乱流境界層そのチャネル流れとの相違

Turbulent boundary layer, its difference from channel flow characteristics

○ 正 辻 義之、今山慎太郎 (名古屋大)、山本義暢 (京都大)

Yoshiyuki TSUJI and Shintato IMAYAMA

Nagoya University, Furocho Chikusa-ku, Nagoya-shi 464-8601

Yoshinobu YAMAMOTO

Department of nuclear engineering, Kyoto University, Yoshida, Sakyo, Kyoto, 606-8503, Japan

Key Words: Wall shear stress, Turbulent Boundary Layer, DNS

1. 序論

圧力勾配の無い平板乱流境界層における普遍速度分布に関して、著者らは変動速度場の統計量に基づく議論をおこなってきた[1,2]。壁乱流における普遍的な平均速度分布には、古典的な内層の対数法則と外層の後流法則が考えられる。また、ベキ乗速度分布を支持する意見も幾つかあり、普遍速度分布型が確定されるまでには、未だ幾分の時間がかかりそうである。

乱流境界層における内層の平均速度分布は、代表速度として摩擦速度 u_* 、長さスケールとして動粘性係数 ν から定まる量 (u_*/ν) を採用して無次元化をおこなう。摩擦速度、動粘性係数ともに壁近くで定まる物理量であり、それらを用いることは必然的に速度分布に壁面の影響が及ぶことを示唆している。

一方、著者らは変動速度分布の統計に基づき、普遍則としての対数速度分布を導出した。変動速度に注目することは、レイノルズ方程式に変動速度の効果がレイノルズ応力の型で内在されていることから明らかである。変動速度の統計は確率密度関数 (以後、PDF と略記する) に集約されるため、PDF 型の変化に注目し、まず、その型が類似する領域を定義した。PDF 型が類似することは、変動速度の分布が類似することを表している。即ち、この領域内では変動速度分布が相似性を有することになる。PDF 型が互いに類似する、つまり、不変となることを本論文では、PDF 不変仮説と呼ぶことにする。著者らは壁近くで成立する PDF 方程式と PDF 不変仮説から、普遍則として対数速度分布が半理論的に導かれることを滑面乱流境界層において明らかにした。運動量厚さに基づくレイノルズ数が 15000 程度まで、PDF 普遍領域は確かに存在すること、また、その範囲は対数領域を含むより広い範囲で存在することが明らかとなった[2]。対数領域の上限は、Rotta-Clauser 境界層厚さ Δ でスケールされ、その約 5% となる[2]。

その後、滑面境界層での研究をふまえ、砂粒粗面境界層における対数法則の存在と変動速度場の相似性 (PDF 不変仮説) に関して、実験データの解析をおこなった[3]。粗面境界層においても、従来から明確な対数法則が存在することが報告されてきたが、PDF 型が変となる領域は、対数速度分布領域の一部分であることを明らかにした[2][3]。粗面境界層では、壁面での原点補正が不可欠となる。通常は、いくつかの方法に従って補正量を算出するが、壁近くでの平均速度分布の形状は、この減点補正量の大きさに大きく依存する。砂粒粗面境界層における PDF 不変領域は、減点補正の影響が及ばない領域に存在することがわかった。

即ち、粗面形状の影響がなくなる壁からの領域において PDF 不変領域が存在し、滑面境界層での解析をふまえると、真の対数領域はごく限られた狭い範囲に存在する。また、PDF 不変領域における確率密度関数の型は、滑面境界層と同一であることがわかった。

滑面および粗面境界層は、いずれも平均圧力勾配のない流れ場であり、層外の主流領域があるという点では共通である。本研究では、圧力勾配のある壁乱流で、その対数領域がどのような特性を持つのかを、変動速度場の相似性 (PDF 不変仮説) に基づいて解析したい。圧力勾配を持つ流れ場としては、チャネル流れ、鉛管流れ、矩形ダクト流れなどがあげられる。これらの流れは、層外の主流領域がないという点でも共通である。従って、境界層流れとの対比において、対数領域に及ぼす外層の影響を議論することもおこないたい。

2. 実験条件

測定は一辺 60 mm の正方形断面を持つ矩形ダクトで、単位レイノルズ数を $U_0/\nu = 3.16, 3.75, 4.47, 5.27, 7.49, 9.49, 11.6, 13.71 \times 10^5$ に設定し、主に前縁より 4500 mm 下流の位置においておこなった。風洞からダクトに入る流れは前縁シャープエッジより 150 mm 下流においてトリッピングワイヤにより、乱流境界層へと遷移させている。I 型および X 型プローブは定温度型熱線風速計により駆動させ、同一条件下での数回の測定をおこなった。

