粘弾性流体の急縮小流れを対象とした数値シミュレーション

Numerical Simulation of Flow that the Viscoelasticity Fluid by Passes the Sudden Reduction

○学 笛吹 祐登 (福井高専)

正 川端 信義 (金沢大学)

正 藤田 克志 (福井高専)

正 大田 貴士 (福井大学)

Yuto USUI, Fukui National College of Technology, Geshityou, Sabae-shi, Fukui

Katsushi FUJITA, Fukui National College of Technology

Nobuyoshi KAWABATA, Kanazawa University, Kakumatyou, Kanazawa-shi, Ishikawa

Takashi OHTA, University of Fukui, 3-9-1, Bunkyo, Fukui-shi, Fukui

Key Words : Numerical Analysis, Viscoelastic Fluid, Sudden Reduction Flow, Partial Staggered Grid, Divergence Flow

1 緒言

プラスチックやゴムの原料となる各種樹脂は、粘性と弾性の性質を併せ持つ粘弾性流体である。粘弾性流体は、ニュートン流体では見られない様々な特異流れ⁽¹⁾を起こすことが知られている。例えばプラスチック・ゴム製品の射出成型・押出加工時においては、流量を増加させると押し出し物表面にしわがよる融液損傷が発生し、製品の性質や形状などが悪くなる。そのため、発生を抑止するなどの目的で粘弾性流体の特異流れの解明が求められている。

そこで本研究では、コンピュータを用いた数値シミュレーションにより、基本的な流れの1つである急縮小流れにおける粘弾性流体の流動の解析を行った。粘弾性流体特有の流れの一つである Divergence Flow と再循環流れの計算を行い、実験結果との比較を行った。

以下に今回用いた主な記号を示す。

U : 代表速度 L : 代表長さ t : 時間 v : 速度
 p : 圧力 ρ : 密度 η : 粘度 λ : 緩和時間
 Re : レイノルズ数 We : ワイセンベルグ数
 $\mathbf{P}$: 偏差応力テンソル $\mathbf{E}$: ひずみ速度テンソル
 α : モデル定数 L_v : 再循環領域の長さ

2 数値計算法

2.1 レイノルズ数とワイセンベルグ数

レイノルズ数 Re は慣性力と粘性力の比を、ワイセンベルグ数 We は弾性力と粘性力の比を表わすものである。

$$Re = \frac{\rho UL}{\eta}, \quad We = \frac{\lambda U}{L} \quad (1)$$

2.2 基礎式

本研究の粘弾性流体の流れの数値解析は、粘弾性流体の等温、非圧縮流れと仮定したコーシーの運動方程式と連続の式、構成方程式の三つの式を用いる。

コーシーの運動方程式は次式になる。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{P} \quad (2)$$

連続の式は質量保存を表すもので、次式になる。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3)$$

構成方程式は応力とひずみ速度の関係を表すものである。モデルは多数あるが、本研究では Giesekus モデルを用いた。

$$\mathbf{P} + We \frac{\nabla \mathbf{P}}{\partial t} + \alpha We Re \mathbf{P}^2 = -\frac{2}{Re} \mathbf{E} \quad (4)$$

∇ は upper-convected 時間微分を示し、モデル定数 $\alpha = 0$ の時に Maxwell モデルとなる。

2.3 スタガード格子と部分スタガード格子⁽²⁾

2次元直交座標系のスタガード格子と部分スタガード格子を Fig.1, Fig.2 に示す。スタガード格子は、1つの格子単位で連続の式が評価でき、圧力と速度を強くカップリングし圧力と速度場の振動が避けられる。部分スタガード格子は、スタガード格子に比べて速度の境界条件を設定しやすく、境界での圧力を決める必要がないが、圧力と速度場の振動を避ける効果が薄いという欠点がある。

Fig.1 Staggered Grid

Fig.2 Partial Staggered Grid

2.4 SMAC 法

運動方程式と連続の式から速度と圧力を求めるのに SMAC 法を使用した。SMAC 法は、速度を予測してから連続の式を満足するように速度と圧力を修正するもので、連続の式を厳密に満足する特徴がある。

2.5 Lax 法⁽³⁾

構成方程式から応力を求めるのに Lax 法を使用した。Lax 法は衝撃波を含むような高速気流に関する計算法で、2次の拡散項を導入することで安定に解こうとするものである。しかし、拡散項導入による影響が大きく、急激な変化を緩やかな変化にしてしまうので、保存性を満足しないと考えられる。本研究では Lax 法をクランク - ニコルソン法と組み合わせで用いた。

