ファノー流れの音速コンダクタンスと全圧損失

Sonic Conductance and Total Pressure Loss in Fanno Flows

○ 正 山本 秀樹 (北九州市立大学) 正 安信 強 (北九州工業高等専門学校)
正 宮里 義昭 (北九州市立大学) 正 松尾 一泰 (北九州市立大学)

Hideki YAMAMOTO, The University of Kitakyushu, 1-1 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu, 808-0135
Tsuyoshi YASUNOBU, Kitakyushu National College of Technology, 5-20-1 Shii, Kokuraminami-ku, 802-0985
Yoshiaki MIYAZATO, The University of Kitakyushu, 1-1 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu, 808-0135
Kazuyasu MATSUO, The University of Kitakyushu, 1-1 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu, 808-0135

Sonic conductance is an important quantity that represents choked flow rate of compressible fluid through pneumatic fluid power components. This paper analyzes compressible flows with friction (Fanno flows) through straight pipes, and makes clear the correlation between sonic conductance and total pressure loss in Fanno flows.

Key Words: Fanno flow, sonic conductance, total pressure loss, choking

1. まえがき

バルブなどの空気圧機器あるいは配管系を含めた空気圧システムでは、多くの場合流れがある断面でチョークした状態で使用される。空気圧機器の分野では、チョーク流量は音速コンダクタンス^{(1)~(4)}によって表されるが、そのようなチョーク流れの全圧損失についてはよく分かっていない。

本研究では断面積一定の直管内の摩擦を伴う圧縮性流体の一次元定常断熱流れ、すなわちファノー流れを解析して、ファノー流れの全圧損失と損失係数を求めた。また、その結果を空気圧機器の分野で用いられている鋼管の音速コンダクタンス⁽²⁾と比較検討し、ファノー流れの音速コンダクタンスと全圧損失の関係を明らかにした。

2. 解析方法

2.1 流れの解析モデル

図1に示すように、全圧 p_{01} 、全温度 T_{01} のタンク内の気体は先細ノズルを経由して長さ L 、直径 D 、摩擦係数 f の直管を通り、圧力 p_b の大気に放出される流れを考える。タンクから先細ノズル出口（直管入口）までは一次元定常等エントロピー流れとし、直管入口でのマッハ数を M_1 、静圧を p_1 とする。また、直管内の流れは摩擦を伴う一次元定常断熱流れ、すなわち亜音速ファノー流れとし、出口圧力は背圧 p_b に等しく、出口マッハ数を M_2 とする。流れが出口でチョークする場合は、長さ L を $L_{\max}$ で表し、出口での静圧を p^* 、全圧を p_{01}^* とする。

図1に示す直管の断面積を A 、気体定数を R 、気体の比熱比を γ とすれば、質量流量 $\dot{m}$ は次式で求められる⁽⁵⁾。

Fig. 1 Analytical model of flow

$$\frac{\dot{m}}{Ap_{01}/\sqrt{RT_{01}}} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left\{ \left(\frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_1}{p_{01}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

また、ファノー流れにおいて流れが直管出口でチョークする場合の損失係数 K^* は次式で求められる⁽⁵⁾。

$$K^* = 4f \frac{L_{\max}}{D} = \chi(M_1) \quad (2)$$

2.2 音速コンダクタンス

音速コンダクタンス C はチョーク流れ状態の機器を通る質量流量 $\dot{m}^*$ を上流のよどみ点圧力 p_{01} と標準状態での空気密度 ρ_s でわった次式で定義される⁽¹⁾。

$$C = \frac{\dot{m}^*}{p_{01}\rho_s} \quad (3)$$

上式を図1の流れに適用して変形すると次式が得られる。

$$C = \frac{A}{\rho_s} \sqrt{\frac{\gamma}{RT_{01}}} M_1 \left[\frac{2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (4)$$

3. 解析結果

$\gamma = 1.4$ 、 $f = 0.002$ の場合の無次元質量流量 $\dot{m}/(Ap_{01}/\sqrt{RT_{01}})$ と圧力比 p_b/p_{01} の関係を L/D をパラメータとして図2に示す。図の直線 AB に対する横軸上の値は、直管の出口で流れがチョークするときの圧力比（臨界圧力比）を表す。