プローブ受感部は直径 $5 \mu\text{m}$ 、長さ 1 mm 及び直径 $3.1 \mu\text{m}$ 、長さ 0.6 mm のタングステン線を先端を尖らせた 0.3 mm のステンレス線にスポット溶接して作成した。各測定データ出力は 14 bit、40 kHz で A/D 変換し、約 30 秒記録した。図 1 に平均速度分布を示す。

図 1 矩形ダクト流れにおける平均速度分布

実験で使用したチャネル流路は、幅 650mm、高さ 50mm（アスペクト比 13）、流れ方向への長さは 10.5m である。以降、チャネル高さの半分を h と表記する。チャネル入口には乱流促進のための DYMO テープを設置し、風洞は絞り比 13 の吹き出し型を設置した。測定部は風洞入口から 10.25m に設置した。断面中心での平均速度 U_0 は約 20m/sec まで安定である。実験は、風洞出口の流速 U_j と単位長さを 1 としたレイノルズ数（単位レイノルズ数）： U_j/ν を $3.16 \times 10^5, 3.75 \times 10^5, 4.47 \times 10^5, 5.27 \times 10^5, 7.49 \times 10^5, 9.49 \times 10^5, 11.6 \times 10^5, 13.71 \times 10^5$ に設定して同一条件下で数回の実験をおこなった。壁面せん断応力は、下流方向への圧力勾配とオイルフィルム法によって計測し、風速は 1 型プローブ（受感部長さ 1mm、直径 5 ミクロン）と定温度型熱線風速計を用いて計測した。各点での計測時間は 1 分でサンプリング周波数は 20kHz である。壁面せん断応力の計測は、オイルフィルム法をもちいておこなった。図 2 には、2 種類の粘度を用いて計測した摩擦抵抗係数を DNS と比較した結果である。また、平均速度分布を図 3 に示す。

図 2 摩擦抵抗係数の Re 依存性、実験と DNS との比較

図 3 チャネル流れにおける平均速度分布

3. 確率密度関数型の定量化

データ解析では、PDF 型の類似する領域を抽出する必要がある。類似度を判断する客観的指標として、著者らはこれまでにカルバックライブラーのダイバージェンス (Kullback-Leibler Divergence 以後、KLD と略す) を用いてきた。KLD は微分情報幾何学で、PDF を族とする関数空間における距離関数として利用されている。

位置 y 及び y' における離散化された PDF を $P_y(s)$ $P_{y'}(s)$ 、ただし $\{s\} = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$ とすると、KLD は

$$D(P_y \parallel P_{y'}) \equiv \sum_{\{s\}} P_y \cdot \ln(P_y / P_{y'}) \quad (1)$$

によって定義される。式から明らかなように、二点の確率分布が同一のとき、数値はゼロとなり、また、両者の差異が大きいほど大きな値をとる。1 つの確率密度関数型をガウス分布に固定して、ガウス分布からの差異を考えることにする。

4. 結果および考察

図 4 には、平均速度分布とダイバージェンスの分布を示した。ダイバージェンスが一定となる、即ち PDF 型が不変となる領域が確かに存在する。この領域を $[y_s^+, y_e^+]$ とする。不変領域のはじまりは $y_s^+ \cong 150$ であり、滑面境界層と大きな違いは見られない。しかし、 y_e^+ は壁から離れた位置に存在しており、境界層の場合と比べると明らかに不変領域が広がっている。このことをより定量的に図 5 に示した。滑面境界層では、 y_e^+ は Rotta-Clauser 境界層厚さ Δ でスケールされる。矩形ダクト流れの場合にも同様の傾向が認められるが、その増加傾向はより顕著になっている。

図 4 平均速度分布とダイバージェンスの分布

図 5 PDF 不変領域の上限と境界層厚さ Δ

確率密度関数を境界層とダクト流れで比較した。ダクト流れでは、平均速度周りでガウス分布からわずかにずれ、小さな値を示す。確率のすそ野は正負とも、ガウス分より小さな値を持つ。この傾向は境界層の場合と同様であり、PDF 型も類似している。なぜ、ダクト流れでは PDF 不変領域が広い範囲にわたって存在するのか、カルマン定数との関係は見出せるのか、などの疑問が残る。

[1] Y. Tsuji, I. Nakamura, Physics of Fluids, vol.11 (1999), pp.647-658.

[2] Y. Tsuji, B. Lindgren and A. Johansson, Self-similar profile of probability density functions in zero-pressure gradient boundary layers. Fluid Dynamics Research, vol.37, pp.293-316, (2005)

[3] Y. Tsuji, K. Miyachi, Probability Density Functions of Velocity Fluctuation in the Overlap region of Rough-wall Boundary Layers, Proceedings of the Eleventh Asian Congress of Fluid Mechanics 22-25 May 2006, Kuala Lumpur, Malaysia