3 急縮小流れ

3.1 概要

急縮小流れは基本的な流れの1つであり、工業的には射出成型や押出加工に見られる。Fig.3 は高分子溶液の流れの可視化実験の写真で、粘弾性流体では急縮小上流側に再循環領域と湾曲した流れである Divergence Flow が発生していることが確認できる。

Fig.3 Result of Flow Visualization (PAA0.04%) (4)

3.2 境界条件

上下対称な流れと仮定して、中心軸を対称境界条件として上半分だけを扱う。流入部は十分に発達した速度と応力を用い、流出部に速度は対流流出条件、応力は1階微分を0とした。壁はノンスリップ条件とし、応力は2階微分を0とした。

4 計算例

4.1 計算条件

等間隔格子で流路の長さ $L = 10$ (急縮小部は $L/2$ の位置)、流入側の幅 $D = 1$ 、流出側の幅 $d = D/2$ 、格子数 $M = 400 \times 40$ 、時間ステップ Δt を $10^{-3} \sim 10^{-4}$ とした以下の計算を行った。

- ① $\alpha = 0$ とし $Re = 10$, $We = 0 \sim 1$ と増加させたときのスタガード格子と部分スタガード格子の比較。
- ② $\alpha = 0$, $We / Re = 0.01$ とし Re 数と We 数を増加させる。
- ③ 実験で求めた α と We / Re を用いた実験との比較。今回用いた値⁽⁴⁾を Table1 に示す。

Table1 Conditions ③

Experiment	PAA0.03%	PAA0.04%
α	0.1	0.03
We / Re	0.16	0.3

4.2 結果

計算条件①の流線図の例を Fig.4, Fig.5 に示す。部分スタガード格子では再循環領域が確認できる。しかしスタガード格子では、流路中心に渦ができるという実際では起こりにくい流れになっている。このことから、現状ではスタガード格子は意味のある計算結果にならないと考えられる。

計算条件②を部分スタガード格子で行ったときの流線図の例を Fig.6 に示す。②③の条件は流量を増加させることを意味し、 Re 数と We 数を同時に増加させていくと徐々に流れが湾曲していった。これが Divergence Flow だと考えられ、再循環領域と同時に数値シミュレーションで確認できた。

計算条件③の比較として再循環領域の長さ L_v と Re 数の関係を Fig.7 に示す。全体的に計算の方が長く出ており、 Re 数が小さい範囲では実験に近い値であるが、 Re 数が大きくなると実験との差が大きくなっている。これは、Lax 法による数値粘性の影響と考えられる。

Fig.4 Streamline (Staggered Grid, Maxwell Model, $Re = 10$, $We = 0.3$)

Fig.5 Streamline (Partial Staggered Grid, Maxwell Model, $Re = 10$, $We = 0.3$)

Fig.6 Streamline (Partial Staggered Grid, Maxwell Model, $We / Re = 0.01$, $Re = 40$, $We = 0.4$)

Fig.7 Length of Recirculation Zone (Partial Staggered Grid, Giesekus Model)

5 結言

本研究では粘弾性流体の急縮小流れの数値シミュレーションにおいて、運動方程式に SMAC 法、構成方程式に Lax 法を用い、スタガード格子と部分スタガード格子の比較、流量を増加させる計算、可視化実験との再循環領域の長さの比較を行ったところ、以下の結果が得られた。

- ・格子の違いによる比較では、スタガード格子より部分スタガード格子の方が自然な流れの結果になった。
- ・部分スタガード格子で流量を増加させる計算を行ったところ、再循環領域と Divergence Flow を同時に確認できた。
- ・実験との再循環領域の長さの比較では、 Re 数が小さい範囲で実験に近い結果が得られた。

参考文献

- (1) Boger, D.V. and Walters FRS, K., Rheological Phenomena in Focus, (1993), Elsevier.
- (2) J.H. ファーツィガー・M. リペッチ, 「コンピュータによる流体力学」, pp.161~pp.162, (2003), シュプリンガー・ジャパン.
- (3) 日本機械学会編, 「流れの数値シミュレーション」, pp.102~104, (1988), コロナ社.
- (4) 大池, 福井大学卒業論文「粘弾性流体による急縮小流れ」, (1993).