101 ロープ縦横連成振動系のモデリング*

伊東 弘晃^{*1}, 森下 明平^{*1}Wave Transmission Modeling on an Elastic Rope
for Elevator System

Hiroaki ITO, Mimpei MORISHITA

In the vibration analyses for the elevator systems, especially in high-rise buildings, the elevator rope is assumed as an elastic model. There are caused two vibrations in the rope. One is the longitudinal vibration, and the other is the lateral one. Accordingly it is desirable to consider longitudinal and lateral vibrations at the same time. However many conventional works have been carried out with the longitudinal and lateral vibrations separately. This paper proposes a wave transmission model for the behavior of the lateral vibrating rope coupled with the longitudinal vibration. We explain the process of constitution for the analytical model. Furthermore, the validity of proposed model will be shown through some experimental data.

Key Words: Forced Vibration, Coupled Vibration, Vibration of Continuous System, Elevator, Rope

1. 緒言

エレベータの乗り心地に関しては、以前からさまざまな検討がなされており、その検証手段として、エレベータ走行時の挙動を解析するシミュレータの開発が進められている⁽¹⁾⁽²⁾。特に、高速、高行程のエレベータにおいては、実機を用いた検証を十分に行うことは困難なため、シミュレータによってエレベータシステムの設計検討を行う場合が多い。その際、システムの挙動や乗りかごの応答等を正確に把握するためには、ロープの挙動を詳細に解析し、シミュレータ上で正確に再現する必要がある。

しかし、従来は、縦振動と横振動を単独で解析する場合が多く^{(1)~(4)}、エレベータロープの縦横連成振動については、これまでほとんど検討されていなかった。特に高行程のエレベータにおいては、ロープのばね定数も低くなるため、縦振動と横振動が連成して発生し、横振動の検討の際にも、ロープの伸縮を無視することは困難となる。

そこで、本報告では、エレベータロープの縦横連成振動系解析モデルを提案し、また、実験結果との比較を行うことによって、本モデルの妥当性を評価する。さらに、縦振動と横振動の固有値が接近し、連成振動を引き起こしたときのロープの挙動について検討した結果を示す。

2. 解析モデル

ロープの伸縮を考慮した解析モデルの構築を行うために、エレベータロープーかご系を、図1に示すように n 個の質点に分割し、それらの質点間を、ばね-ダンパ要素を有するリンクで連結したモデルについて定式化する。ここで、座標系としてロープの上端吊部を原点として水平方向に x 軸を、鉛直下向きに y 軸を取り、ロープは xy 平面内でのみ運動を行うと仮定する。

ロープ系を多質点系に置き換えて運動方程式を導出する場合、1つの質点に関してその運動に変化を引き起こす要因となるのは、その前後の質点の挙動に限定される。この特徴を利用し、本報告ではロープの運動方程式を見通しよく導出するために、1つの質点周りについて定式化することによって、ロープ全体の各質点における運動方程式を、漸化式の形で得ることとする。

各質点において、図1のように、リンク先端の各質点について、半径方向および円周方向に関する単位ベクトル e_{ir} , e_{ic} を、以下のように定義する。

$$\begin{aligned} e_{ir} &= (\sin \theta_i \quad \cos \theta_i) \\ e_{ic} &= (\cos \theta_i \quad -\sin \theta_i) \end{aligned}$$

したがって、各質点の座標を X_i とすると、 X_i は、 i 番目までの座標の総和になるため、

$$X_i = \sum_{j=1}^i r_j e_{jr} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる。ただし r_j は、ばねの伸縮を考慮

*原稿受付 2002年12月5日。

^{*1}正員、(株)東芝(〒183-8511 東京都府中市東芝町2-1)。

に入れた各質点間の長さとする。ここで、各質点の質量を m_i 、各リンクに発生する張力を T_i 、重力加速度ベクトルを $\mathbf{g}$ 、各質点に作用する外力ベクトルを $\mathbf{F}_i$ とすれば、各質点における運動方程式は、下記のように表すことができる。

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{X}_i = -T_i \mathbf{e}_{ir} + T_{i+1} \mathbf{e}_{(i+1)r} + m_i \mathbf{g} + \mathbf{F}_i \quad \cdots (2)$$

ただし、ロープの曲げ方向の復元力、および減衰力は、ロープの挙動に関して、ほとんど影響を及ぼさないものとし、ここでは無視することとした。(2)式において、 i 番目と $(i-1)$ 番目の差をとると、

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i-1}) = \frac{m_i}{m_{i-1}} T_{i-1} \mathbf{e}_{(i-1)r} - \left(1 + \frac{m_i}{m_{i-1}}\right) T_i \mathbf{e}_{ir} + T_{i+1} \mathbf{e}_{(i+1)r} - \frac{m_i}{m_{i-1}} \mathbf{F}_{i-1} + \mathbf{F}_i \quad \cdots (3)$$

