110 建物・エレベーター・ロープの連成振動解析のための 動的モデルに関する研究

郭 文圭^{*1}, 梁 凍溟^{*1}, 白 鍾大^{*2}, 金 棋榮^{*2}

A Study on Dynamic Model for Coupled Vibration Analysis of Building and Elevator Rope

Moon K. KWAK^{*1}, Dong-Ho YANG^{*1}, Jong Dae BAEK^{*2}, and Ki Young KIM^{*2}

^{*1} Dongguk Univ. Dept. of Mechanical, Robotics and Energy Engineering
30 Pildong-ro 1 gil, Jung-gu, Seoul 100-715, Korea

^{*2} Hyundai Elevator Co., Ltd.
San 136-1, Ami-ri, Bubal-eup, Icheon-si, Gyeonggi-do 467-734, Korea

This study is concerned with the dynamic modeling and simulation for the elevator rope vibration coupled with building vibrations excited by external forces such as earthquake and gusty wind. To this end, the extended Hamilton's principle was employed to cope with time-varying dynamic problem. The kinetic and potential energy expressions for the main and compensating ropes and building were derived and inserted into the Hamilton's principle. As a result, the dynamic model suitable for numerical simulation was derived and implemented by MATLAB code. Numerical simulations were carried out under various scenarios of elevator operation. Simulation results show that the vibration of the compensating rope becomes concern when the cage is moving up. To verify the theoretical prediction, an elevator simulator consisting of building and elevator rope is being developed.

Key Words : Elevator Rope Vibration, Building-Rope Coupled Vibration

1. 緒 言

エレベーターは図1(a)に示すようにかごとかごの移動を可能にするトラクションシーブ、カウンターウェイト、釣合シーブで構成される。建物が高くなると当然エレベーターかごにつながるロープの長さも長くなるが、これによってロープの固有振動数が減ることになる。したがって、建物の振動によって過度なロープの振動が発生する可能性が高くなる。

走行中のエレベーターでロープの振動については、木村⁽¹⁾の論文に詳しく紹介されている。一般的にロープを弦と仮定して連続体に対する偏微分運動方程式を誘導し、厳密解を求めたり、または有限差分法^(2,3)を利用して数値解析が行われたりした。伊東⁽⁴⁾などはロープを離散化し、それぞれの離散モデルに対する運動方程式を誘導する多質点解析の方法を提案した。中澤⁽⁵⁾などは釣合ロープについては離散化された多質点モデルを提案して釣合シーブの重量がロープの振動に及ぼす影響を調査した。Bao⁽⁶⁾などは想定モード法をハミルトンの原理に適用して時間的に変化する長さを持った弦の振動問題を解析した。

しかし、まだエレベーター運行中に発生する建物の振動とロープの振動を組み合わせた連成振動問題に関する研究結果は報告されていない。したがって、本研究では従来の研究で扱われていない建物とメインロープおよび釣合ロープの連成振動モデルを仮定モード法とハミルトンの原理を利用して誘導した。このモデルに基づいて、様々なエレベーターの運営に伴う振動を予測することができるシミュレーションプログラムである MATLAB を利用して開発した。このプログラムを利用して数値計算を行った結果理論モデルが実際に起こりうるロープの振動

日本機械学会 [No. 13-86] 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩 技術講演会講演論文集 [2014. 1. 24, 東京]

^{*1} 正員, 東國大學校 機械 ロボット エネルギー工学科 (〒100-715 大韓民國 ソウル市 中區筆洞3街26)

E-mail: kwakm@dongguk.edu

を予測することができるということを確認することができた. このような理論の結果の妥当性を立証するために, 図 1(c) のようなエレベーターシミュレータを制作し, 現在予備実験を行っている.

2. 建物とロープ振動モデリング

図 1(b) と一緒に n 個の階からなる建物とエレベーター通路, そしてエレベーター かごとこれに連結されたロープでできたシステムを考えてみよう. この場合, 全体の運動エネルギーは次のようになる.

Fig. 1. Elevator Model and Experimental Setup

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} (I_{n1} \dot{u}_g + \dot{u}_b)^T M_b (I_{n1} \dot{u}_g + \dot{u}_b) + \frac{1}{2} m_c \left[(\dot{u}_g + \dot{u}_c)^2 + V^2 \right] + \frac{1}{2} \bar{m}_m L_m V^2 + \frac{1}{2} \bar{m}_p L_p V^2 \\
 & + \frac{1}{2} \int_0^{L_m} \left(\dot{u}_g + \dot{u}_m + \dot{w}_m + V \frac{\partial w_m}{\partial x} \right)^2 \bar{m}_m dx_m + \frac{1}{2} \int_0^{L_p} \left(\dot{u}_g + \dot{u}_p + \dot{w}_p - V \frac{\partial w_p}{\partial x} \right)^2 \bar{m}_p dx_p
 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで u_b は建物の各階の横方向の変位を示し, u_g は地面の変位, I_{n1} は $n \times 1$ の単位ベクトル, M_b は質量行列, u_c はかごの横方向の変位, $V = dL_m / dt$ はエレベーターのスピード, m_c はかごの質量, $\bar{m}_m$, $\bar{m}_p$ はそれぞれメインロープと釣合ロープの単位の長さ当りの質量, w_m , w_p はそれぞれメインロープと釣合ロープの横変位, L_m , L_p はそれぞれメインロープと釣合ロープの長さを示す. u_m , u_p は各ロープの x_m , x_p の位置での建物の横方向の変位を示す.

