GSMAC 有限要素法による LES

Large Eddy Simulation by GSMAC-FEM

○ 正 楨原 孝文 (慶大理工) 正 棚橋 隆彦 (慶大理工)

Takafumi MAKIHARA, Keio University, 3-14-1, Hiyoshi, Kohoku-Ku, Yokohama
Takahiko TANAHASHI, Keio University

Key Words: GSMAC-FEM, Turbulent channel flow, LES

1 はじめに

Large Eddy Simulation (LES) は, DNS 上の困難を緩和する乱流の数値解析手法であり, 現在多くの研究がなされている。LES は, フィルタリング操作を施すことにより渦を Grid scale(GS) と Subgrid scale(SGS) に分離し, 普遍性の期待ができる SGS の渦に関してモデルを与え, GS の渦は直接計算する方法である。SGS モデルには, いくつかのモデルがあるが, LES と言えば Smagorinsky モデルというように代名詞的な扱いもあり, 多くの実績がある。Smagorinsky モデルには唯一の定数である Smagorinsky 定数 C_s が含まれる。 C_s は経験定数で, 過大に評価すると渦の消散が大きくなり, 逆に過小であると計算は発散してしまう。一般に C_s の値は 0.1 から 0.23 前後までの値が取られているが, C_s の最適化は安定かつ高精度な解析のためには必要不可欠であることが問題となっている。近年ではこの問題を克服するために Dynamic SGS モデルの提案および検証が行われている。

一方, 実用的な乱流の数値解析において用いられる離散化手法は主に差分法である。しかしながらより実用的な解析を目指すのであれば有限要素法による解析が必要となってくる。有限要素法には境界条件を扱いやすい, 複雑形状の取り扱いが容易であるという利点があるためである。さらに有限要素法の 1 次要素はおよそ 2 次元の 5 点差分式, 3 次元の 7 点差分式に相当し, 条件がそろえば高精度の解を与えられていることもある。しかしながら流れの数値解析においては有限要素法にも問題点がある。まず挙げられるのは計算容量および計算時間の問題であるが, これに関しては GSMAC 法のように低容量かつ高速なスキームが開発され, 克服されているように思われる。大きな問題は解析精度であろう。この問題には大きく 2 点の問題が挙げられる。1 つは差分法で高精度化するとき差分ステンシルを大きくとることが困難なことである。有限要素法でこれに相当する考えは, 一般に用いられる双 1 次要素よりも高次要素を用いることになるが, 非構造格子を前提とする有限要素法の利点を妨げることにもなりかねない。もう 1 つの問題は変数の配置の問題であろう。これは離散化精度にも関係する問題であるが, 差分法でしばしば検証されているように, 流れの数値解析における変数配置はスタッガード配置が望ましい。通常, 有限要素法では格子点を基準として形状関数を構成するために, 従来の手法で変数配置を変更することができない。スタッガード配置にするためにはベクトル形状関数を導入しなければならないが, ベクトル形状関数の導入にはかなりの時間がかかるものと思われる。

以上のような背景のもとに乱流の有限要素法解析を行うために, 従来の手法と LES を組み合わせた解析方法でどの程度の解析が可能であるか, SGS モデルによってどの程度改善でき

るのかということ, 有限要素法解析独自の問題として, 詳細に検証していく必要がある。そこで本論文ではまず第 1 段階として低容量かつ高速計算が可能な GSMAC 有限要素法と LES の Smagorinsky モデルを用いて, 現状の解析精度を把握することを目的とする。解析対象はこれまで多くの解析が行われ, 良好なデータが得られている channel 乱流を用い, DNS データと比較検討する。

2 解析モデルおよび解析手法

解析モデルとして Kim らによって初めて DNS が行われ, 現在では乱流解析のベンチマーク問題となっている channel 乱流を扱い, 解析領域は流れ方向 (x), 壁面方向 (y), スパン方向 (z) に $3.2H \times 1.0H \times 1.6H$ とした。壁面摩擦速度に基づく Reynolds 数は $Re_\tau (\equiv u_\tau H/\nu) = 360$ である。境界条件は流れ方向とスパン方向に周期境界条件, 壁面上で滑りなしの条件を用いる。このとき流れを維持するために無次元圧力勾配を与えた。要素分割は $32 \times 40 \times 32$ であり, 壁座標に基づく格子間隔は $\Delta x^+ : \Delta y^+ : \Delta z^+ = 36 : 2.96 \sim 19.81 : 18$ である。解析の時間刻み幅は $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}$ とした。時間進行には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用い, 圧力の Poisson 方程式の解法には GSMAC 法による流速圧力同時緩和法を用いた。Poisson 方程式の収束判定基準は $\epsilon = 2.0 \times 10^{-2}$ とした。運動方程式の離散化は流速について双 1 次, 圧力は要素内一定として Galerkin 法によって離散化した。

3 おわりに

本論文では低容量かつ高速計算が可能な GSMAC 有限要素法と Smagorinsky モデルを用いて, 摩擦速度に基づく Reynolds 数が $Re_\tau = 180$ の channel 乱流を解析した。解析した Reynolds 数が小さいこともあり, 平均速度は DNS データに良好に一致したが, 2 次の統計量である乱流強度と Reynolds 応力には若干の相違が見られた。これは緒言でも述べたように双 1 次要素 Galerkin 法による離散化誤差と Smagorinsky モデルの両者に問題があることが考えられる。今後さらに格子依存性や乱流モデルの影響を詳細に検討する必要がある。特に乱流モデルでは近年, 経験定数を動的に決定する Dynamic モデルが注目されており, 早い段階で導入の必要があると思われる。また有限要素法を用いているため, 円管内覧流のような非直交格子が必要となる解析モデルでの精度検証が必要である。