2 TDM を用いた最適化

本研究では TDM (Total Design Management) のセットベースドデザインの考え方を導入する (第 2 図) ⁽²⁾。セットベースドデザインではまず設計対象をあらかじめ数学モデル化し、そのモデルから設計解の全体集合を作成しておく。次にフィルタリングと呼ばれる制約条件や性能を満足する解を選択していくことで、最適解を得る。

数学モデルは設計パラメータを評価指標に変換する数式群である。本研究では主成分分析により得られた設計パラメータを評価指標に変換することを考え、評価指標は CAE と応答曲面の活用により得られるものとする。はじめに設計対象の参照形状から主成分分析により、形状形成に寄与する設計パラメータを抽出する。つぎに抽出した設計パラメータを実験計画法により、CAE で解析を実行するサンプル点を決める。サンプル点に従って CAE

により解析を実行した後、設計パラメータ全範囲で評価指標を表現できる数式を応答曲面法により作成し、これを数学モデルとする。

設計解の全体集合の作成は、応答曲面を用いて、設計パラメータが取り得る全範囲を計算することにより得る。全設計解からフィルタリングを実行して抽出された選択解がここで求める最適解に相当する。選択解が多くある場合には、さらに条件を狭めればよい。応答曲面を使用した解の抽出は誤差を含んでいるので、最終的にはCAEを用いて確認計算を実施する。

3. 提案手法的用例

3・1 概要

提案手法の適用例として、ガスタービンやジェットエンジンのタービン翼の冷却に使われるフィルム冷却のための冷却孔の最適化を実施する。

燃焼器の直後に配置されたタービン部は燃焼ガスの熱い気体を受けるので、翼の高温耐性が必要である。エンジン全体の効率を上げるためにはタービンの入口温度を上げる必要があり、高温に耐える材料開発や翼表面のコーティングの研究開発も活発に行われているが、材料関係の技術だけでは翼の耐久性を保持できない。そこで能動的に翼を冷却する必要がある。一般的に使われている翼表面を冷却する方法としてフィルム冷却があるが、これは翼表面上に小さな孔を設け、コンプレッサ一部から燃焼器をバイパスさせた冷却空気を翼表面上の孔から流すことで、翼表面を冷却させようというものである。翼に開けられている孔の形状により冷却性能が変化し、少ない冷却空気量で大きな冷却性能を生むフィルム冷却孔の開発が望まれている。

Fig.2 Flow chart of TDM using set based design

Fig.3 Example of reference shapes for cooling hole

Fig.4 Contribution ratio of POD parameter

3・2 手法の適用

主成分分析を用いて形状生成するためにその基形状を18種用意した．その一部を第3図に示す．使用した基形状は性能が良いとされるのみならず，パラメータになりそうな種類の形状も混ぜてある．

18個の基形状から主成分分析を実施した．主成分の寄与率を第4図に示す．図に示された累積寄与率を参考に低次のものから5つ取り出し，形状を表現するパラメータとした．このとき5つのパラメータの累積寄与率は約75%である．以後これをPODパラメータと呼ぶ．この5つのパラメータで表される形状変数値を線形和し，新たな形状を定義する．5つのパラメータを使用し，新たな形状を作成した例を第5図に示す．

Fig.5 Example of creating new shapes

Fig.7 Computational grid for FEM

Fig.8 Filtering process

Fig.6 Computational grid for CFD and example of results in the vicinity of a cooling hole

Fig.9 Results of filtering

つぎに最適化検討を実施するために，評価する指標としてフィルム冷却効率に代表される流力的な指標とフィルム孔に発生する最大応力に代表される構造的指標を用いた．流力的指標はCFDを用い，構造的指標はFEMを用いて結果を得た．CFD解析(第6図)は流路に一つフィルム冷却孔を設け，圧縮性空気を仮定した定常流計算として実施した．翼の負圧面に冷却空気を注入していることを模擬している．構造解析(第7図)は，試験片を加振した状態を模擬し，最大応力を求めることで行った．解析に使用する形状は5つのPODパラメータをL36の直交表に割り

付けることでパラメータの組み合わせを得て、そのパラメータから主成分分析を用いた形状を生成した。評価指標を求めるため、CFD、FEMの36種の結果より応答曲面を作成した。

Fig.10 All design solutions and the selected solution

Fig.11 Contribution ratio of each POD parameter

Fig.12 Distribution of film cooling efficiency
(upper : Round hole, middle : No.1 of selected solution,
lower : No.2 of selected solution)

設計パラメータであるPODパラメータをランダムにとり、応答曲面より10000個の全設計解を生成し、流力評価指標、構造評価指標でフィルタリング(第8図)により解の絞り込みを行った。フィルタリングを行った結果、第9図に示すように主として2種類の形状を示すPODパラメータの組み合わせが抽出された。PODパラメータは-1から1で規格化してある。この2つの解を以後、選択解1、選択解2とする。第10図に全設計解と選択解を代表的な評価項目である冷却効率と最大応力を軸にとり、表した図を示す。図の値はフィルム冷却孔の基本的な形状の丸孔の性能で規格化してある。図では右下にいくほど性能が良いことを示すが、選択解は性能が良いことを示している。図で最右下端になっていないのは、この図の軸に示していない他の評価指標でも評価しているからである。第11図に5つのPODパラメータの冷却効率と最大応力に対する寄与率を示す。今回の適用例ではPODパラメータのPOD3とPOD4の寄与率が大きく、さらにPODパラメータを減少させて形状最適化を実施できる可能性がある。さらに選択解に対して確認計算を実施し、フィルム効率分布を求めたものを第12図に示す。丸孔のフィルム効率と比較すると、選択解は効率が良いことが分かる。

4. 結 語

主成分分析を用いた形状表現法を提案し、この方法が最適化検討に適用できることを示した。提案した形状表現法は比較的少ない設計パラメータ数で幅広く形状を表現でき、既存の設計パラメータでは表現できない形状も生成できる可能性がある。この形状表現法とTDMを組み合わせることにより、多くの種類の最適化検討が実施で

きると考えられる。適用例として、フィルム冷却孔形状の最適化を実施し、従来よりも良い性能を持つ形状を見出せることを示した。

文 献

- (1) 静谷健、久保世志、渡邊修：最適設計のための CAE 省力化技術 IHI 技報 第 50 巻 第 4 号 2010 年 12 月 pp.46-52.
- (2) Hirotaka Kure、Hatsuo Mori、Osamu Watanabe：Study on Methodology for Total Design Management、IHI Engineering Review Vol.43 No.2 2010 pp.77-88.
- (3) Kazuo Yonekura、Osamu Watanabe：A Shape Parameterization Method using Principal Component Analysis in Application to Shape Optimization、ASME Journal of Mechanical Design 投稿中
- (4) Sirovich, L.：Turbulence and dynamics of coherent structures part 1：Coherent structures Quarterly of Applied Mathematics Vol. 45 No. 3 (1987) pp.561-571.