となり、左辺を展開すると、次式を得ることができる。

$$\begin{aligned} m_i (\ddot{\mathbf{X}}_i - \ddot{\mathbf{X}}_{i-1}) &= \alpha_i T_{i-1} \mathbf{e}_{(i-1)r} - (1 + \alpha_i) T_i \mathbf{e}_{ir} \\ &\quad + T_{i+1} \mathbf{e}_{(i+1)r} - \alpha_i \mathbf{F}_{i-1} + \mathbf{F}_i \quad \cdots (4) \end{aligned}$$

ただし、記号“ $\cdot$ ”は時間 t による微分を表すものとする。また、 $\alpha_i = m_i / m_{i-1}$ とし、 i 番目と $(i-1)$ 番目の質点の質量比とする。このようにして、各質点間の差をとることにより、運動方程式を i 番目を中心とする漸化式の形で得ることができる。ここで得られた運動方程式を、質点の半径方向の伸びに関する運動方程式と、円周方向の回転に関する運動方程式に分離するために、 $\mathbf{e}_{ir}$ 、 $\mathbf{e}_{ic}$ との内積をとると、(4)式から次の2式が得られる。

$$\begin{aligned} m_i (\ddot{r}_i - r_i \dot{\theta}_i^2) &= \alpha_m T_{i-1} \cos(\theta_i - \theta_{i-1}) - (1 + \alpha_m) T_i \\ &\quad + T_{i+1} \cos(\theta_{i+1} - \theta_i) \\ &\quad - \alpha_m (F_{(i-1)x} \sin \theta_i + F_{(i-1)y} \cos \theta_i) \\ &\quad + F_{ix} \sin \theta_i + F_{iy} \cos \theta_i \quad \cdots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_i (2\dot{r}_i \dot{\theta}_i + r_i \ddot{\theta}_i) &= -\alpha_m T_{i-1} \sin(\theta_i - \theta_{i-1}) \\ &\quad + T_{i+1} \sin(\theta_{i+1} - \theta_i) \\ &\quad - \alpha_m (F_{(i-1)x} \cos \theta_i - F_{(i-1)y} \sin \theta_i) \\ &\quad + F_{ix} \cos \theta_i - F_{iy} \sin \theta_i \quad \cdots (6) \end{aligned}$$

ここで、(5)式は質点の半径方向の伸び、すなわちロープの縦振動についての方程式となり、(6)式は、ロープの横振動についての方程式となる。

また、このときロープに発生する張力 T_i によって、各質点間の長さは、ばね-ダンパ要素の効果で弾性変形すると仮定すれば、張力 T_i と r_i の関係を次式のように表すことができる。

$$T_i = k_i (r_i - l_i) + c_i \dot{r}_i \quad \cdots (7)$$

ここで、 l_i は各質点間のリンクの自然長とし、ロープ

Fig.1 Analytical model of elevator rope

全体の自然長 L を用いて、 $l_i = L/n$ で表される。

以上のようにして、ロープの伸びを考慮したロープ挙動を表す縦横連成系の運動方程式の基礎式を得ることができる。ただし、ロープの上端部では $(i-1)$ に関わる項が無視されるとともに、(5)式では $m_i g \cos \theta_1$ が、(6)式では $-m_i g \sin \theta_1$ が付加される。また、下端部では $(i+1)$ に関わる項が無視される。なお、 g は重力加速度を示している。

本ロープモデルをエレベータのメインロープに適用するにあたり、ロープは均一な特性を持ち、エレベータの乗りかご部分に相当する下端質量はガイドレールに水平方向に支持されているという条件を付加すれば、 $1 \sim (n-1)$ 番目までの運動方程式において、 $\alpha_m = 1$ 、 $m_i = (\rho L)/n$ と置くことができる。ただし、 ρ はロープの線密度を示している。また、下端部の n 番目の質点については、水平方向にガイド力が発生するため、 k_G をガイド部のばね定数、 c_G を同減衰定数とすれば、ガイドからの復元力 F_{nx} は、

$$F_{nx} = k_G \sum_{i=1}^n r_i \cos \theta_i + c_G \sum_{i=1}^n (\dot{r}_i \sin \theta_i + r_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i) \quad \cdots (8)$$

で表すことができ、(8)式でかごとガイドレールとの間の復元力を定義することによって、下端質量の水平方向への拘束力を付加することができる。

3. 実験と解析の比較

3. 1 実験方法

図2に、エレベータにおいて巻上機からメインロープを介して乗りかごを吊るした状態を模擬した実験装置の概要図を示す。本実験装置は図2に示されるように、試験装置の上端からロープを介してエレベータ乗りかごに相当する下端質量を吊るしており、ロープ上端は水平方向に加振できるように加振装置に支持されている。また、下端質量はリニアガイドにより、水平方向の動きを拘束するとともに、垂直方向に摺動可能な構成とした。