位置エネルギーは次のように表すことができる.

$$V = \int_0^{L_m} P_m \varepsilon_m dx_m + \int_0^{L_p} P_p \varepsilon_p dx_p + \frac{1}{2} u^T K_b u \quad (2)$$

ここで P_m , P_p は x_m , x_p 位置におけるメインロープと釣合ロープの張力を示す. そして ε_m , ε_p は x_m , x_p 位置におけるメインロープと釣合ロープの横方向変位によるひずみを示す. そして, K_b は建物の剛性行列を示す.

全体の運動エネルギーと位置エネルギーをあらわすのに一つの問題が発生する. 建物の横変位は各階に対する離散化された変位と定義されたロープの横方向振動は連続変位で定義される点である. かごが建物の任意の位置にいるとき横方向変位を建物の各階の変位で表現しなければならない必要がある. 本研究ではこれによって, 離

散化された建物の変位を再び連続形で表す方法を導入した。 $u = \Phi_b q_b$ 。これに加えて許容関数を導入して各ロープの変位を次のように表してみよう。 $w_m = \Phi_m q_m$, $w_p = \Phi_p q_p$ 。ここで、 q_b, q_m, q_p は一般座標である。非保存力による仮想作業を誘導すると次のようになる。

$$\delta \bar{W}_{nc} = \delta g_b^T Q_b - \delta q_b^T \bar{\Phi}_b^T c_b \bar{\Phi}_b \dot{q}_b - \delta q_m^T c_m \dot{q}_m - \delta q_p^T c_p \dot{q}_p \quad (3)$$

ここで $Q_b = \int_0^L \Phi_b^T F dx$ である。

ハミルトンの原理は以下の通りである。

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta \bar{W}_{nc}) dt = 0 \quad (4)$$

これから求めた運動エネルギー、位置エネルギー、仮想作業をハミルトンの原理に代入して整理すると、次のような運動方程式が導出される。

$$\begin{aligned} & (\bar{M}_b + m_c \Phi_{bc}^T \Phi_{bc} + \bar{m}_m L_m \Psi_{bm}^T R \Psi_{bm} + \bar{m}_p L_p \Psi_{bp}^T R \Psi_{bp}) \ddot{q}_b + \bar{m}_m L_m \Psi_{bm}^T B \ddot{q}_m + \bar{m}_p L_p \Psi_{bp}^T B \ddot{q}_p \\ & + (\bar{m}_m V \Psi_{bm}^T R \Psi_{bm} - \bar{m}_p V \Psi_{bp}^T R \Psi_{bp} + \bar{C}_b) \dot{q}_b + \bar{m}_m V \Psi_{bm}^T B \dot{q}_m - \bar{m}_p V \Psi_{bp}^T B \dot{q}_p + \bar{K}_b q_b + \bar{m}_m a \Psi_{bm}^T D q_m \\ & - \bar{m}_p a \Psi_{bp}^T D q_p = Q_b - (\bar{\Phi}_b^T M_b I_{n1} + m_c \Phi_{bc}^T + \bar{m}_m L_m \Psi_{bm}^T P + \bar{m}_p L_p \Psi_{bp}^T P) \ddot{u}_g - (\bar{m}_m V \Psi_{bm}^T P - \bar{m}_p V \Psi_{bp}^T P) \dot{u}_g \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \bar{m}_m L_m B^T \Psi_{bm} \ddot{q}_b + \bar{m}_m L_m M \ddot{q}_m + (\bar{m}_m V B^T \Psi_{bm} - \bar{m}_m V D^T \Psi_{bm}) \dot{q}_b + (\bar{m}_m V M + \bar{m}_m V H - \bar{m}_m V H^T + c_m) \dot{q}_m \\ & + \left[\frac{(m_c + m_s + \bar{m}_p L_p + \bar{m}_m c_m)(g-a)}{L_m} K - \bar{m}_m (g-a) G - \frac{\bar{m}_m V^2}{L_m} K + \bar{m}_m a H \right] q_m = -(\bar{m}_m L_m \bar{\Phi}^T \ddot{u}_g + \bar{m}_m V \bar{\Phi}^T \dot{u}_g) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \bar{m}_p L_p B^T \Psi_{bp} \ddot{q}_b + \bar{m}_p L_p M \ddot{q}_p + (\bar{m}_p V B^T \Psi_{bp} + \bar{m}_p V D^T \Psi_{bp}) \dot{q}_b + (\bar{m}_p V M - \bar{m}_p V H + \bar{m}_p V H^T + c_p) \dot{q}_p \\ & + \left[\frac{(m_s + \bar{m}_p L_p)(g+a)}{L_p} K - \bar{m}_p (g+a) G - \frac{\bar{m}_p V^2}{L_p} K - \bar{m}_p a H \right] q_p = -(\bar{m}_p L_p \bar{\Phi}^T \ddot{u}_g - \bar{m}_p V \bar{\Phi}^T \dot{u}_g) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで m_s は釣合シーブの質量を表し、 $a = dV/dt$ 、各行列についての定義は紙面の都合上省略する。式(5)は主に建物の振動と関連した運動方程式であり、式(6)と(7)はメインロープと釣合ロープの振動と関連した運動方程式である。