直線 AB の右側は流れがチョークしていない状態で、 $\dot{m}/(Ap_{01}/\sqrt{RT_{01}})$ は p_b/p_{01} の減少とともに増加する。直線 AB の左側は流れがチョークした状態で、 $\dot{m}/(Ap_{01}/\sqrt{RT_{01}})$ は p_b/p_{01} の変化に対して一定に保たれる。

4. 鋼管の音速コンダクタンスと損失係数の関係

空気圧システムにおいては、圧縮空気は配管系によって高圧空気源から末端の設備まで輸送される。文献⁽²⁾には圧縮空気を送る鋼管の音速コンダクタンス C と管長 $L_{\max}$ の関係が 1/8 インチ管～3 インチ管に対して掲載しており、たとえば 1 インチ管に対する C と $L_{\max}$ の関係を図3に示す。

Fig. 2 Non-dimensional mass flow rate vs. pressure ratio p_b/p_{01} ($\gamma=1.4$, $f=0.002$)

Fig. 3 Sonic conductance vs. pipe length⁽²⁾

一方、1 インチ管内のファノー流れにおける摩擦係数 f を仮定すると、式(2)より M_1 が求まり、これを式(4)に代入すると、 C が得られる。 $\gamma=1.4$, $R=287.1$ [J/(kg·K)], $\rho_s=1.204$ [kg/m³], $T_{01}=293.15$ [K] として求めた C と $L_{\max}$ の関係を図4の実線で示す。図の破線は図3に示したデータである。図4より数 m 以上の長い管に対する文献(2)の値はファノー流れの解析結果と大体一致する。

図4の実線と破線の比較より、1 インチ管に対する図3の C と $L_{\max}$ の関係は、 $f=0.002$ と仮定したファノー流れの解析結果と大体一致するといえる。そこでこのファノー流れの損失係数 K^* と音速コンダクタンス C の関係を求めた。その結果を図5の破線で示す。図の実線は図3の結果から求めた計算値で、実線と大体一致する。

Fig. 4 Sonic conductance vs. pipe length of Fanno flow ($\gamma=1.4$, $R=287.1$ [J/(kg·K)], $\rho_s=1.204$ [kg/m³], $T_{01}=293.15$ [K])

つぎに $L_{\max}$ に対する無次元質量流量 $\dot{m}/(A p_{01} \sqrt{R T_{01}})$ と流出係数 C_d の関係を図6に示す。図より、ファノー流れにおいて、管出口で流れがチョークする場合、質量流量と流出係数は管が長いほど減少することがわかる。

Fig. 5 Loss coefficient vs. sonic conductance ($\gamma=1.4$, $R=287.1$ [J/(kg·K)], $\rho_s=1.204$ [kg/m³], $T_{01}=293.15$ [K], $D=1$ inch, $f=0.002$)

Fig. 6 Non-dimensional mass flow rate and coefficient of discharge vs. pipe length of Fanno flow ($\gamma=1.4$, $f=0.002$)

5. あとがき

ファノー流れにおける管前後の圧力比と質量流量の関係を解析し、音速コンダクタンスを求めた。その結果を従来報告されている鋼管の音速コンダクタンス⁽²⁾と比較し、両者は大体一致することがわかった。解析結果より、鋼管の臨界圧力比、損失係数、および流出係数が得られた。

参考文献

- (1) 日本工業規格 JIS B8390, 空気圧-圧縮性流体用機器-流量特性の試験方法, 2000.
- (2) 小根山尚武, わかりやすい空気圧機器, pp.25-27, JIPM ソリューション, 2008.
- (3) 小根山尚武, 空気圧システムの省エネルギー, pp.57-84, 財団法人省エネルギーセンター, 2003.
- (4) 中野和夫, 基礎講座「空気圧システムの基礎とシミュレーション(7)」, 油空圧技術, pp.52-53, 2008.
- (5) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, pp.120-141, 理工学社, 1994.