実用的な圧縮性擬似直接計算用スキームの研究

On the Practical Numerical Scheme of Quasi-DNS for Compressible Flow

○ 正 戸田 和之 (東理大) 正 山本 誠 (東理大)

Kazuyuki TODA, Science University of Tokyo, 1-3, Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo
Makoto YAMAMOTO, Science University of Tokyo

Key Words: TVD Scheme, Turbulent Flow, Compressible Flow, Numerical Analysis, Shock Wave

1 緒 言 現在、圧縮性の応用計算においては、非粘性項に TVD スキームが広く用いられており、これは非定常計算に対しても例外ではない。TVD スキームは定常な衝撃波やスリップライン等を高解像に捕らえるには非常に適しているが、一方で、不連続面で精度を 1 次へと切り替えることにより単調性を維持しているため、このような領域では数値振動とともに物理的な変動も散逸してしまう。従って、TVD スキームは物理的な変動成分が重要となる非定常計算に対して適しているとは言えない。そこで、本研究では TVD スキームの非定常計算に対する特性を吟味し、問題点の改良を行う。まず、1 次元スカラー輸送方程式を用いて既存スキームの性能を明らかにし、続いて、この結果を受け TVD スキーム中の流れ制限に対して新たな提案を行う。修正されたスキームは 1, 2 次元の流れ場計算に導入され、その性能が実証される。

2 制限関数の修正 本研究では変数の 2 次の変化に着目し、物理的な変動と数値振動や不連続面を判別することにより、数値振動の場合にのみ作用するように制限関数の稼働範囲を制限することを提案している。本修正を形式的に表すと、TVD スキームの制限関数に以下の形で制約が付加される。

$$\begin{cases} \text{If } \Delta^2 f_j \times \Delta^2 f_{j-1} \leq 0 \text{ or } |\Delta^2 f_j| \geq b_2 |\Delta^2 f_{j-1}| \\ \Delta \tilde{f}_{j+1/2}^\pm = \text{minmod}[\Delta f_{j+1/2}^\pm, b \Delta f_{j-1/2}^\pm] \\ \text{Otherwise} \\ \Delta \tilde{f}_{j+1/2}^\pm = \Delta f_{j+1/2}^\pm \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{If } \Delta^2 f_j \times \Delta^2 f_{j+1} \leq 0 \text{ or } |\Delta^2 f_j| \geq b_2 |\Delta^2 f_{j+1}| \\ \Delta \tilde{f}_{j-1/2}^\pm = \text{minmod}[\Delta f_{j-1/2}^\pm, b \Delta f_{j+1/2}^\pm] \\ \text{Otherwise} \\ \Delta \tilde{f}_{j-1/2}^\pm = \Delta f_{j-1/2}^\pm \end{cases} \quad (2)$$

$$\Delta^2 f_j = \Delta f_{j+1/2} - \Delta f_{j-1/2} \quad (3)$$

b_2 は圧縮パラメータ b に類似な制限の稼働範囲を規定する新たなパラメータであり、本研究では $b_2 = 2$ としている。

3 計算結果 図 1 は三角波に対するスカラー輸送方程式の計算結果であり、3 次精度の Chakravarthy-Osher スキーム (以下 CO), 5 次精度の Yamamoto-Daiguiji スキーム (以下 YD)、さらにこれらに修正を施したスキームによる結果を比較している。なお、図中の COM, YDM は本修正を CO, YD スキームに施した場合を意味している。COM, YDM スキームともに、本修正により三角波の頂点付近で TVD 制限から解放され、これにより極値の減衰が抑えられている様子が確認できる。特に YD スキームに対する修正効果は大きく、本修正は高精度スキームに

Fig. 1 Effects of present modification

(b) YD scheme

(d) Present modification to YD scheme

Fig. 2 Spatial evolution of a mixing layer (vorticity field)

適用するほど有効性を増すと考えられる。三角波の裾部分では TVD 制限が有効に作用しており全ての結果においてアンダーシュートの発生はみられない。

図 2 は移流マッハ数 0.2 を有する混合層の時間発展計算の結果である。本修正は YD スキームに適用されている。修正スキームによる分布には、不安定性の開始位置が上流方向に移動し、この付近で小さな渦まで解像されている様子が確認できる。以上より本修正が非定常計算に有効であることが確認できる。

なお、衝撃波/境界層干渉等、3 次元の非定常性と不連続面の干渉する流れ場への適用が今後の課題として残されている。