3. 数値計算

本研究で誘導した建物-ロープ連成振動モデルの妥当性調査のため、次のような建物を考慮した。建物の階数は40階、高さは200m、建物の幅は40m、建物各層の質量は 8×10^5 kg、層間剛性は 1.35×10^9 N/m、階間減衰係数は比例減衰 ($\alpha = 0.01, \beta = 0.01$) を仮定した。このような数値を持って建物の固有振動数を求めた結果 0.25, 0.76, 1.27, 1.77, 2.27Hz の固有振動数を得た。エレベーターとロープについては、次のような数値を使用した。エレベーター最大速度: 10m/s, かごの質量: 6600kg, かごの高さ: 5m, 釣合シーブ質量: 800kg, ロープ数: 6, ロープ単位当たりの質量: 1.1 kg/m, ロープの直径: 16mm, ロープの弾性係数: 75GPa。

運動方程式を見ると、建物とロープの振動を誘発する外部加振力は地盤の動きと各階に作用する外力であることを知ることができる。本研究では先に地盤加振による建物とロープの振動をシミュレーションした。地盤加振データとしては、El Centro 地震データを利用した。しかし、運動方程式は $\ddot{u}_g$ だけでなく、 $\dot{u}_g, u_g$ を必要とする。本研究では数値積分を利用して、これらの二つのデータを求めて使用した。

数値計算は次のようなエレベーター運行条件に対して行われた。かごが中間に位置する場合、かごが下部に位置する場合、かごが上部に位置する場合、かごが上部から下部に移動する場合、かごが下部から上部に移動する場合等である。そのなかごが下部から上部に移動する場合の結果だけを提示すると、図2のようになる。メインロープの振幅が初期に大きくて時間が経つにつれ振幅が小さくなり、釣合ロープの振幅は時間が経つにつれだんだん大きくなるということを知ることができる。

El Centro 地震による建物の振動はエレベーターの運行とは関係なく、ほぼ同じ結果を見せてくれる。次の図は建物の振動に関するシミュレーションの結果である。結果から建物の最初の固有振動モードが最も大きい加振になることを知ることができる。図2は以前に導入された一般座標、 q_b, q_m, q_p の時間履歴を示す。

Fig. 2. Simulation Results

4. 結 語

本研究では建物とロープの連成振動解析のために、ハミルトンの原理を利用した。このために、まず運動エネルギー、位置エネルギー、仮想仕事(Virtual Work)を誘導しており、これをハミルトンの原理に適用して運動方程式を誘導した。運動方程式を利用して地震が発生する場合についての数値シミュレーションを行った結果次のような結論を導き出した。

-かごが停止してる場合には下部に位置することが望ましいと判断される。

-かごが上部に移動する場合に地震が発生すると、釣合ロープの振幅が大変大きくなって危険な状況が予想される。

上記の数値計算例に地震による建物とロープの連成振動を考慮したが、誘導された運動方程式は風による振動も計算することができる。今後はこれについての研究も行う予定である。

文 献

- (1) 木村弘之, “エレベーター・ロープの揺れの解析について”, 日本機械学会[No.12-100]エレベーター・遊戯施設等の最近の技術と進歩 技術講演会講演論文集, (2013), pp. 7-14.
- (2) 曄道佳明, 吉沢正超, 富川洋二, 辻岡康, 超高層用, “エレベーターにおけるロープ, キャップ系の横振動”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 59, No. 559 (1993), pp. 58-65.
- (3) Kimura, H. and Nakagawa, T., “Vibration Analysis of Elevator Rope with Vibration Suppressor”, *Journal of Environment and Engineering*, Vol. 2, No. 1, (2007), pp. 76-86.
- (4) 伊東弘晃, 森下明平, 木村弘之, “エレベーター・ロープにおける縦横連成振動系のモデリング”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 72, No.717 (2006), pp. 31-35.
- (5) 中澤大輔, 渡辺誠治, 福井大樹, 大川剛矢, “エレベーター釣合ロープの挙動解析”, 日本機械学会[No. 12-100]エレベーター・遊戯施設等の最近の技術と進歩 技術講演会講演論文集, (2013), pp. 35-38.
- (6) Bao, J., Zhang, P., Zhu, C., “Computing Simulation and Dynamic Modeling of Flexible Hoisting Rope with Time-Varying Length”, *Journal of Computational Information Systems*, Vol. 8, (2012), pp. 4177-4184.