本実験装置を用いて、ロープの上端を任意の周波数によって正弦波加振を行ったときのロープの横振動、および下端質量の垂直方向の振動について、3種類の下端質量を用い、ロープの縦振動と横振動の固有値を変化させて検証した。本実験で用いたロープおよび下端質量の緒元を表1に示す。ロープのばね定数と減衰定数については、下端質量にステップ荷重を加えた際の過渡応答から導出した。なお解析の際には、下端質量の水平方向の拘束力を $k_G = 1.0 \times 10^6 \text{ N/m}$ とし、十分に大きなばね定数を有するものとして計算した。

3. 2 実験結果と解析結果の比較

本実験装置で、上端加振装置を振幅 30mm(p-p)、周波数 1.0～60Hz で正弦波加振を行ったときの、ロープ中間部の水平方向の振幅と、下端質量の垂直方向

Fig.2 Experimental equipment of rope vibration

Table.1 Experimental parameter

	Unit	Value
Mass	kg	0.23, 0.26, 0.29
Rope length	m	2.3
Linear density of rope	kg/m	2.31×10^{-2}
Stiffness of rope	N/m·m	524
Damping of rope	Ns/m·m	5.39

Fig.3 Horizontal displacement responses of rope

Fig.4 Vertical displacement responses of mass

Fig.5 Vertical displacement of mass
(Mass : 0.26 kg)

の振幅応答, および解析モデル(5)式, (6)式において同様の条件で計算を行った際の応答を図3, 4に示す。なお計算に際してはRunge-Kutta法を使用した。図3はロープ中間部の水平方向の振幅(p-p)を示しており, 図4は下端質量の垂直方向の振幅(p-p)を示している。

本実験装置では, ロープ自重を無視して縦振動系と横振動系の固有値を個別に計算をした場合, 下端質量が0.26kgのときに縦振動の1次固有値が4.8Hz, 横振動の1次固有値が2.4Hzとなる。このとき縦振動の固有値が横振動の固有値の約2倍であり, 本実験においては, 下端質量が0.26kgのときに縦振動と横振動の固有値が最も接近する系となっている。したがって, この条件のときに最も顕著に縦横連成振動の挙動が見られることになる。

通常, 下端質量の増加, すなわちロープ張力の増加に伴って, ロープの横振動の振幅は単純減少する傾向にあるが, 本実験の結果では, 下端質量が0.26kgのときに, 横振動のピークが一度低くなり, また下端質量が0.29kgのときに, ピークが上がっていることが確認できる。これは, 下端質量が0.26kgのときに, ロープの縦振動と横振動の固有値が接近することによって横振動のエネルギーが縦振動に転換されることによって振幅が減少したためと考えられる。

また, 解析結果との比較では, 水平方向の振動については, 固有値, 振幅ともによく一致している。一方, 垂直方向の振動については, 2Hz以下の低周波数範囲, および固有値付近での最大値において解析結果の方が大きな振幅となったが, これは今回の解析では考慮に入れなかった下端質量とリニアガイド部の摩擦による影響と考えられる。

次に, 下端質量0.26kgのときの横振動系1次, およ

Fig.6 Analytical results of rope
(Mass : 0.26 kg)

び2次固有値付近である2.5Hzと5.0Hzで加振を開始した場合の下端質量変位の過渡応答波形を図5に示す。この結果から, 過渡応答についても実験値と解析値がほぼ一致していることが確認できる。図6に図5の過渡応答計算を行った際のロープ全体の挙動を示す。

以上の結果から, 本解析結果は, 縦振動, 横振動ともに, 実験結果とよく一致しており, 提案する縦横連成モデルで, ロープの過渡応答をも含めた挙動が定量的に把握できることを確認した。

4. 結 言

エレベータロープの縦振動と横振動とが連成する場合の, ロープおよび乗りかごの挙動について漸化式による解析モデルを構築し, またその検証実験を行うことによって, 以下の結論を得た。

- (1) 提案する縦横連成モデルで過渡応答を含めたロープ挙動を把握することができる。
- (2) 縦振動と横振動の固有値が接近すると, 縦振動の共振が横振動に影響を及ぼし, 横振動のピークを緩和させる効果がある。

今後, エレベータのコンペンロープ, カウンターウェイト等の連結モデルを構築し, エレベータシステム全体の構成について縦横連成振動を考慮したモデリングを行っていく。

5. 参考文献

- (1) 荒川・宮田, 機論, 66-651, C, (2000-11), 23
- (2) 渡辺, ほか3名, 交通・物流部門大会, (2001), 109
- (3) 嘩道, ほか3名, 機論, 59-559, C, (1993), 58
- (4) 嘩道, ほか3名, 機論, 60-573, C, (1994), 1