高 We 領域における粘弾性流動解析

Numerical analysis of viscoelastic flow at high Weissenberg number

○後藤 郁久(名工大) 和氣 光(名工大) 岩田 修一(名工大) 森 秀樹(名工大) 正 新垣 勉(名工大)

Ikuhisa GOTO, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya
Hikaru WAKI, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya
Shuichi IWATA, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya
Hideki MORI, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya
Tsutomu ARAGAKI, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya

Key Words: Decoupled method, Finite element analysis, Viscoelastic fluids

1. 緒言

有限要素法に基づく流動解析には、速度場・圧力場と応力場を同時に解く混合法と、別々に交互に解く分割法がある。特に、混合法の場合、大規模なメモリーを要するという欠点があり3次元複雑系への適用には若干問題が残る。一方、分割法は収束性には問題があるものの低メモリー型の長所を持つことに注目し、筆者らは Giesekus 流体の Dieswell 流動を計算対象として分割法の収束性改善を試み、従来、高々1オーダーといわれてきた分割法による計算可能な最大ワイゼンベルク数(We)を2×2サブエレメント法+流線上流法(SU)法において1000以上に向上させ得ることを明らかにしてきた。本報では、4×4サブエレメント法及び、consistentな流線上流法手法である SUPG 法に分割法の収束性を改善する技法を適用し、その汎用性の検討を行う。また、付加粘性を部分的に与えた場合の収束性への影響を検討した。

2. 支配方程式と境界条件

非圧縮性流体を用いた等温定常流れの連続式、運動方程式は次式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 p は等方性圧力、 $\boldsymbol{\tau}$ は異方性応力テンソルである。

構成方程式には、高分子流体の流動特性を良く表現している Giesekus モデルを使用し、構成方程式は次式で表される。

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta_0 \mathbf{S} + \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\mathbf{E} + \lambda \mathbf{E} + (\alpha/G) \mathbf{E}^2 = 2\eta_0 (1-s) \mathbf{S} \quad (4)$$

また、 $\mathbf{S} \equiv [(\nabla \mathbf{v}) + (\nabla \mathbf{v})^T]/2$ は変形速度テンソル、 $\mathbf{E}$ は、反変型対流時間微分を表し、次式で定義される。

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{E} - [(\nabla \mathbf{v})^T \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{v}] \quad (5)$$

ここで、 η_0 は零剪断粘度、 λ は緩和時間、 G は緩和弾性率($G = \eta_0(1-s)/\lambda$)、 α, s はモデルパラメータである。本研究では、 $\eta_0 = 5000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 、 $\lambda = 1.0 \text{ s}$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $s = 0.1$ としている。

Fig.1 Boundary Conditions and Coordinate Systems

3. 結果

分割法の収束性を改善する技法を4×4サブエレ

メント法+SUPG法に適用しWe=1000を越える計算条件において収束解を得ることに成功した。We=1000における4×4SUPGの諸分布図をFig.2に示す。

4×4 SUPG

(a) Stream line

(b) Radial velocity

(c) Shear stress

Fig.2 Predicted results at We=1000

部分付加粘性の導入効果を調べるために固定壁面の要素の付加粘性 $\eta_{AO}/\eta_0=120$ に固定しそれ以外の領域の付加粘性 η_{AO}/η_0 を変化させ収束性を調べる数値実験を行った。

Fig.3は、横軸に付加粘性 η_{AO}/η_0 を示し、縦軸にはWe=799における収束結果を初期値としてWe=800における計算を行った場合に収束までに要した反復回数を示したものである。

Fig.3 η_{AO}/η_0 vs iteration

4. 結言

今回、我々の開発している分割法の収束性を改善する手法が4×4サブエレメント法、SUPG法でも適用できることを示した。また、付加粘性を部分的に与えた場合、収束性が改善されることを示した。